爆 炸 与 冲 击
Explosion and Shock Waves
DOI：10.11883/bzycj-2025-0157

C120 超高强度混凝土力学性能及HJC 模型参数研究*

冯成良[1,2]，刘宗伟[2]，李东伟[2]，谭正军[2]，王锋[2]

（1. 北京理工大学 爆炸科学与技术国家重点实验室，北京 100081；
2. 重庆红宇精密工业集团有限公司，重庆 402760.）

摘　要：针对弹丸侵彻 C120 超高强度混凝土数值模拟中材料模型参数缺乏的问题，系统开展了 C120 超高强度混凝土的静动态力学性能测试与 HJC 本构模型参数标定研究。通过静态单轴压缩试验、三轴压缩试验和巴西劈裂试验获得了 C120 超高强混凝土的基本力学参数；采用准静态压缩试验和分离式霍普金森压杆动态压缩试验，测试了不同应变率条件下的动态力学响应特性；通过一维拉格朗日高压冲击试验获得了高压状态方程参数。基于系统试验数据，拟合确定了 HJC 模型的强度参数、损伤参数和状态方程参数。试验结果表明：C120 超高强混凝土具有明显的应变率强化效应，在准静态至高应变率范围内，抗压强度随应变率提高呈显著增长趋势。标定的 HJC 模型主要参数包括内聚力系数、压力硬化系数和应变率系数等。采用标定参数建立了侵彻数值模型，开展了弹丸垂直侵彻 C120 超高强混凝土靶的仿真计算与试验验证，仿真计算的侵彻余速与试验结果误差小于百分之三，验证了模型参数的准确性。研究成果可为超高强度混凝土侵彻弹丸设计、抗侵彻分析及数值仿真计算提供可靠的材料模型参数支撑。

关键词：C120 超高强度混凝土；静态力学性能；动态力学性能；HJC 模型；参数标定
中图分类号：TU528.31　　**国标学科代码：**430.25　　**文献标识码：**A

Mechanics performance and HJC model parameters of C120 ultra-high strength concrete

FENG Chengliang[1,2]，LIU Zongwei[2]，LI Dongwei[2]，TAN Zhengjun[2]，WANG Feng[2]

(*1. State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;*
2. Chongqing Hongyu Precision Industry Group Co.,Ltd, Chongqing 402760, China;)

Abstract: Aiming at the lack of material model parameters in the numerical simulation of projectile penetration into C120 ultra-high-strength reinforced concrete, a systematic study was conducted on the static and dynamic mechanical property testing of ultra-high-strength concrete, and the calibration of parameters for the Holmquist-Johnson-Cook (HJC) constitutive model. The experimental program included static uniaxial compression tests, triaxial compression tests, Brazilian splitting tests, quasi-static compression tests under various loading rates, split Hopkinson pressure bar (SHPB) tests, and one-dimensional Lagrange high-pressure shock tests. Based on the systematic experimental data, the strength parameters, damage parameters, and equation of state parameters of the HJC model were determined through curve fitting methods. The experimental results demonstrated that C120 concrete exhibits significant strain rate sensitivity, with compressive strength increasing substantially as strain rate increases from quasi-static to dynamic loading conditions. The calibrated HJC model parameters include the normalized cohesive strength

*收稿日期：2025-05-28；　修回日期：2026-11-08；
基金项目：无
第一作者：冯成良（1968－ ），男，工学博士，正高级工程师. E-mail: 512727863@qq.com；
通信作者：刘宗伟（1975－ ），男，工学博士，正高级工程师. E-mail: bitlzw518@sina.com。

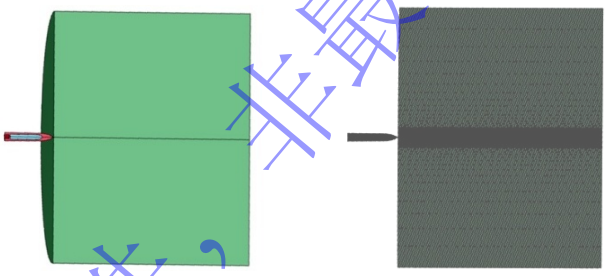
录用稿件，非最终出版稿

coefficient, pressure hardening coefficient, and strain rate coefficient. Numerical simulations of projectile penetration into C120 concrete targets were performed using the calibrated parameters in LS-DYNA finite element software. Validation tests were conducted with projectiles penetrating concrete targets at high velocity. The simulation results showed that the residual velocity error was less than three percent compared to experimental measurements, confirming the accuracy of the calibrated model parameters. This research provides reliable material model parameters for anti-penetration performance analysis and numerical simulation of C120 ultra-high strength concrete protective structures.

Keywords: C120 Ultra-high strength concrete; static mechanical performance; dynamical mechanical performance; Holmquist-Johnson-Cook model；parameter calibration

为提高重要设施的生存能力，除了将其深埋地下以外，通常还会采用岩石或混凝土制作坚固的防护层进一步对其保护。随着防护材料技术的发展，混凝土防护材料正在从 C40~C60 普通混凝土向 C80 ~C100 高强度混凝土甚至 C120 超高强度混凝土发展。同时，如何高效破坏这类高强度防护设施，也逐步成为国内外弹药研究人员关注的重点[1-2]。

采用数值模拟方法开展如图 1 所示的侵彻混凝土弹丸设计，是一种经济高效的工程设计方法。为提高数值模拟的准确性，就必须合理选择混凝土的材料模型，且准确获得材料模型参数。但混凝土是一种由骨料、水泥、矿物掺合料、外加剂等组成的非均质材料，具有阻抗小、孔隙率较高、质脆易碎等特点，在弹丸侵彻作用下的响应主要有弹性变形、开裂、孔隙压实、完全压实等状态，力学响应准确描述较难，动态力学性能测试难度较大。为此，国内外学者开展了大量的混凝土力学性能测试和材料模型构建研究[3-5]。



(a) Geometric model (b) Grid model

图 1 弹丸侵彻混凝土仿真模型

Fig.1 Numerical simulation model of projectiele pnetrating concrete

对于 C60 及以下普通强度混凝土，Richart 等[6]、Rosenthal 等[7]以及 Mills 等[8]通过开展中低强度混凝土的单轴及多轴压缩试验，奠定了混凝土多轴强度理论的基础。在动态本构模型方面，Holmquist 等[9]提出了 HJC 模型，用以描述混凝土在冲击荷载下的大变形、高应变率及高压效应。王明洋等[10]、闫东明[11]则重点研究了准静态与动态条件下应变率对混凝土力学参数的影响规律。目前，C40-C60 混凝土的材料模型参数已趋于成熟，并在工程实际中得到了广泛应用[12-17]。

