

DOI: 10.11883/bzycj-2024-0513

不同应变率下皮质骨压缩力学实验与本构模型*

徐诚意¹, 刘 坤¹, 康 宝², 宋 杰¹, 李忠新¹, 吴志林¹

(1. 南京理工大学机械工程学院, 江苏 南京 210094;

2. 中国人民解放军 63856 部队, 吉林 白城 137001)

摘要: 皮质骨作为人体骨骼系统的重要组成部分, 能有效分散与吸收外部冲击力, 保护内部骨髓腔、周围软组织和器官不受损伤。为研究冲击载荷作用下皮质骨的力学响应, 借助万能材料试验机和分离式霍普金森压杆装置对猪皮质骨开展了不同应变率下的准静态与动态压缩实验。采用超景深三维显微系统和数字图像相关技术观察了皮质骨的压缩变形特征, 利用含损伤的黏弹性本构模型对实验数据进行了拟合, 确定了模型中的本构参数。结果表明, 皮质骨在压缩过程中表现为骨质裂纹的产生与扩展, 其力学性能具有明显的应变率相关性, 弹性模量、屈服应力和压缩强度随应变率的增大而显著提高。准静态加载时, 应力-应变曲线包括弹性变形和塑性变形阶段; 高应变率加载时, 应力-应变曲线在应变小于 0.2% 时为弹性, 随着压缩量的增加呈现高度的非线性, 无显著塑性变形, 表现出一定的黏弹性特征。实验曲线与本构模型理论曲线的对比表明, 理论值与实验值的误差较小, 本构模型能准确描述皮质骨在不同应变率下的压缩力学行为。研究成果可为人体冲击伤的救治与防护设计提供理论参考。

关键词: 皮质骨; 冲击载荷; 黏弹性; 应变率; 本构模型

中图分类号: O347.3

国标学科代码: 13015

文献标志码: A

Study on compressive mechanical tests and constitutive models of cortical bone under different strain rates

XU Chengyi¹, LIU Kun¹, KANG Bao², SONG Jie¹, LI Zhongxin¹, WU Zhilin¹

(1. School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China;

2. Unit 63856 of People's Liberation Army, Baicheng 137001, Jilin, China)

Abstract: Cortical bone, as a critical component of the human skeletal system, effectively disperses and absorbs external impact forces, protecting the internal medullary cavity, surrounding soft tissues, and organs from damage. In order to investigate the mechanical response of cortical bone under impact loading, quasi-static and dynamic compression experiments were conducted on porcine cortical bone at varying strain rates using a universal material testing machine and a split Hopkinson pressure bar apparatus. The compression deformation characteristics of cortical bone were observed by employing ultra-depth three-dimensional microscopy and digital image correlation techniques. A viscoelastic damage constitutive model was applied to fit the experimental data, and the model parameters were determined. The results demonstrate that the compression process of cortical bone is characterized by the initiation and propagation of microcracks, and mechanical properties of the material exhibit significant strain-rate dependence. The elastic modulus, yield stress, and compressive strength increase significantly with increasing strain rates. Under quasi-static loading, the stress-strain curve consists of distinct elastic and plastic deformation stages. In contrast, under high-strain-rate loading, the stress-strain response remains purely elastic at strains below 0.2%, but transitions into a highly nonlinear regime with increasing compression. Notably, no significant plastic deformation occurs under dynamic loading, revealing pronounced viscoelastic behavior. Comparison between the experimental

* 收稿日期: 2024-12-31; 修回日期: 2025-04-15

基金项目: 国家自然科学基金(12172180, 11602025)

第一作者: 徐诚意(1999—), 男, 硕士研究生, xuchengyi@njjust.edu.cn

通信作者: 刘 坤(1986—), 男, 博士, 副教授, liukun@njjust.edu.cn

data and theoretical curves from the constitutive model shows good agreement, with minimal deviations between predicted and measured values. The model accurately captures the compressive mechanical behavior of cortical bone across different strain rates. This study provides theoretical references for the treatment of impact-induced human injuries and protective designs.

Keywords: cortical bone; impulsive load; viscoelastic; strain rate; constitutive model

皮质骨作为人体骨骼的主要组成部分, 占骨量的 80%, 分布于长骨两端以及短骨、扁骨和不规则骨的内部, 凭借其卓越的抗压能力, 能有效承载身体质量和抵御外部冲击^[1-2]。近年来, 在军事领域、交通事故和体育运动中, 骨骼冲击损伤现象不断增加, 致伤严重性、复杂性升级, 主要表现为骨折、骨裂等, 其损伤程度与冲击压缩下皮质骨力学性能密切相关^[3]。因此, 开展冲击载荷作用下皮质骨的压缩力学响应研究具有重要意义。

由于医学伦理等限制, 无法对人体活体或尸体进行实验, 学者们主要借助动物模型研究皮质骨的力学行为与特性。Sanborn 等^[4]借助万能材料试验机、液压控制试验机和分离式霍普金森压杆 (split Hopkinson pressure bar, SHPB) 装置, 研究了皮质骨在不同应变率下的压缩力学行为, 分析了应变率对骨强度的影响, 结果表明, 皮质骨各向异性, 轴向强度高于横向强度, 且在 2 个方向上均表现出应变率敏感性。Kulin 等^[5]研究了皮质骨在不同应变率加载条件下的裂纹扩展规律, 探讨了准静态和动态骨折之间增韧机制的差异。安兵兵等^[6]采用数字图像相关 (digital image correlation, DIC) 方法, 开展了牛皮质骨的稳态裂纹和疲劳裂纹扩展实验, 测定了裂纹尖端位置, 研究了横向与轴向裂纹扩展断裂行为, 获得了断裂韧度随裂纹扩展的变化规律。曾焯^[7]分析了猪皮质骨的材料成分和微结构特征, 开展了猪皮质骨准静态和动态压缩实验, 探讨了应变率对其力学性能的影响。雷建银^[8]利用 SHPB 装置研究了牛皮质骨在高应变率下的力学性能, 通过扫描电子显微镜 (scanning electron microscope, SEM) 观察试件断口, 阐明了其破坏机理。顾红跃^[9]进行了牛皮质骨纳米压痕和三点弯曲测试, 探究了股骨轴向位置和区域变化对材料参数的影响。翟乃川^[10]对不同骨矿物密度的牛皮质骨开展了三点弯曲测试, 采用材料参数反求方法, 识别试件的弹性模量、屈服应力等, 通过多重线性回归分析方法获得了骨微观结构和骨矿物密度对其力学特性的影响。蔡志华等^[11]运用万能材料试验机和 SHPB 对牛股骨进行了不同应变率压缩实验, 采用损伤型朱-王-唐 (Zhu-Wang-Tang, ZWT) 本构模型拟合实验数据, 确定了本构模型参数。可见, 科研人员在皮质骨力学性能实验和理论建模方面开展了大量工作, 验证了实验手段的可行性, 具有一定的借鉴意义, 但其在宽泛应变率下的力学响应、损伤本构模型及其参数仍有待深入研究。

本文中, 借助万能材料试验机和 SHPB 装置, 开展猪皮质骨准静态和动态压缩实验, 获得不同应变率 ($0.001 \sim 2200 \text{ s}^{-1}$) 下的应力-应变曲线, 利用超景深三维显微系统和 DIC 技术分析损伤形态, 考虑应变率效应, 建立含损伤的黏弹性本构模型, 以期为人体的冲击损伤和防护设计提供理论参考。