近年来，随着高性能混凝土技术的发展，C80-C100 高强混凝土的力学性能研究逐步受到关注。在静态力学性能方面，Candappa 等[18]研究了 C80-C100 混凝土的单轴压缩性能，发现高强混凝土的脆性特征更加明显，峰值后软化段更陡；Attard 等[19]开展了 C80 混凝土的三轴压缩试验，揭示了围压对高强混凝土强度和延性的显著影响规律；Aslani 等[20]系统研究了 C100 混凝土在不同围压下的应力应变特性，建立了考虑围压效应的本构关系。在动态力学性能方面，Lai 等[21]采用 SHPB 技术研究了 C80 混凝土的高应变率响应特性，发现应变率敏感性随混凝土强度等级提高而降低；Zhang 等[22]研究了 C90 混凝土在不同应变率下的动态强度增长因子，提出了适用于高强混凝土的应变率效应经验公式；Guo 等[23]对比分析了 C60 与 C100 混凝土的动态力学行为差异。在材料模型方面，Xu 等[24]

录用稿件，非最终出版稿

基于 C80 混凝土试验数据标定了 HJC 模型参数，Wang 等[25]提出了适用于高强混凝土的改进 HJC 模型，Kong 等[26]利用数值模拟方法研究了 HJC 模型参数对高强混凝土侵彻响应的影响规律。

在 C120 超高强度混凝土的力学性能研究方面，Sheikh 等[27]开展了 120 MPa 超高强度混凝土三轴压缩试验，获得了不同围压下混凝土的应力应变曲线和破坏形态，掌握了超高强度混凝土的准静态特性，但未开展动态试验，缺乏动态力学特性数据。张雪岩等[28]开展了 120 MPa 超高强度混凝土的准静态单轴压缩、双轴压缩和三轴压缩试验，得到了不同条件下的混凝土应力应变曲线，建立了基于 Otteson 屈服条件的本构模型，并尝试构建了 HJC 材料模型参数，但由于缺乏 C120 混凝土的动态压缩试验数据，其 HJC 模型参数主要通过参照 C45 混凝土数据进行插值获得，准确性有待验证。Yu 等[29]研究了超高强度混凝土的尺寸效应和破坏机理，但强度等级仅达到 C100。Li 等[30]和 Meng 等[31]虽然开展了超高强度混凝土的 SHPB 试验研究，但主要针对纤维增强混凝土，与普通 C120 混凝土的力学特性存在显著差异。Bischoff 等[32]和 Perry 等[33]研究了高强度混凝土的应变率效应，发现 C80-C100 高强度混凝土在低应变率下的应变率敏感性明显低于普通强度混凝土。总体而言，C120 超高强度混凝土的动态力学性能数据，尤其是高应变率条件下的力学性能数据仍然缺乏，基于系统试验数据的、具有工程应用价值的 C120 超高强度混凝土 HJC 模型参数尚未建立，这制约了弹丸对 C120 超高强度混凝土侵彻性能的准确预测和优化设计。

为此，本文针对 C120 超高强度混凝土，系统开展了力学性能试验研究，包括单轴压缩、巴西劈裂、三轴压缩、准静态压缩、分离式霍普金森压杆（SHPB）和高压冲击试验，获得了不同应力状态和应变率下的完整力学响应数据。基于试验数据，采用最小二乘法拟合确定了 C120 超高强混凝土的 HJC 模型完整参数集，并通过弹丸侵彻试验和参数对比分析验证了模型参数的准确性。研究成果可为侵彻超高强度混凝土弹丸设计、超高强度混凝土防护结构抗侵彻性能分析和优化设计提供可靠的材料模型参数。

1 静态力学性能测试

C120 超高强度混凝土主要由水泥、粗细骨料、矿物掺合料及外加剂等组成，水泥采用 P.O 52.5R 普通硅酸盐水泥，粗骨料为石灰岩碎石（粒径 5~10 mm）、细骨料为青铜峡中砂（粒径≤4.75 mm），详细配合比如表 1 所示，养护环境为温度 20℃±2℃、湿度≥95%、时间 28 天。实测密度约为 2400 kg/m³，部分试验试件如图 2 所示。

表 1 C120 超高强度混凝土配合比

Table 1 Mix proportion of C120 ultra-high strength concrete

材料名称	规格参数	质量 (kg/m³)
水泥	P.O 52.5R 普通硅酸盐水泥	585
粗骨料	石灰岩碎石 (粒径 5~10mm)	975
细骨料	青铜峡中砂 (粒径≤4.75mm)	650
矿物掺和料	复合掺合料	65
减水剂	高效减水剂	7.8
水	拌合用水	117

录用稿件，非最终出版稿



图 2 部分试验试件照片

Fig.2 Partial test specimen photos

1.1 单轴压缩试验

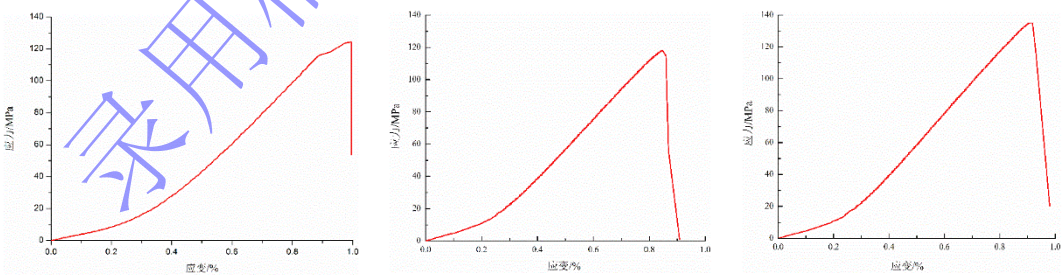
依据 GB/T 50081-2019《混凝土物理力学性能试验方法标准》，采用 2000 kN 电液伺服压力试验机，获取了 3 个有效试样（尺寸Φ50×100mm）的单轴压缩试验，加载速率为 0.5 mm/min。轴向位移传感器通过专用支架固定，测杆接触试件上端面，径向位移传感器采用弹簧式抱箍固定在试件中部（高度 50 mm 处），量程为±5 mm，数据采集系统采样频率设置为 10 Hz。试验装置如图 3（a）所示。加载过程中随着能量的不断积蓄，试件破坏崩飞，呈拉剪复合型破坏，由于试件强度高、脆性大，试件破坏后的完整性较差。获得的轴向应力应变曲线如图 4 所示。



(a) 试验前　　(b) 试验后

图 3 单轴压缩试验前后的典型样品状态

Fig.3 Ultra-strength concrete specimens state before and after uniaxial compression test



D-1　　D-2　　D-3

图 4 单轴压缩应力应变曲线

Fig.4 Relation curve of stress with strain archived by uniaxial compression test

从图 4 可以看出，3 个试件的应力-应变曲线均呈现出典型的弹性-脆性-破坏特征。从曲线可直接读出混凝土试件的单轴抗压强度，并可由曲线弹性段斜率计算出压缩模量，试验结果列于表 2。

录用稿件，非最终出版稿

表 2 单轴压缩试验结果

Table 2 Uniaxial compression test results

编号	泊松比	压缩模量 /(GPa)	抗压强度 /(MPa)
D-1	0.20	17.31	124.38
D-2	0.21	17.49	117.95
D-3	0.19	18.68	134.99
平均值	0.20	17.83	125.77