1 实验方案

1.1 试件制备

猪在解剖学和生理学方面与人体相似^[12], 实验选用从 12 月龄成年活长白猪取下的新鲜股骨, 并在 24 h 内完成测试, 以保证骨结构中水分、钙等成分保存相对完整。试件制备时, 将表面肌肉和筋膜组织去除干净, 切除两端仅保留中段股骨体, 沿股骨轴向分段取样。借助空心钻头在皮质骨区域进行加工, 采用低切削速度和浓度为 0.9% 的生理盐水冷却, 防止骨过热, 使用湿砂纸打磨端面, 保证试件端面平行度在 0.1 mm 范围内, 避免压缩实验中出现应力不均, 最终制成 $\varnothing 4 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$ 、 $\varnothing 4 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ 的试件, 使用医用酒精擦拭试件, 并将试件置于生理盐水中浸润。试件取样位置如图 1 所示, 制作过程如图 2 所示。

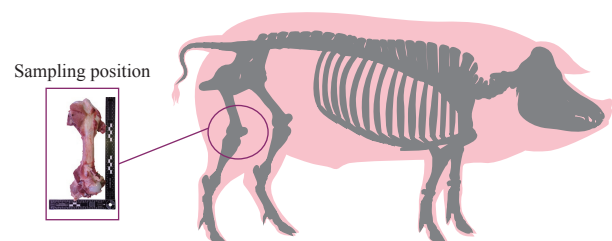


图 1 取样位置

Fig. 1 Sampling position

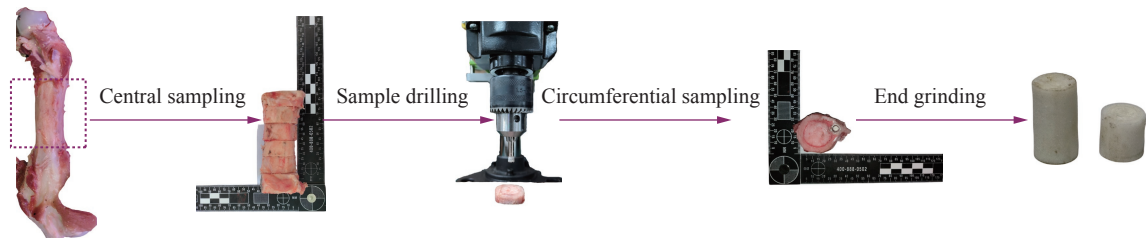


图 2 试件制作过程

Fig. 2 Specimen preparation process

1.2 实验方法与过程

1.2.1 准静态压缩实验

借助万能材料试验机(CMT 5105, MTS)进行皮质骨准静态实验,使用高速摄像机(Memrecam ACS-1 M60, 分辨率 1280×896 , 频率 $\nu=1\,000\text{ Hz}$)拍摄压缩过程,实验原理如图 3 所示,其中 d_s 为试件直径,Ch0 为轴向位移信号,Ch1 为轴向力学信号,Ch2 为压缩触发信号,Ch3 为径向信号。为减小试件与压缩接触面之间切向摩擦力,在不影响压缩位移的情况下,试件上、下表面均涂有凡士林,分别以 0.48 、 4.8 、 48 mm/min 的加载速率压缩,直至试件断裂失效。同时,为减小实验过程中的随机误差,每组加载速率重复 3 次,记录载荷与位移,通过超景深三维显微系统(VHX-500, KEYENCE)观察压缩后试件形貌,万能材料试验机如图 4 所示,光学纤维系统如图 5 所示。

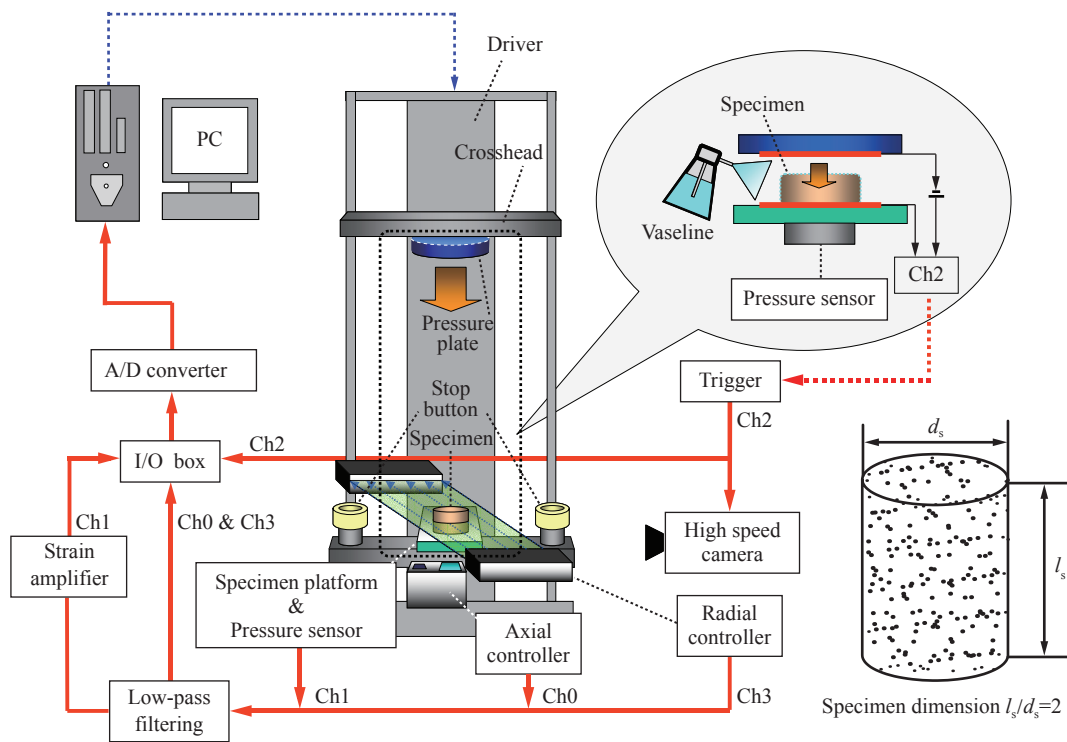


图 3 准静态实验原理

Fig. 3 Principles of quasi-static testing

根据实验所获得的加载力和位移,试件工程应力、工程应变和应变率^[13-14]可表示为:

$$\varepsilon_e = s/l_s \quad (1)$$

$$\sigma_e = F/A_s \quad (2)$$

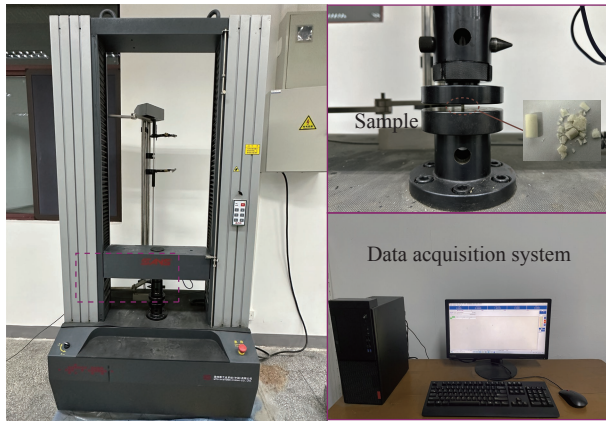


图 4 万能材料试验机
Fig. 4 Universal testing machine

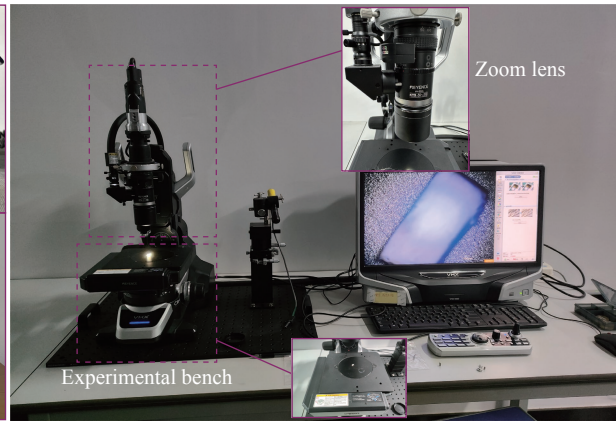


图 5 超景深光学显微镜系统
Fig. 5 Super depth of field optical microscope system

$$\dot{\varepsilon} = v_0 / l_s \quad (3)$$

式中: ε_e 为工程应变, s 为压缩位移, l_s 为试件初始长度, σ_e 为工程应力, F 为压力, A_s 为试件初始横截面积, $\dot{\varepsilon}$ 为应变率, v_0 为加载速度。