由表 2 可知，试件 D-3 的抗压强度最高，达到 134.99 MPa；D-2 的抗压强度最低，为 117.95 MPa，三个试件强度与中间值的差最大为 7.33%。符合 GB/T 50081-2019《混凝土物理力学性能试验方法标准》抗压强度试验结果与中间值的差不大于 15%的规定，三个试验结果均有效。由此取平均，单轴抗压强度为 125.77 MPa，C120 超高强混凝土的泊松比为 0.20，压缩模量为 17.83 GPa。根据同济大学杨敏教授研究，弹性模量一般为压缩模量的 2.5~3.5 倍[35]，本文取弹性模量实测压缩模量的 3 倍，即 53.49 GPa。

1.2 巴西劈裂试验

依据 GB/T 50081-2019《混凝土物理力学性能试验方法标准》，采用液压伺服试验机，获得了 3 个有效试件（试件尺寸 Φ50×25mm ）巴西劈裂试验，加载速度为0.5kN/s。试验前后的典型 C120 混凝土试样状态如图 5 所示，试件的破坏主要沿加载方向发生劈裂破坏，破坏后不同裂纹走向与试件中原有弱面和裂隙有关。

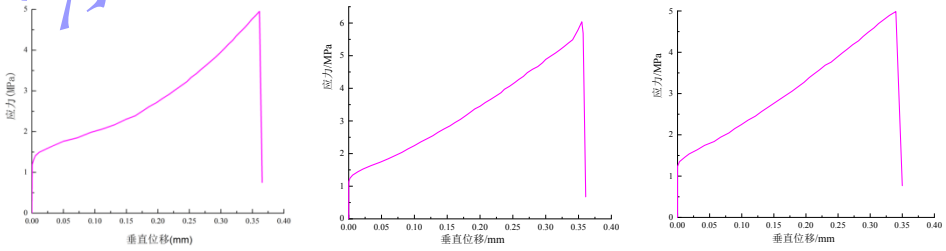


(a) 试验前 (b) 试验后

图 5 巴西劈裂试验前后样品状态

Fig.5 Ultra-strength concrete specimens state before and after Brazilian splitting test

劈裂破坏抗拉曲线如图 6 所示。随着应力的增大，试件的变形逐渐增大，当变形量增大到一定值时，试件所能承受的应力瞬间减小，此时试件被拉断，试件发生劈裂破坏。



P-1 P-2 P-3

图 6 巴西劈裂试验抗拉曲线

Fig.6 Relation curve of stress with displacement archived by Brazilian splitting test

录用稿件，非最终出版稿

根据巴西劈裂试验获取的抗拉曲线，得到 3 个试件的抗拉强度结果见表 3，三个试件抗拉强度最大为 5.68MPa，最小为 4.95MPa，平均值为 5.21MPa。

表 3 劈裂试验结果

Table 3 Brazilian splitting test results

编号	抗拉强度 /（MPa）
P-1	4.95
P-2	5.68
P-3	4.99
平均值	5.21

三个试件测试值与中间值的差最大为 9.02%，符合 GB/T 50081-2019《混凝土物理力学性能试验方法标准》劈裂抗拉试验测试值与中间值的差不超过 15%的规定，三个测试值均有效。结合表 3 可得到 C120 超高强度混凝土的拉压比为 0.041，显著低于普通混凝土的拉压比 0.07-0.10[35]，表明超高强混凝土的脆性特征更加明显。

1.3 三轴压缩试验

采用岩石三轴试验系统开展三轴压缩试验（试件尺寸Φ50×100mm）。参照库仑-莫尔理论，设置 5 种围压工况（0、10、20、40、60 MPa），轴向加载速度为 0.002 mm/min，每种围压条件下至少测得 3 个有效试件，且离散度不超过 15%的三个抗压强度试验数据平均值作为该组试验数据平均值。典型试验结果如图 7 所示。超高强度混凝土在三轴加载条件下，以剪切破坏为主，其主破裂面贯穿混凝土试件整体，并将试件切割成 2 个锥形体。在试件破裂面上可以观察到大量的擦痕和细小的岩样碎块，有些甚至呈现粉末状，分析认为是由于试件在破坏过程中发生了大量的剪切滑移所致。混凝土在不同围压下的全部试件测试结果列于表 4，0 围压抗压强度试验数据直接采用 1.1 节单轴压缩试验结果数据取整。典型应力应变与围压的关系如图 8 所示。

表 4 三轴压缩试验结果

Table 4 Triaxial compression test results

围压/	抗压强度/(MPa)		压缩模量/(GPa)		泊松比		黏聚力	内摩擦
(MPa)	测试值	平均值	测试值	平均值	测试值	平均值	/(MPa)	角 /(°)
0	124	126	17.31	17.83	0.20	0.20	41.7	29.68
	118		17.49		0.21			
	135		18.68		0.19			
10	171	175	29.85	30.54	0.37	0.39		
	173		30.22		0.38			
	181		31.55		0.42			
20	232	237	36.30	37.0	0.31	0.32		
	241		37.85		0.34			
	238		36.85		0.31			
40	266	272	32.70	33.4	0.29	0.30		
	270		33.25		0.31			
	280		34.25		0.30			
60	287	293	33.45	34.1	0.46	0.48		
	290		33.90		0.50			

录用稿件，非最终出版稿

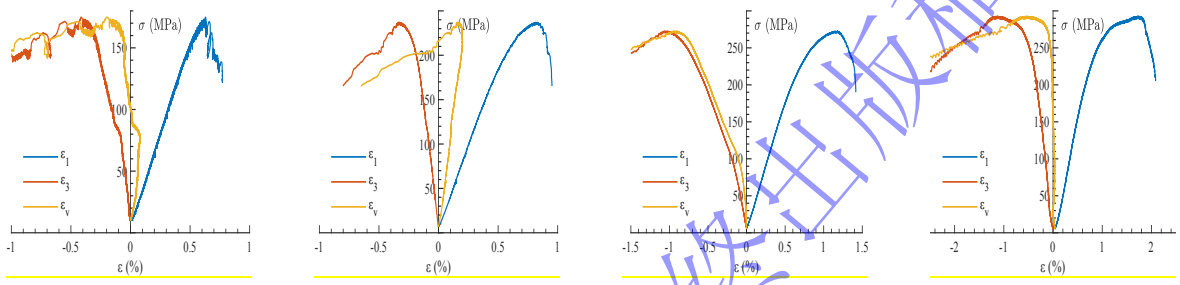
302	34.95	0.48



(a) 试验前　　(b) 试验后

图 7 三轴压缩试验结果

Fig.7 Triaxial compression test results



（a）围压 10MPa　（b）围压 20MPa　（c）围压 40MPa　（d）围压 60MPa

图 8 三轴压缩应力-应变曲线

Fig.8 Triaxial compression stress-strain test curves

从表 4 和图 8（d）可以看出，随着围压从 0 MPa 增至 60 MPa，抗压强度从 126 MPa 提高至 293 MPa，压缩模量也从 17.83 GPa 增至 27.68 GPa，均表现出明显的围压增强效应。