结合式 (1)~(2), 试件中的真实应力和真实应变可表示为:

$$\varepsilon_t = -\ln(1 - \varepsilon_e) \quad (4)$$

$$\sigma_t = \sigma_e(1 - \varepsilon_e) \quad (5)$$

式中: ε_t 为真实应变, σ_t 为真实应力。

1.2.2 动态压缩实验

利用 SHPB 装置开展皮质骨动态压缩实验, 实验原理如图 6 所示, 实验装置如图 7 所示。材料均为 LC4 硬铝合金, 杆径为 14.5 mm, 压杆材料参数如表 1 所示, 其中 ρ_0 为密度, E_0 为弹性模量, c_0 为波速, I_0 为波阻抗。入射杆、透射杆均选用电阻应变片(灵敏度为 2.1, 阻值为 120 Ω , BF120-5AA), 分别贴于入射杆和透射杆中间位置, 通过应变片与动态应变仪获得试件应变响应特性, 并借助三维全场分析系统获得动态变形过程(PMLAB RDIC-3D, 分辨率 1280×512, $\nu=27$ kHz), 三维全场分析系统如图 8 所示。实验前在试件表面喷涂哑光漆, 制作均匀散斑, 采集散斑位置数据进行 DIC 分析, 制作散斑的试件如图 9 所

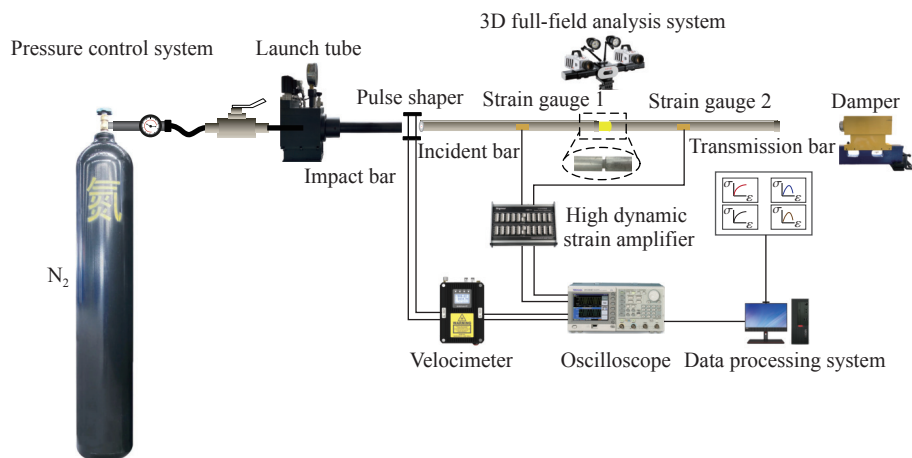


图 6 SHPB 实验原理示意图
Fig. 6 Schematic diagram of Split Hopkinson Pressure Bar experimental setup

示。实验过程中, 试件与入射杆、透射杆的接触面通过涂抹凡士林保持初始接触, 并确保试件中心与各杆轴心对齐。

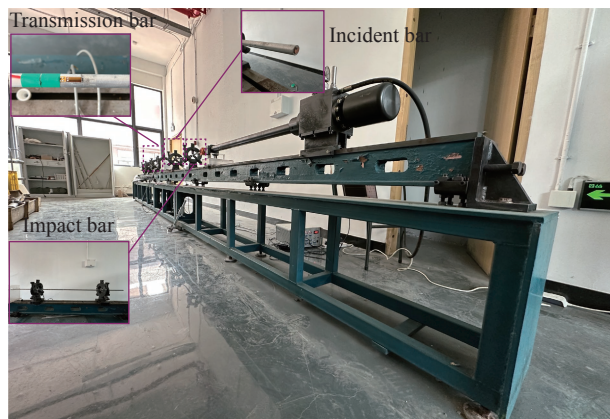


图 7 SHPB 实验装置

Fig. 7 Split Hopkinson Pressure Bar apparatus

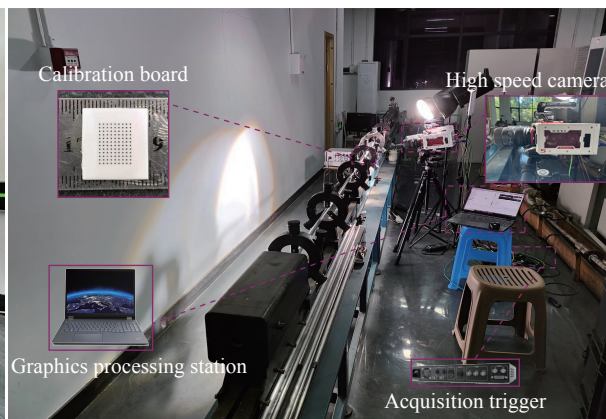


图 8 三维全场分析系统测试现场

Fig. 8 Testing site for 3D full-field analysis system

表 1 压杆材料参数

Table 1 Material parameters of the pressure bar

材料	$\rho_0/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	E_0/GPa	$c_0/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$I_0/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1})$
LC4硬铝合金	2.7×10^3	70	5.05×10^3	1.36×10^7

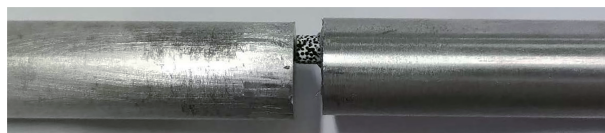


图 9 试件表面的散斑

Fig. 9 Speckle pattern on the surface of the specimen

SHPB 实验过程中要求试件满足应力均匀性:

$$\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t) = \varepsilon_t(t) \quad (6)$$

式中: $\varepsilon_i(t)$ 、 $\varepsilon_r(t)$ 、 $\varepsilon_t(t)$ 分别为入射波、反射波和透射波对应的杆中应变。