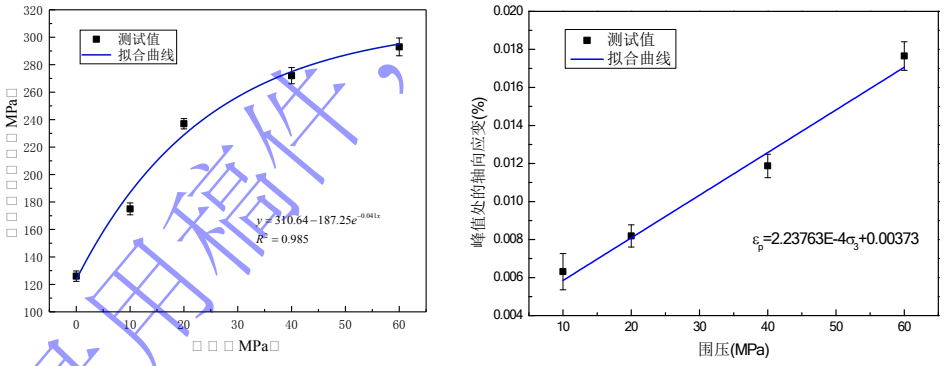


图 9 应力应变与围压的关系曲线

Fig.8 Relation curve of stress with strain under various surround pressure

根据试验数据在 τ-σ 坐标图上绘制莫尔应力圆，根据库仑-莫尔强度理论确定混凝土试件的黏聚力和内摩擦角，如图 10 所示。

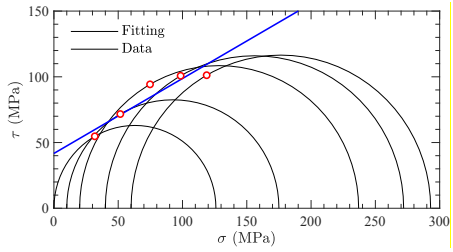


图 10 摩尔应力圆

录用稿件，非最终出版稿

Fig.10 Mohr's circle of stress

试验结果表明，在三轴压缩条件下，混凝土抗压强度随围压的增大而升高，破坏后的完整性也大幅提高，围压可有效的限制混凝土试样受压过程中的径向变形。围压越高，应力-应变曲线在线性上升阶段体现出来的陡峭程度越明显。

通过摩尔应力圆，拟合得到 $\tau=0.57\sigma+41.7$，由此得到超高强度混凝土试件的内摩擦角为 29.68°，内聚力为 41.7MPa。

1.4 准静态压缩试验

依据 GB/T 50081-2019《混凝土物理力学性能试验方法标准》，采用位移控制加载方式，对尺寸为Φ50×100mm 的试样开展了不同应变率下的单轴压缩试验，轴向加载速度 v 分别为 5 mm/min、10 mm/min、15 mm/min、20 mm/min、25 mm/min，每种加载速率条件下测试 3 个有效数据。由试样长度 100mm，可知应变率 $\dot{\varepsilon}=v/(60\times100)$ 的范围为 $8.33\times10^{-4}s^{-1}\sim4.17\times10^{-3}s^{-1}$，试件在不同应变率条件下的破坏结果如图 11 所示。混凝土试件呈拉剪复合型破坏，破坏后的试件呈不同程度的崩落，随着加载速率提高，破坏后试件的完整程度呈降低的趋势。



5 mm/min　10 mm/min　15 mm/min　20 mm/min　25 mm/min

图 11 准静压单轴压缩试验结果

Fig.11 Results of quasi-static compression under various strain rate

不同应变率条件下的抗压强度和压缩模量测试结果列于表 5。抗压强度随应变率的变化规律如图 12 所示，随着加载速率的提高，超高强度混凝土的单轴抗压强度呈快速增长趋势，加载速率由 5 mm/min 增加至 25 mm/min 时，单轴抗压强度由 124.0 MPa 提高至 138.42 MPa。

表 5 准静态压缩试验结果

Table 5 Results of quasi-static compression test

加载速率	应变率 /(/s)	压缩模量 /(GPa)		单轴抗压强 /(MPa)	
		测试值	平均值	测试值	平均值
5 mm/min	8.33E-04	22.15	22.62	121.50	124.00
		23.08		125.85	
		22.63		124.65	
10 mm/min	1.67E-03	16.88	17.31	122.20	124.38
		17.65		126.45	
		17.40		124.49	
15 mm/min	2.50E-03	17.68	18.13	123.80	126.04
		18.55		127.70	
		18.16		126.62	
20 mm/min	3.33E-03	16.90	17.25	126.05	128.69
		17.75		130.35	

录用稿件，非最终出版稿

		17.10		129.67	
		19.65		135.60	
25 mm/min	4.17E-03	20.48	20.11	140.85	138.42
		20.20		138.81	

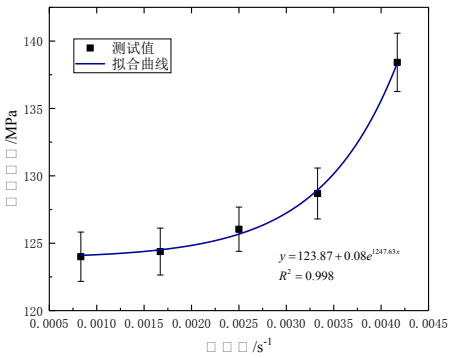


图 12 抗压强度随应变率变化关系

Fig.12 Relation curve of concrete compressive strength with strain rate

从图 12 的拟合曲线可以看出，在准静态条件下，应变率强化效应不显著，但随着应变率的增加，抗压强度有呈指数增长的趋势，应变率从 8.33×10^{-4} /s 增加至 4.17×10^{-3} /s，抗压强度增幅约 11.6%。

2 动态力学性能测试

依据国际岩石力学学会(ISRM)建议方法开展了 SHPB 动态力学性能测试（尺寸 ），如图 13 所示，端面不平行度和不垂直度均小于±0.02 mm，应变率测试范围覆盖 74 $/s^{-1}$ 至 248 $/s^{-1}$。剔除预试验及动态应力不平衡等无效数据后，获得 8 组有效试验数据。



图 13 超高强度混凝土动态力学性能试件和 SHPB 试验测试系统

Fig.13 Dynamical mechanics performance specimen of ultra strength concrete and SHPB test system

考虑到混凝土材料的阻抗较低、脆性较大，很难在试件破坏前达到应力平衡而不满足 SHPB 试验均匀性的假定，因此选用如图 14 所示的纺锤形子弹撞击入射杆，产生上升沿相对平缓的半正弦波作为加载波，以保证混凝土试件在破坏前达到应力平衡。