通过入射杆、透射杆上的应变片与数据采集系统获得的应变信号, 基于一维应力波理论, 试件应变率($\dot{\varepsilon}$)、应变(ε)和应力(σ)^[15]可表示为:

$$\dot{\varepsilon}(t) = -\frac{2c_0}{l_s} \varepsilon_r(t) \quad (7)$$

$$\varepsilon(t) = -\frac{2c_0}{l_s} \int_0^t \varepsilon_r(t) dt \quad (8)$$

$$\sigma(t) = \frac{E_0 A_0}{A_s} \varepsilon_i(t) \quad (9)$$

式中: A_0 为压杆横截面积。

2 实验结果与分析

2.1 准静态压缩实验

压缩速率为 48 mm/min 工况下, 实验开始时计为 $t=0$ s, 皮质骨准静态压缩过程如图 10 所示。由图 10 可知, 在轴向压缩载荷作用下, 试件端面出现轻微剥落, 沿股骨轴向出现裂纹, 随着压缩位移的增大, 裂纹扩展至贯通, 试件发生完全破坏。图 11 给出了准静态压缩时 3 种不同应变率下的应力-应变曲线。可见, 应力-应变曲线包括弹性变形和塑性变形阶段, 且具有明显的应变率效应, 弹性模量、屈服应力和压缩强度随应变率的增大而显著提高。当应变率分别为 0.001、0.01 和 0.1 s^{-1} 时, 加载初期的应力-应变呈

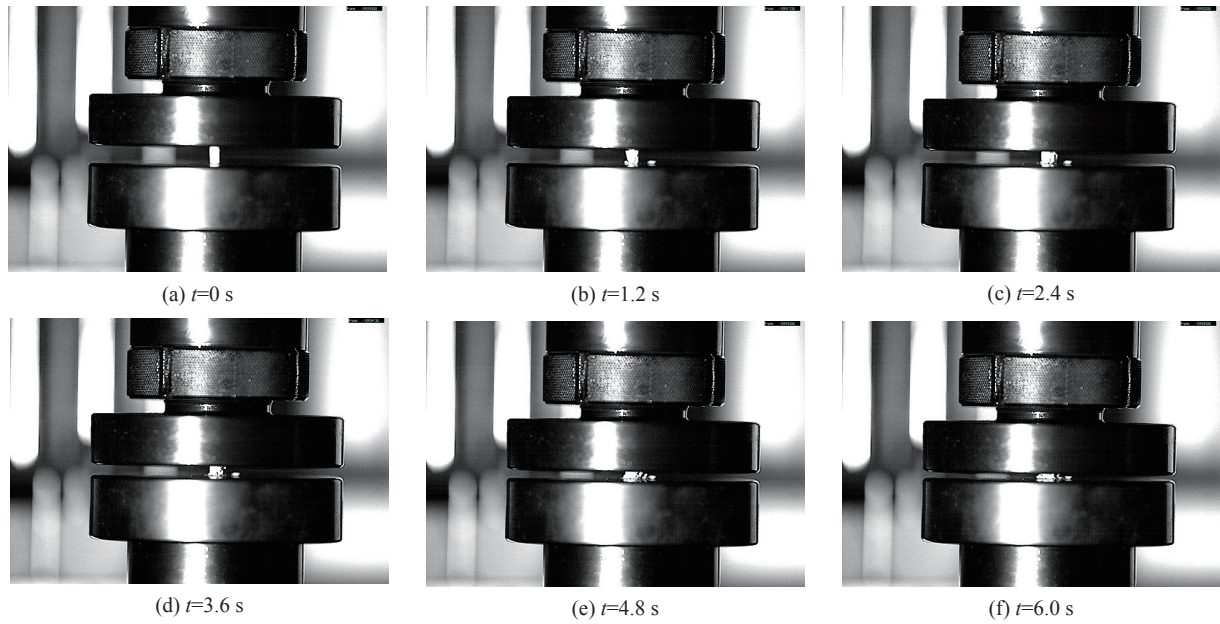


图 10 皮质骨的准静态压缩过程

Fig. 10 Quasi-static compression process of cortical bone

线性关系, 弹性模量分别为 3.77、4.26、5.40 GPa; 随着应力不断增大, 试件出现屈服, 随后试件出现破坏, 极限应变分别为 0.0325、0.0290、0.0330, 压缩强度分别为 107.98、116.32、138.32 MPa。图 12 和图 13 分别为超景深三维显微系统观察的试件破坏情况和破坏面的表面结构。可见, 皮质骨的破坏主要为沿股骨轴向断裂, 将断裂面放大至 200 μm 时, 从端面观察发现骨板出现圆弧状逐层向外分层现象, 表明皮质骨为典型的板层结构, 其由多个平行排列的骨组织组成, 该结构增强了轴向强度, 但垂直于此方向的横向强度在一定程度上下降。轴向断裂试件的内部断裂表

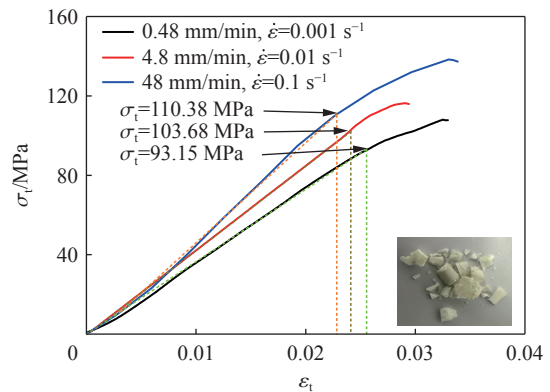


图 11 准静态压缩时的应力-应变曲线

Fig. 11 Stress-strain curves during quasi-static compression

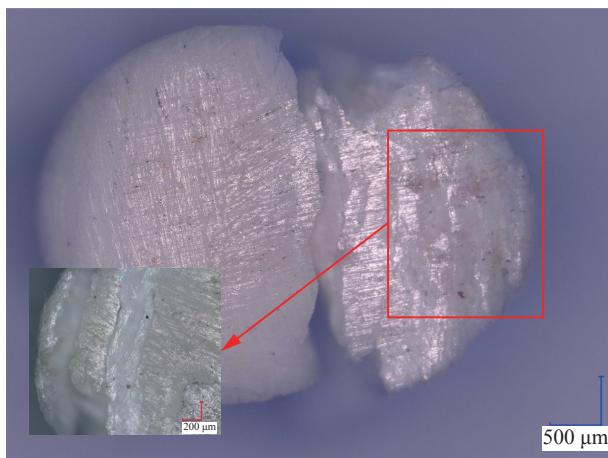


图 12 准静态压缩时试件破坏形式

Fig. 12 Specimen failure modes under quasi-static compression

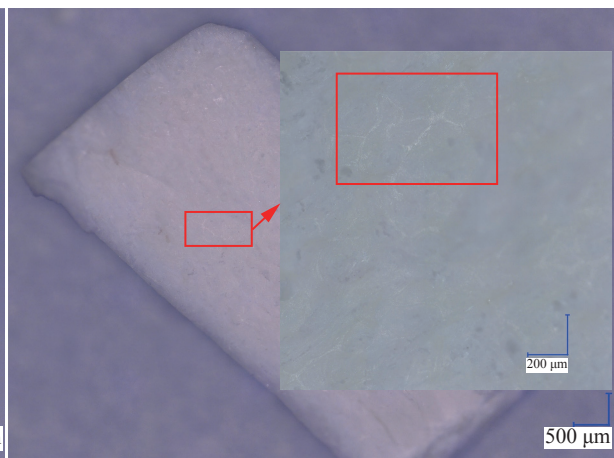


图 13 破坏面的表面结构

Fig. 13 Surface structure of the fracture plane

面在多个方向具有微小管道结构, 该结构为皮质骨提供外界营养, 但降低了此处的断裂韧度, 使裂纹在其内部更易扩展。

2.2 动态压缩实验

为保证试件应力平衡和常应变率加载, 选用 $\varnothing 10.0 \text{ mm} \times 1.5 \text{ mm}$ 的 H62 黄铜片作为脉冲整形器, 进行了动态加载实验。图 14 给出了应变率为 1800 s^{-1} 时(撞击速度为 17.74 m/s), 整形后的入射、反射和透射波形, 其中纵坐标 U 为惠斯通电桥输出电压。可见, 波形整形器过滤了加载波中因直接碰撞引起的高频分量, 减少了波在长距离传播中的弥散失真, 平滑了加载波形, 使入射波上升前沿变得平缓, 上升时间显著增加, 增大加载脉冲宽度, 保证了试件应力平衡和均匀变形, 反射波上升减缓, 波形拉宽, 实现了常应变率加载。图 15 为应变率为 1800 s^{-1} 时的应力平衡图。由图 15 可知, 实验测得的透射波与由式 (6) 计算的透射波重合, 进一步表明该实验过程满足应力均匀性要求。