图 14 混凝土动态力学性能测试加载子弹

Fig.14 SHPB bullet using for dynamical mechanics performance test of concrete

试验过程中得到的典型入射波、反射波、透射波曲线如图 15 所示，结果表明混凝土试件在破坏前基本达到应力平衡，测试结果有效。

录用稿件，非最终出版稿

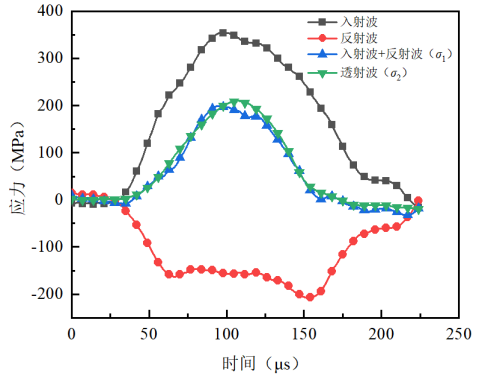


图 15 实测波形及应力平衡状态

Fig.15 Waves and balance state of SHPB stress

混凝土试件在不同应变率条件下的抗压强度及失效应变结果列于表 6，表中数据为各应变率水平下 3-4 个有效平行试验结果的平均值，失效应变均随应变率单调增长，测试曲线如图 16 所示。

表 6 动态力学性能测试结果

Table 6 Results of ultra strength concrete SHPB test

序号	应变率 /(/s)	抗压强度 /(MPa)	失效应变 /(×10^{-6})
1	74.12	195.3	4461
2	92.36	210.4	5566
3	167.2	233.15	6954
4	181.76	245.6	7659
5	209.43	234.8	7623
6	217.2	240.35	8476
7	246.34	255.2	9216
8	247.7	242.41	9268

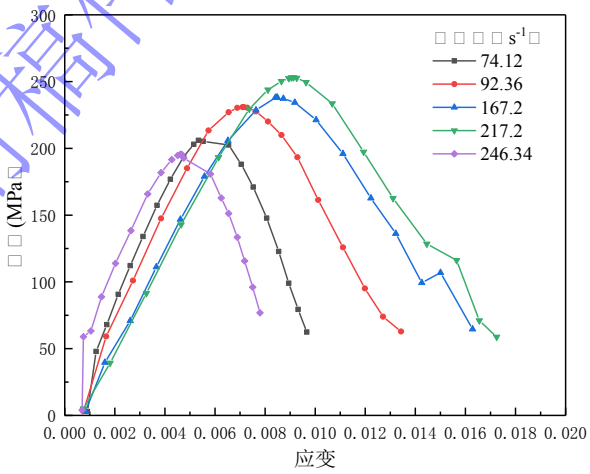


图 16 不同应变率条件下的应力应变曲线

Fig.16 Curves of ultra strength concrete stress under various strain rate

受 SHPB 试验设备限制，SHPB 试件尺寸（Φ30mm）小于准静态试验试件（Φ50mm），可能存在一定的尺寸效应影响。根据 Li 和 Meng[30]关于混凝土 SHPB 试验的研究，试件尺寸在 30-100

录用稿件，非最终出版稿

mm 范围内变化时，强度差异小于 5%；Bischoff 和 Perry[31]的研究也表明，尺寸效应对动态强度提高因子（DIF）的影响有限。考虑到尺寸效应，本文采用准静态压缩试验数据（应变率 4.17×10^{3} s^{-1} 时强度 138.42 MPa）作为计算 DIF 的基准，而非标准单轴试验数据，以减小尺寸差异的影响。试验获得的 DIF 值（1.41-1.84）与文献报道的 C100-C120 混凝土 DIF 范围基本一致[32-34]，表明尺寸效应的影响有限，不影响主要结论。

试验获得超高强度混凝土在 74/s~248/s 应变率范围内的动态应力应变关系。在该应变率范围内，超高强度混凝土动态单轴抗压强度 σ_d 在 195MPa~255MPa 之间，ε_p 在 4461×10^{-6}~9268×10^{-6} 之间。在试验条件下，超高强度混凝土的动态单轴抗压强度随应变率的增大基本呈线性增大关系，如图 17 所示。两者间的拟合函数关系如式(1)所示，超高强度混凝土的失效应变与应变率同样表现出较强的正线性相关性，如图 18 所示，其拟合函数关系如式(2)所示。

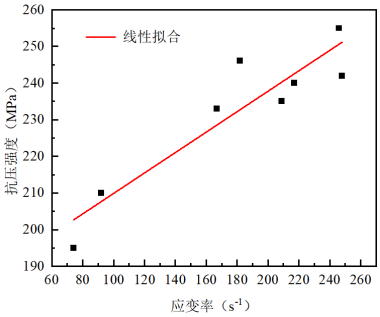


图 17 动态单轴抗压强度-应变率关系

Fig16 Dynamic uniaxial compressivestrength-strain rate relationship

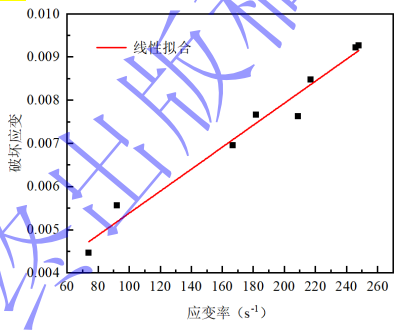


图 18 失效应变-应变率关系

Fig17 Failure strain-strain rate relationship

$$\sigma_d = 0.28\dot{\varepsilon} + 182 \tag{1}$$

$$\varepsilon_p = 2.55e-5\dot{\varepsilon} + 2.84e-3 \tag{2}$$

超高强度混凝土试件在不同应变率条件下的破碎状态如图 19 所示，应变率越大，混凝土破坏后的碎块越小。从图 18 可以看出，低应变率下（74 s^{-1}）试件破碎尺寸较大（10-20 mm），呈劈裂破坏模式；高应变率下（246 s^{-1}），试件粉碎较严重，碎块尺寸较小（5 mm），呈粉碎性破坏。这一对比清晰地反映了应变率对破坏模式的显著影响规律。



74s^{-1} 92s^{-1} 167s^{-1} 217s^{-1} 246s^{-1}

图 19 应变率对混凝土破碎程度的影响

Fig.19 Strain rate effect on concrete fragment degree

3 高压冲击测试

混凝土在弹丸高速侵彻作用下，近区混凝土将处于 GPa 级的高压状态。采用如图 20 所示的一维拉格朗日试验装置测试了 C120 超高强度混凝土的高压冲击特性数据。

录用稿件，非最终出版稿

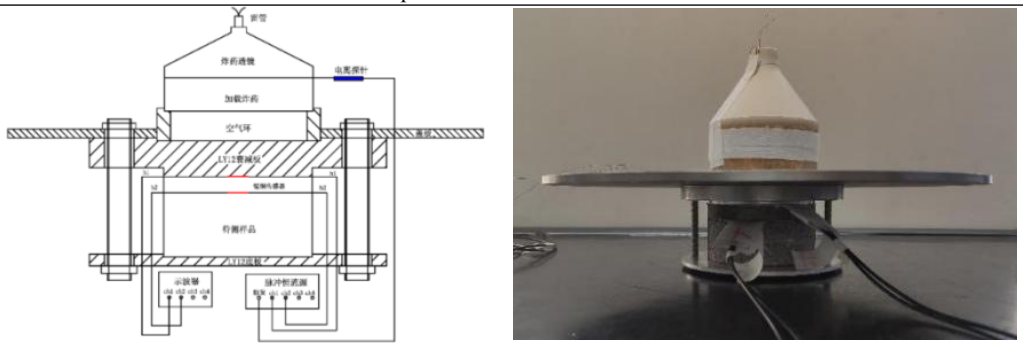


图 20 高压冲击拉格朗日试验装置

Fig.20 Lagrange test device of high pressure shock

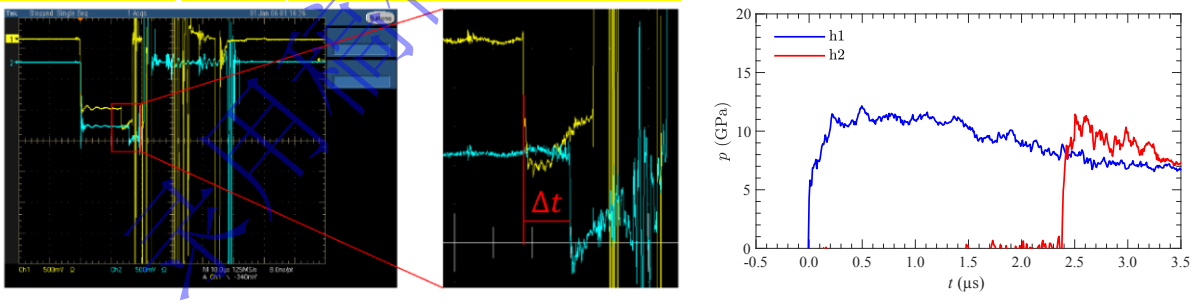
试验共进行了 5 组不同压力工况的测试。每次试验由如图 21 所示的 1 块Φ80×10mm 的薄片混凝土和 1 块Φ80×30mm 的厚片混凝土同心叠放而成，加载到试件上的压力值由锰铜压阻计测试。



图 21 高压冲击混凝土试件

Fig.21 Ultra high strength concrete specimen of high pressure shock test

试验中典型的测试信号如图 22 所示，每发测试信号包含两个传感器记录的信号，传感器 1 和传感器 2 的响应时间之差为 Δt，结合测量得到样品 1 厚度可以计算得到冲击波速度 D_s。另外，从图 22(a)的测试信号中可以读取传感器的初始电压值 V_0 和电压变化值 ΔV，根据传感器的标定曲线可以换算得到传感器的压力值，图 22(b)为换算得到的 h_1 和 h_2 两个拉格朗日位置处传感器的压力时程曲线，加载应变率达到 10^6～10^7 量级，实现了超高应变率加载。



(a)示波器采集的原始信号　　(b)压力时程曲线

图 22 试验典型信号

Fig.22 Typical test signal

高压冲击试验测试结果列于表 7，对试验数据进行拟合，得到了 D_s-U_s、$\mu-P$ 关系曲线，分别如图 23 和图 24 所示。

录用稿件，非最终出版稿

表 7 高压冲击试验结果

Table 7 Results of ultra high strength concrete high pressure shock test

序号	P /(GPa) 测试值	P /(GPa) 平均值	U_s /(km/s)	D_s /(km/s) 测试值	D_s /(km/s) 平均值	ρ /(g/cm³)	μ
	7.08			3.56			
1	7.37	7.21	0.83	3.68	3.61	3.12	0.30
	7.18			3.59			
	8.87			3.82			
2	9.25	9.04	0.97	3.96	3.88	3.20	0.33
	9.18			3.86			
	10.46			4.01			
3	10.83	10.60	1.09	4.10	4.05	3.28	0.37
	10.51			4.04			
	10.98			4.17			
4	11.41	11.17	1.10	4.31	4.23	3.24	0.35
	11.12			4.21			
	13.09			4.43			
5	13.62	13.32	1.23	4.58	4.50	3.31	0.38
	13.25			4.59			

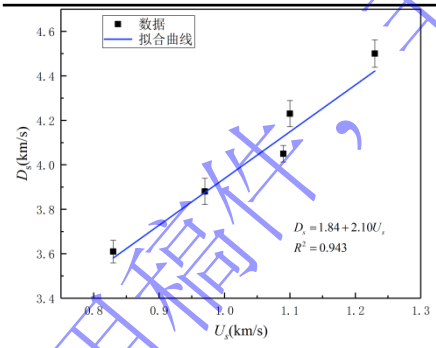


图 23 高压 $D_s - U_s$ 曲线

Fig.23 Relation curve of $D_s - U_s$

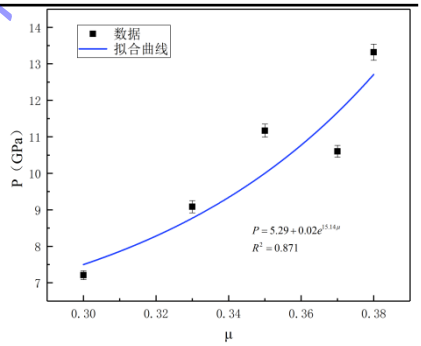


图 24 高压 $P - \mu$ 曲线

Fig.24 Relation curve of $P - \mu$

从图 23 中可以看到 D_s 与 U_s 呈线性关系，采用最小二乘法拟合得到高强度混凝土 Hugoniot 曲线在 D_s 与 U_s 平面上的关系为：

$$D_s = 1.84 + 2.10U_s \tag{3}$$

4 HJC 本构模型及参数拟合

Holmquist-Johnson-Cook (HJC)模型，是一种综合考虑了应变率效应、损伤演化效应、围压效应和压碎、压实效应影响的本构模型[18-19]。因其能较好的描述混凝土类材料在大变形、高应变率和高静水压下的力学行为，已被 LS-DYNA 有限元分析软件引用，广泛应用于混凝土材料的冲击爆炸动态响应分析。HJC 模型描述了有效应力与静水压、损伤状态和应变率之间的关系，主要包括强度模型、损伤模型、状态方程三个方面。

录用稿件，非最终出版稿

强度模型如图 25 所示，表述为：

$$\sigma^* = [A(1-D) + B \cdot P^{*N}] \cdot [1 + C \cdot \ln(\dot{\varepsilon}^*)] \tag{4}$$

式中，无量纲等效应力 $\sigma^* = \sigma / f_c$，σ 为实际等效应力，f_c 为静态抗压强度；D 为损伤因子，$D=1$ 表示完全破碎，$D=0$ 表示无损伤。P^* 为无量纲静水压力，$P^* = p / f_c$，p 为实际静水压力；$\dot{\varepsilon}^*$ 为无量纲应变率，$\dot{\varepsilon}^* = \dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0$，$\dot{\varepsilon}_0$ 为参考应变率，$\dot{\varepsilon}$ 为实际应变率。A、B、C 和 N 为待定系数。