通过式 (7)~(9) 对 SHPB 实验数据进行处理, 获得皮质骨试件在 5 种应变率下的动态压缩应力-应变曲线, 如图 16 所示。由图 16 可知, 在高应变率($\geq 10^2 \text{ s}^{-1}$)加载时, 皮质骨的应力-应变曲线在应变小于 0.2% 时具有线弹性特性^[16], 随着压缩量的增加呈现高度的非线性, 无显著塑性变形, 表现出一定的黏弹性特征。弹性模量可用变形初始阶段线性部分斜率表示, 应变率分别为 300 、 450 、 900 、 1800 和 2200 s^{-1} 时, 弹性模量分别为 14.5 、 15.3 、 16.5 、 19.8 和 22.9 GPa ; 进一步压缩后, 曲线斜率下降, 出现应变软化现象, 直至试件破碎; 极限应变分别为 0.033 、 0.033 、 0.018 、 0.017 和 0.013 , 压缩强度分别为 167.97 、 184.88 、 184.37 、 192.01 和 194.28 MPa 。与准静态实验相似, 动态压缩应力-应变曲线表现出明显的应变率敏感性。

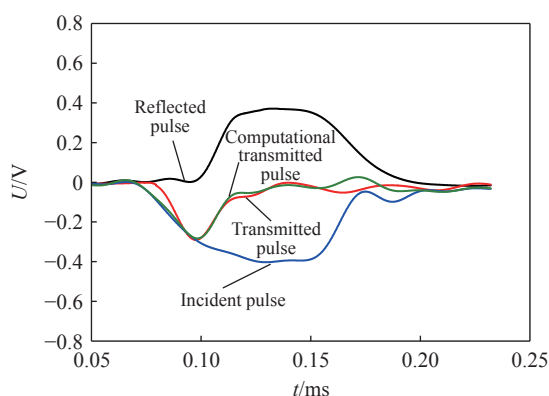


图 15 应变率为 1800 s^{-1} 时的应力平衡图

Fig. 15 Stress equilibrium diagram at a strain rate of 1800 s^{-1}

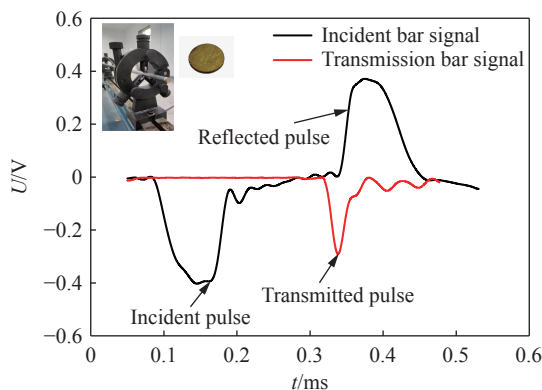


图 14 应变率为 1800 s^{-1} 时整形后的入射、反射和透射波形

Fig. 14 Incident, reflected, and transmitted waveforms after shaping at a strain rate of 1800 s^{-1}

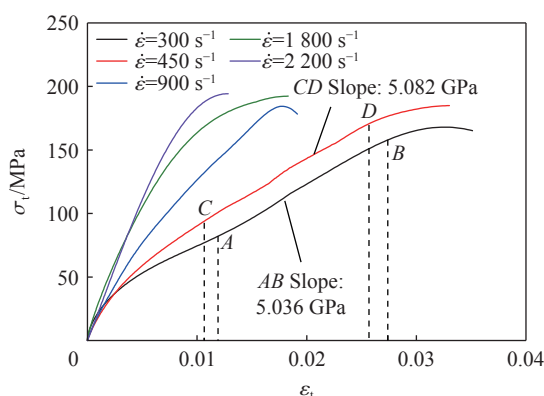
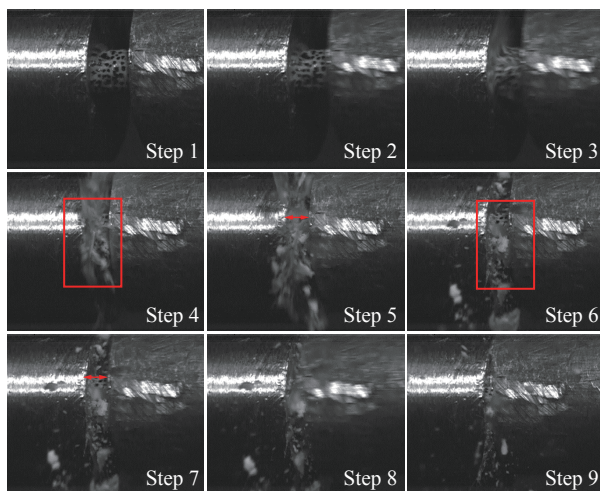
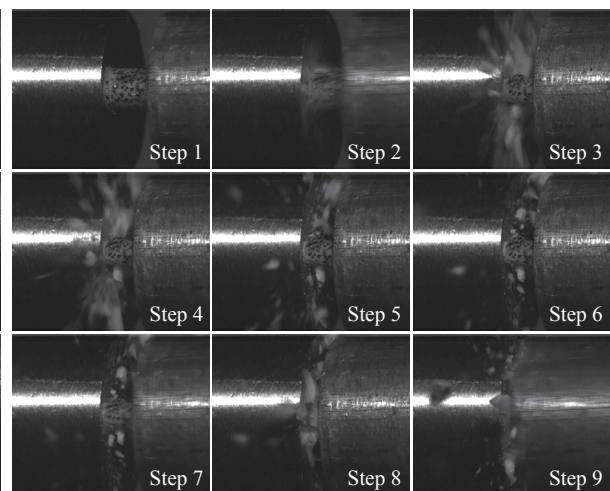
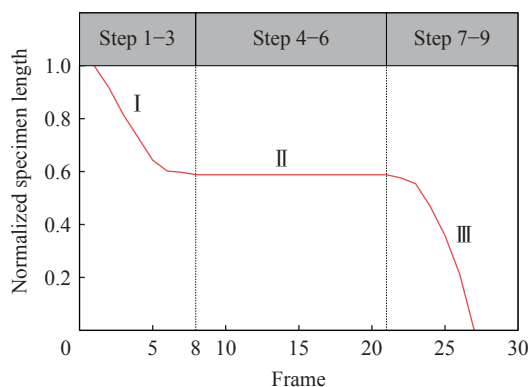
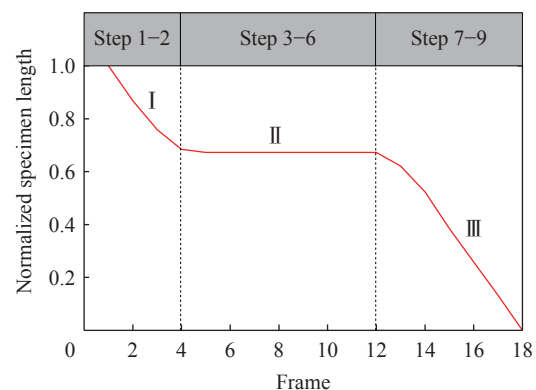