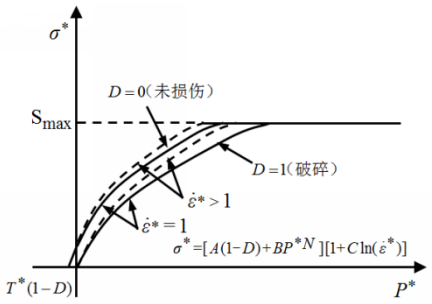


图 25 混凝土 HJC 强度模型示意

Fig.25 HJC constitutive model of ultra strength concrete

损伤模型如图 26 所示，认为损伤是由等效塑性应变和塑性体积应变累积演变而成的，表述为：

$$D = \sum \frac{\Delta\varepsilon_p + \Delta\mu_p}{\varepsilon_p^f + \mu_p^f} \tag{5}$$

式中，$\Delta\varepsilon_p$ 和 $\Delta\mu_p$ 分别为等效塑性应变、塑性体积应变增量，$\varepsilon_p^f + \mu_p^f$ 为当前积分步的塑性应变。

在初始损伤状态下有：

$$D_1 (P^* + T^*)^{D_2} \geq EF_{\min} \tag{6}$$

式中，D_1、D_2 为待定损伤参数；$EF_{\min}$ 为材料断裂时的最小塑性应变。

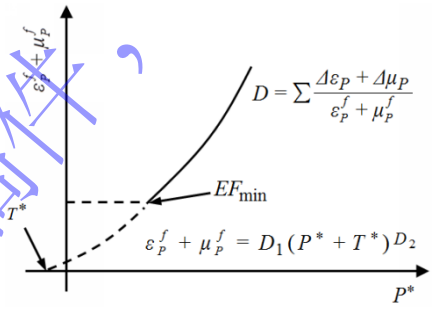


图 26 混凝土 HJC 损伤模型示意

Fig.26 HJC damage model of ultra strength concrete

HJC 状态方程采用如图 27 所示的静水压力 P 和体积应变 μ 的分段函数进行描述：

$$P = \begin{cases} K \cdot \mu, & \mu < \mu_{\text{crush}} \\ P_{\text{crush}} + K_{\text{lock}} (\mu - \mu_{\text{crush}}), & \mu_{\text{crush}} < \mu < \mu_{\text{lock}} \\ \mathrm{K}_1 \cdot \bar{\mu} + \mathrm{K}_2 \cdot \bar{\mu}^2 + \mathrm{K}_3 \cdot \bar{\mu}^3, & \mu > \mu_{\text{lock}} \end{cases} \tag{7}$$

式中，P_{crush} 为弹性极限压力；μ_{crush} 为弹性极限体积应变；P_{lock} 为压实静水压；μ_{lock} 为压实时的体积应变；$K_{\text{lock}} = (P_{\text{lock}} - P_{\text{crush}}) / (\mu_{\text{lock}} - \mu_{\text{crush}})$；$K$、$K_1$、$K_2$ 和 K_3 为待定系数；$\bar{\mu} = (\mu - \mu_{\text{lock}}) / (1 + \mu_{\text{lock}})$。

录用稿件，非最终出版稿

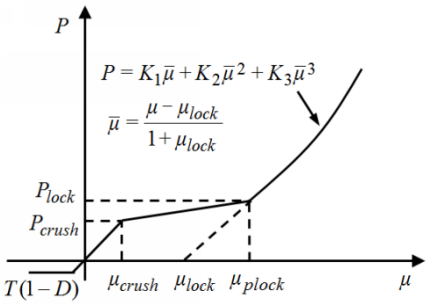


图 27 混凝土 HJC 状态方程示意

Fig.27 Ultra high strength concrete HJC equation of state model

根据式（4）的 HJC 强度模型，在静态单轴抗压试验中，当抗压强度达到极限且试样未损伤（D=0）时，有P = f_c/3，则P* = 1/3；同时应变率 $\dot{\varepsilon}$ 与参考应变率$\dot{\varepsilon}_0$ 一致，则 $\dot{\varepsilon}^*$=1。由此有：

$$A+B\left(\frac{1}{3}\right)^N=1 \tag{8}$$

此时式（4）可简化为：

$$\sigma^*=1+C\ln\dot{\varepsilon}^* \tag{9}$$

利用式（9）对表 4 的试验数据进行线性回归拟合，可得到如图 28 所示的拟合曲线 $\sigma^*=0.0047\ln\dot{\varepsilon}^*+0.9665$（回归系数 0.979），由此可确定出应变率系数$C$ = 0.0047。

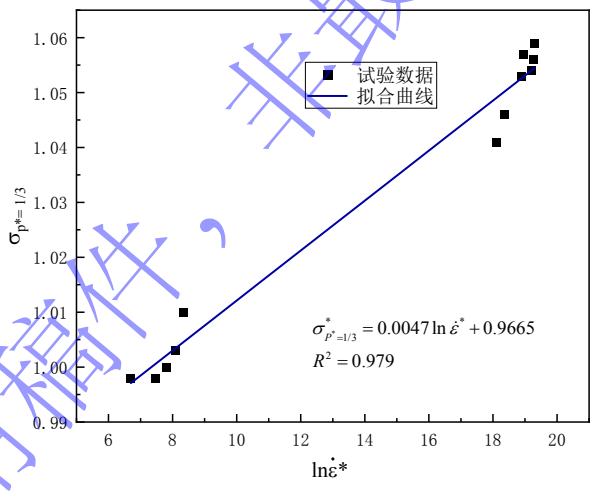


图 28 应变率系数C的拟合曲线

Fig.28 HJC strain rate coefficients fitting curve of ultra high strength concrete

参数A、B和N可通过三轴压缩试验数据进行求解。其中，A为无量纲应变率为 1 时的归一化内聚力强度。利用 Mohr-Coulomb 准则，可得到三轴压缩试验结果与参数A的关系：

$$\tau=c+\sigma\cdot\tan\varphi \tag{10}$$

式中，τ为剪切强度；σ为正应力；c为混凝土的内聚力强度，φ为混凝土的内摩擦角。采用最小二乘法对三轴压缩试验数据进行拟合，可得到$c=41.7$MPa，$\varphi=29.7$，从而$A=c/f_c=0.33$。

由三轴压缩试验数据，可得到无量纲静水压P^*和无量纲等效应力σ^*数据，列于表 8。由式 $\sigma^*=0.33+B\cdot P^{*N}$，可拟合得到系数$B=1.56$、$N=0.73$。

录用稿件，非最终出版稿

表 8 高压冲击试验结果

Table 8 Results of high pressure shock test

围压 σ_3/（MPa）	抗压强度 σ_1/（MPa）	P^*	σ^*
0	126	0.33	1.00
10	175	0.51	1.31
20	237	0.73	1.72
40	272	0.93	1.84
60	293	1.09	1.85