图 16 动态压缩应力-应变曲线

Fig. 16 Dynamic compression stress-strain curves

在应变率为 300 和 450 s^{-1} 时, 应力-应变曲线中的 AB 段和 CD 段斜率接近, 且随着应变率的增大, 其在应力-应变曲线中未出现, 表明该阶段试件裂纹迅速扩展, 裂纹在扩展过程中应力增长速度基本一致, 但应变率增大后缩短了该过程, 导致其逐渐消失。

同时,可以看出应变率为 900 s^{-1} 时的应力-应变曲线仍存在直线段,其破坏模式与 300 、 450 s^{-1} 时相似,而应变率为 1800 、 2200 s^{-1} 时直线段消失,具有相同的破坏模式,故选用 900 和 1800 s^{-1} 时的皮质骨破坏过程开展分析,2 种应变率下动态冲击压缩过程如图 17~18 所示,帧数分布图如图 19~20 所示。以形变前的 1 帧作为压缩过程的第 1 帧和皮质骨完全破坏为最后 1 帧作为横坐标,每帧间隔时间为 0.037 ms 。由图 17~18 可知,应力波的重复加载将动态压缩过程分为 3 个阶段,第 1 阶段为图 17 中 Step 1~3、图 18 中的 Step 1~2。冲击载荷作用下,试件内部骨密质的横向断裂韧度大于轴向断裂韧度(垂直于股骨轴向为横向),其轴向裂纹扩展不易发生偏斜且断面较平直,同时被裂纹剥离的外层骨板与透射杆接触处出现蜷曲现象。因此,骨密质表面出现明显裂纹,且大多为轴向裂纹。该阶段分别保持了 0.296 和 0.148 ms ,占压缩过程的 29.6% 和 22.2% ,如图 19~20 中的阶段 I 所示。第 2 阶段为图 17 中 Step 4~6、图 18 中的 Step 3~6。轴向裂纹和横向裂纹持续扩展,随后彼此勾连,使试件一部分剥离为碎片,并从自由处溅射而出。该阶段冲击载荷不足以使试件完全破碎,仍有部分剩余,说明了骨密质从韧性断裂到脆性破坏的转变。试件分别压缩为初始长度的 58.8% 和 67.2% ,保持了 0.481 和 0.296 ms ,占压缩过程的 48.1% 和 44.4% ,如图 19~20 中的阶段 II 所示。第 3 阶段为图 17~18 中 Step 7~9。该阶段冲击载荷使剩余试件完全压缩,形成较小碎片,部分为粉末状。保持了 0.222 ms ,分别占压缩过程的 22.2% 和 33.3% ,如图 19~20 中的阶段 III 所示。通过对比图 19 和 20,结

图 17 应变率为 900 s^{-1} 时皮质骨的变形过程Fig. 17 Deformation process at a strain rate of 900 s^{-1} 图 18 应变率为 1800 s^{-1} 时皮质骨的变形过程Fig. 18 Deformation process of at a strain rate of 1800 s^{-1} 图 19 应变率为 900 s^{-1} 时的帧数分布Fig. 19 Frame distribution at strain rate 900 s^{-1} 图 20 应变率为 1800 s^{-1} 时的帧数分布Fig. 20 Frame distribution at strain rate 1800 s^{-1}

合应力-应变曲线可知,随着应变率的增大,第 1 阶段帧数减少,裂纹扩展速度增大,导致斜率较小的弹性变形段减少,黏弹性特征更显著。

3 本构模型

通过对皮质骨准静态和动态应力-应变曲线分析可知,其为黏弹性非线性率相关材料。为描述宽泛应变率范围内皮质骨的应变率相关特性,采用含损伤的改进黏弹性本构模型表征其力学行为。

3.1 黏弹性本构方程

Cloete 等^[17]提出了由 1 个非线性 Kelvin-Voigt 单元和 2 个带有非线性阻尼器的 Maxwell 单元组成的皮质骨黏弹性模型,可描述材料弹性响应(通过 Kelvin-Voigt 单元中的弹簧表示)和随时间变化的黏性响应(通过 Maxwell 单元中的弹簧-阻尼器组合表示),如图 21^[17]所示。

本构模型^[17]可表示为:

$$\sigma(t) = E_0 \varepsilon(t) + \eta_p \dot{\varepsilon}(t)^p + \int_0^t E_m \dot{\varepsilon}(\tau)^m e^{-\frac{(t-\tau)}{\theta_m}} d\tau + \int_0^t E_n \dot{\varepsilon}(\tau)^n e^{-\frac{(t-\tau)}{\theta_n}} d\tau \quad (10)$$

式中: E_m 为第 1 个 Maxwell 单元的弹性常数, E_n 为第 2 个 Maxwell 单元的弹性常数, η_p 为非线性阻尼器黏度系数, θ_m 、 θ_n 为所对应 Maxwell 单元的松弛时间, p 、 m 、 n 分别为 Kelvin-Voigt 单元和 2 个 Maxwell 单元应变率项的指数(p 表示变化的非线性, m 、 n 表示皮质骨在高、低应变率下不同的应变率敏感性,其中 $m < 1$, $n \geq 1$), τ 为积分变量。

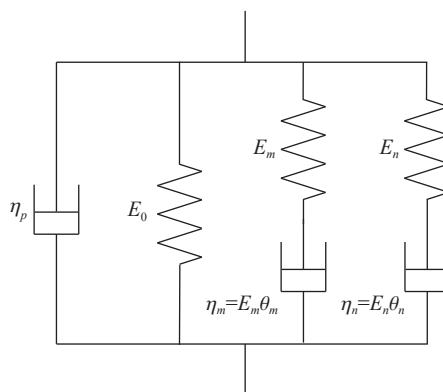


图 21 Cloete 黏弹性本构模型^[17]

Fig. 21 Cloete's viscoelastic constitutive model^[17]

3.2 含损伤的黏弹性本构方程

Cloete 的黏弹性模型仅能描述黏弹性特性,无法描述材料屈服或破坏下的力学行为。结合 DIC 分析,引入损伤函数,建立了含损伤的黏弹性本构模型,其表达式为:

$$\sigma(t) = (1 - D) \left[E_0 \varepsilon(t) + \eta_p \dot{\varepsilon}(t)^p + \int_0^t E_m \dot{\varepsilon}(\tau)^m e^{-\frac{(t-\tau)}{\theta_m}} d\tau + \int_0^t E_n \dot{\varepsilon}(\tau)^n e^{-\frac{(t-\tau)}{\theta_n}} d\tau \right] \quad (11)$$

式中: D 为损伤因子, $0 \leq D \leq 1$ 。

损伤因子^[18-19]可表示为:

$$D = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq \varepsilon_{th} \\ D_0 \dot{\varepsilon}^{a-1} (\varepsilon - \varepsilon_{th})^b & \varepsilon > \varepsilon_{th} \end{cases} \quad (12)$$

式中: ε_{th} 为损伤演化的应变阈值, D_0 为初始损伤因子, a 为应变率相关的指数因子, b 为损伤应变指数因子。

应变阈值 ε_{th} 依赖于应变率,可通过实验拟合获得,其表达式为:

$$\varepsilon_{th} = 0.031\,92 - 8.43 \times 10^{-6} \dot{\varepsilon} \quad (13)$$

松弛时间 θ_m 约为 $10 \sim 10^2$ s, θ_n 约为 $10^{-6} \sim 10^{-4}$ s,其将在各自有效影响区范围内发挥作用^[20]。在低应变率时,高应变率响应的 Maxwell 单元在加载时出现松弛,高应变率积分项可忽略,如图 22(a) 所示,式 (11) 可简化为:

$$\sigma(t) = (1 - D) \left[E_0 \varepsilon(t) + \eta_p \dot{\varepsilon}(t)^p + \int_0^t E_m \dot{\varepsilon}(\tau)^m e^{-\frac{(t-\tau)}{\theta_m}} d\tau \right] \quad (14)$$

在高应变率时, 撞击时间较短, 低频响应来不及松弛, 将第 1 个 Maxwell 单元当作弹簧处理, 如图 22(b) 所示, 式 (11) 可简化为:

$$\sigma(t) = (1-D) \left[E_0 \varepsilon(t) + \eta_p \dot{\varepsilon}(t)^p + E_m \varepsilon(t)^m + \int_0^t E_n \dot{\varepsilon}(\tau)^n e^{-\frac{(t-\tau)}{\theta_n}} d\tau \right] \quad (15)$$

利用 4 组不同应变率下的实验数据 ($\dot{\varepsilon}=0.001$ 、 0.01 、 300 、 $1\,800\text{ s}^{-1}$), 采用列文伯格-马夸尔特算法进行参数拟合, 参数拟合结果如表 2 所示。其中 $a>1$, 表明随着应变率的增大, 皮质骨的破坏应变减小, 呈现冲击脆化, 与实验观察的现象一致。

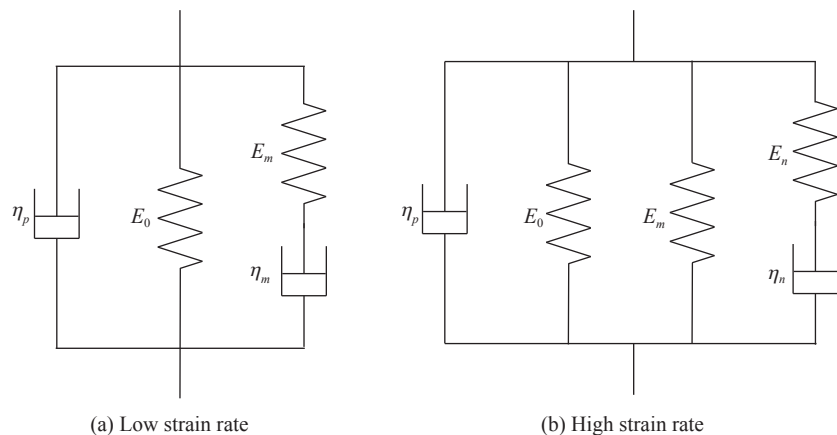


图 22 低应变率和高应变率时本构模型示意图

Fig. 22 Schematic illustration of the constitutive model at low strain rates and high strain rates

表 2 含损伤的黏弹性本构模型参数

Table 2 Parameters of the viscoelastic constitutive model with damage

D_0	a	b	E_0/MPa	$\eta_p/(\text{MPa}\cdot\text{s})$	E_m/MPa	θ_m/s	E_n/MPa	θ_n/s	m	n	p
1.2	1.1	0.7	2.3×10^3	0.001	2.1×10^3	5.7×10^{-6}	2.0×10^4	14.8	0.99	1.0	0.99

图 23 为拟合曲线与实验曲线的对比。因对连续变量进行拟合和预测, 采用决定系数 R^2 评价拟合结果, 具体数值见表 3。可见, 含损伤的黏弹性本构模型在准静态和动态条件下, 理论值与实验值误差较小, 一致性较好, 能较为准确描述皮质骨在不同应变率下压缩力学行为。

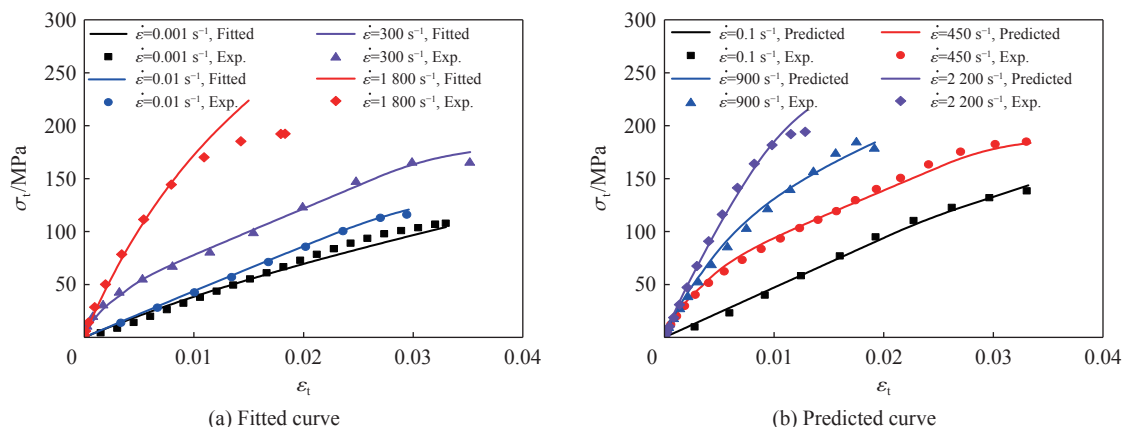


图 23 拟合曲线与实验曲线对比

Fig. 23 Comparison of fitted curve with experimental curve

表 3 拟合决定系数 R^2 Table 3 Coefficient of determination R^2

$\dot{\epsilon}/s^{-1}$	0.001	0.01	0.1	300	450	900	2200
R^2	0.997	0.999	0.982	0.996	0.990	0.984	0.998

4 结 论

针对皮质骨抗冲击性能, 对其开展了准静态和动态压缩实验, 利用超景深三维显微系统和 DIC 技术分析了损伤形态, 考虑应变率效应, 建立了含损伤的黏弹性本构模型, 得到如下主要结论。

(1) 准静态加载时, 皮质骨应力-应变曲线包括弹性变形和塑性变形阶段, 且具有明显的应变率效应, 弹性模量、屈服应力和压缩强度随应变率的增加而显著提高。

(2) 在高应变率加载时, 应力-应变曲线在应变小于 0.2% 时具有线弹性特性, 随着压缩量的增加呈现高度的非线性, 无显著塑性变形, 表现出一定的黏弹性特征。弹性模量可用变形初始阶段线性部分斜率表示, 进一步压缩后曲线斜率下降, 出现应变软化, 直至试件破碎, 弹性模量、压缩强度均远高于准静态加载, 表现出明显的应变率敏感性, 但破坏应变随应变率的增大而减少, 产生冲击脆化现象。

(3) 低应变率压缩破坏主要为沿股骨轴向断裂, 骨板圆弧状逐层向外分层, 试件断裂表面具有微小管道结构, 该结构一定程度上降低了此处的断裂韧度, 使其裂纹更易扩展。高应变率压缩时, 轴向裂纹扩展不易偏斜且断面较平直, 同时被裂纹剥离的外层骨板与透射杆接触处出现蜷曲, 骨密质表面出现明显的轴向裂纹。随后, 轴向裂纹和横向裂纹持续扩展, 彼此勾连, 试件最终形成较小碎片, 部分为粉末状, 并从自由处喷射而出。

(4) 利用含损伤的黏弹性本构模型对实验结果进行拟合, 理论值与实验值误差较小, 能较好表征皮质骨在低变率和高应变率下的压缩力学行为。

参考文献:

- [1] COWIN S C. Bone mechanics handbook [M]. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2001: 1–4. DOI: 10.1201/b14263.
- [2] 张冠军, 邓先攀, 杨洁, 等. 皮质骨试样制备及其材料参数识别方法研究 [J]. 中国生物医学工程学报, 2017, 36(1): 75–82. DOI: 10.3969/j.issn.0258-8021.2017.01.010.
ZHANG G J, DENG X P, YANG J, et al. A study on cortical bone specimens preparation and method to calculate the mechanical parameters [J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2017, 36(1): 75–82. DOI: 10.3969/j.issn.0258-8021.2017.01.010.
- [3] 李昕, 陈利, 张庆明, 等. 猪下肢骨骼的冲击压缩试验研究 [J]. 中国测试, 2016, 42(10): 63–67. DOI: 10.11857/j.issn.1674-5124.2016.10.012.
LI X, CHEN L, ZHANG Q M, et al. Research on shock compression test of pig's lower limb [J]. China Measurement & Test, 2016, 42(10): 63–67. DOI: 10.11857/j.issn.1674-5124.2016.10.012.
- [4] SANBORN B, FOSTER M. Effect of loading rate and orientation on the compressive response of human cortical bone [R]. Army Research Laboratory Technical Report, 2008. ARL-TR-6907.
- [5] KULIN R M, JIANG F C, VECCHIO K S. Loading rate effects on the R -curve behavior of cortical bone [J]. Acta Biomaterialia, 2011, 7(2): 724–732. DOI: 10.1016/j.actbio.2010.09.027.
- [6] 安兵兵, 李凯, 张东升. 皮质骨断裂力学行为的实验研究 [J]. 力学学报, 2010, 42(6): 1164–1171. DOI: 10.6052/0459-1879-2010-6-lxxb2009-604.
AN B B, LI K, ZHANG D S. An experimental approach on fracture behavior of cortical bones [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2010, 42(6): 1164–1171. DOI: 10.6052/0459-1879-2010-6-lxxb2009-604.
- [7] 曾焱. 适用于碰撞人体有限元模型的下肢皮质骨材料率变异性实验研究 [D]. 重庆: 重庆理工大学, 2019: 9–53.
ZENG X. Experiment research on strain rate dependency of material properties of lower limb cortical bone applied for human safety finite element models [D]. Chongqing: Chongqing University of Technology, 2019: 9–53.

- [8] 雷建银. 不同工况下骨盆的生物力学响应研究 [D]. 太原: 太原理工大学, 2018: 69–85.
LEI J Y. The biomechanical response research of pelvis under different working conditions [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2018: 69–85.
- [9] 顾红跃. 长骨力学特性沿轴向和周向的变化研究 [D]. 长沙: 湖南大学, 2021: 33–45. DOI: [10.27135/d.cnki.ghudu.2021.003644](https://doi.org/10.27135/d.cnki.ghudu.2021.003644).
GU H Y. Study on axial and circumferential variations of mechanical properties of long bone [D]. Changsha: Hunan University, 2021: 33–45. DOI: [10.27135/d.cnki.ghudu.2021.003644](https://doi.org/10.27135/d.cnki.ghudu.2021.003644).
- [10] 翟乃川. 皮质骨微观结构和骨矿物密度对其力学特性的影响研究 [D]. 长沙: 湖南大学, 2018: 19–32.
ZHAI N C. Effect of microstructure and bone mineral density on mechanical properties of cortical bone [D]. Changsha: Hunan University, 2018: 19–32.
- [11] 蔡志华, 周培月, 汪剑辉, 等. 骨组织准静态和动态压缩试验与本构模型研究 [J]. *实验力学*, 2021, 36(3): 389–396. DOI: 10.7520/1001-4888-21-033.
CAI Z H, ZHOU P Y, WANG J H, et al. Study on quasi-static and dynamic compression tests and constitutive model of bone tissue [J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2021, 36(3): 389–396. DOI: 10.7520/1001-4888-21-033.
- [12] 张佃元, 于晨, 郝文勇, 等. 爆炸冲击载荷下猪肺部的损伤特性 [J]. *爆炸与冲击*, 2024, 44(12): 121433. DOI: 10.11883/bzycj-2024-0262.
ZHANG D Y, YU C, HAO W Y, et al. Injury properties of porcine lung under blast load [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2024, 44(12): 121433. DOI: 10.11883/bzycj-2024-0262.
- [13] LIU K, WU Z L, REN H L, et al. Strain rate sensitive compressive response of gelatine: experimental and constitutive analysis [J]. *Polymer Testing*, 2017, 64: 254–266. DOI: 10.1016/j.polymertesting.2017.09.008.
- [14] 余同希, 邱信明. 冲击动力学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2011: 39–40.
YU T X, QIU X M. Introduction to impact dynamics [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2011: 39–40.
- [15] 李国和, 王敏杰. 淬硬 45 钢在高温、高应变率下的动态力学性能及本构关系 [J]. *爆炸与冲击*, 2010, 30(4): 433–438. DOI: 10.11883/1001-1455(2010)04-0433-06.
LI G H, WANG M J. Dynamic mechanical properties and constitutive relationship of hardened steel (45HRC) under high temperature and high strain rate [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2010, 30(4): 433–438. DOI: 10.11883/1001-1455(2010)04-0433-06.
- [16] 王尚城, 王冬梅, 汪方, 等. 人骨拉伸和压缩力学的性能测试 [J]. *中国组织工程研究*, 2013, 17(7): 1180–1184. DOI: 10.3969/j.issn.2095-4344.2013.07.008.
WANG S C, WANG D M, WANG F, et al. Tensile and compressive mechanical property of human bone tissue [J]. *Chinese Journal of Tissue Engineering Research*, 2013, 17(7): 1180–1184. DOI: 10.3969/j.issn.2095-4344.2013.07.008.
- [17] CLOETE T J, PAUL G, ISMAIL E B. Hopkinson bar techniques for the intermediate strain rate testing of bovine cortical bone [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2014, 372(2015): 20130210. DOI: 10.1098/rsta.2013.0210.
- [18] 王礼立, 董新龙, 孙紫建. 高应变率下计及损伤演化的材料动态本构行为 [J]. *爆炸与冲击*, 2006, 26(3): 193–198. DOI: 10.11883/1001-1455(2006)03-0193-06.
WANG L L, DONG X L, SUN Z J. Dynamic constitutive behavior of materials at high strain rate taking account of damage evolution [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2006, 26(3): 193–198. DOI: 10.11883/1001-1455(2006)03-0193-06.
- [19] 孙朝翔, 鞠玉涛, 郑亚, 等. 双基推进剂的高应变率力学特性及其含损伤 ZWT 本构 [J]. *爆炸与冲击*, 2013, 33(5): 507–512. DOI: 10.11883/1001-1455(2013)05-0507-06.
SUN C X, JU Y T, ZHENG Y, et al. Mechanical properties of double-base propellant at high strain rates and its damage-modified ZWT constitutive model [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2013, 33(5): 507–512. DOI: 10.11883/1001-1455(2013)05-0507-06.
- [20] 王礼立. 爆炸/冲击动力学学习研究中的若干疑惑 [J]. *爆炸与冲击*, 2021, 41(1): 011401. DOI: 10.11883/bzycj-2020-0415.
WANG L L. Some doubts in studying explosion/impact dynamics [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2021, 41(1): 011401. DOI: 10.11883/bzycj-2020-0415.

(责任编辑 王影)