在损伤参数方面，由单轴压缩试验曲线，易知 $\varepsilon_p^f = 0.008$，由此可取 $EF_{\min} = 0.008$。考虑到一般取 $D_2 = 1$，$P^* = 1/6$ 由

$$D_1 = \frac{EF_{\min}}{(P^* + T^*)^{D_2}} \tag{11}$$

可得到 $D_1 = 0.038$。

在状态参数方面，由混凝土强度 f_c 可得到 $P_{\text{crush}} = f_c/3 = 41.92$ MPa。体积模量：

$$K = \frac{E}{2(1-2\nu)} = 29.72\ \text{GPa} \tag{12}$$

$$\mu_{\text{crush}} = P_{\text{crush}} / K = 0.0043 \tag{13}$$

由核磁共振试验测得混凝土样品的平均孔隙率 $q = 2.17\%$，可得到 $\mu_{\text{lock}} = 0.022$。

由拉氏试验数据，通过拟合可得到压实段的系数 $K_1 = 19$ GPa、$K_2 = -69$ GPa、$K_3 = 350$ GPa。

对含有塑性的三轴压缩试验 $\mu - P$ 数据进行线性拟合，并与高压 $\mu - P$ 曲线进行求交，可求得 $P_{\text{lock}} = 1.6$ GPa。

综合上述拟合计算，将 HJC 本构模型参数列于表 9。

表 9 超高强度混凝土 HJC 材料模型参数

Table 9 HJC model preferences of ultra high strength concrete

A	B	C	N	f_c'/MPa	SFMAX	G/GPa	RO
0.33	1.56	0.0047	0.73	125.77	7	18.8	2400

P_{cruh}/Mpa	μ_{crush}	P_{lock}/MPa	μ_{lock}	K1/GPa	K2/GPa	K3/GPa	T/MPa
41.92	0.0043	1600	0.022	19	-69	350	5.2

D1	D2	EFMIN
0.038	1	0.008

至此，通过系统开展 C120 混凝土的静态力学试验（单轴压缩、三轴压缩、巴西劈裂）、动态 SHPB 试验（应变率 74 /s^{-1} 至 248 /s^{-1}）和高压冲击拉格朗日试验，标定了包括强度参数（A、B、C、N）、损伤参数（D1、D2）和状态方程参数（K1、K2、K3）在内的完整 HJC 模型参数。

录用稿件，非最终出版稿

5 试验验证

为验证 C120 超高强度混凝土材料模型参数的准确性，开展了重 25.5kg、尺寸φ98mm × 590mm 弹丸对 C120 超高强度混凝土的仿真计算和试验验证。为消除边界效应的影响，靶标尺寸做到了弹径的 36 倍，由 4 块实测强度为 113MPa、尺寸为 3.5m×3.5m×1m 的 C120 超高强度混凝土靶标拼叠而成，总厚度为 4m。靶标和试验弹丸实物照片如图 28 所示。侵彻过程的高速摄影合成照片如图 29 所示。



图 29 试验靶标和试验弹丸实物照片

Fig.29 Practicality photo of C120 ultra high strength concrete drone and penetration projectile



图 30 试验弹侵彻超高强度混凝土过程

Fig.30 Process of projectile penetrating ultra high strength concrete drone

数值模型采用 LS-DYNA R11.1 有限元软件建立，考虑对称性建立 1/2 对称模型。全模型采用三维八节点实体单元（Solid 164）和 Lagrange 算法，网格总数约 85 万个单元。混凝土靶标采用分区网格划分，核心加密区网格尺寸约 5 mm×5 mm×5 mm，远离中心区域网格由密到疏过渡。弹丸与混凝土靶标间采用侵蚀面面接触算法（CONTACT_ERODING_SURFACE_TO_SURFACE）。

边界条件设置为：对称面施加对称约束，靶标侧面及底面施加固定约束，弹丸初始速度设定为 1400-1500 m/s。混凝土采用 HJC 模型（参数见表 9），弹丸采用 Johnson-Cook 模型（参数见表 10），装药采用 MAT_HIGH_EXPLOSIVE_BURN 模型配合 JWL 状态方程。设置基于等效塑性应变（阈值 0.12）的侵蚀失效准则以模拟混凝土开裂。

表 10 弹丸材料模型参数

Table 10 Material model parameters of the projectile

p/(kg.m^{-3})	G/GPa	A/MPa	B/MPa	*N*	C	M	TM/K
7850	77	1372	835	0.247	0.062	0.84	1793

TR/K	EPSO/s^{-1}

录用稿件，非最终出版稿

294	$1x10^{-6}$

C/(m.s^{-1})	S1	S2	S3	GAMAO	A	VO
4610	1	0.008	0	0	1.67	1



图 31 试验弹侵彻超高强度混凝土仿真模型

Fig.31 Simulation model of projectile penetrating ultra high strength concrete drone

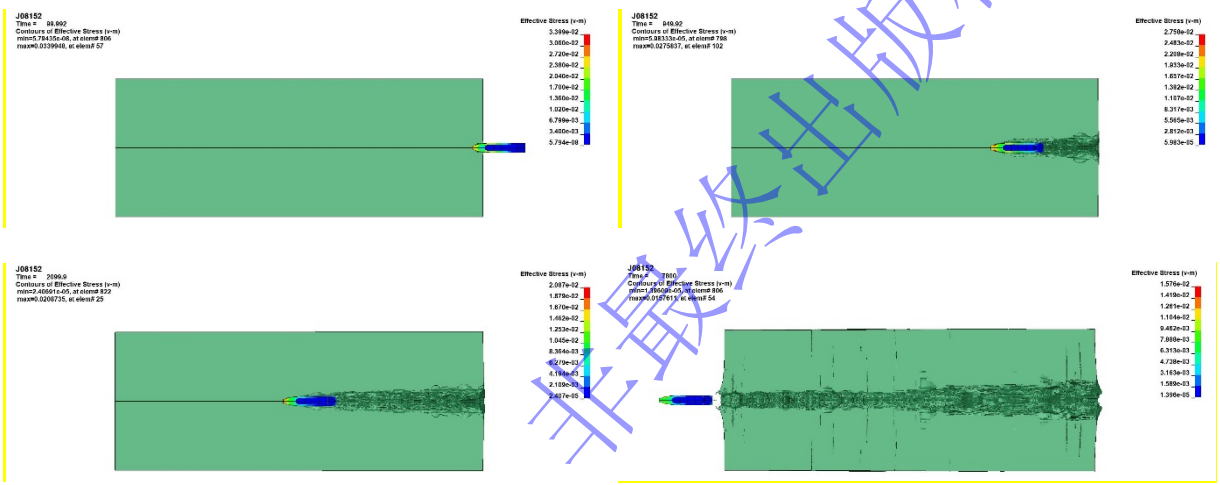


图 32 侵彻过程仿真结果

Fig.32 Penetrating process of projectile penetrating ultra high strength concrete drone

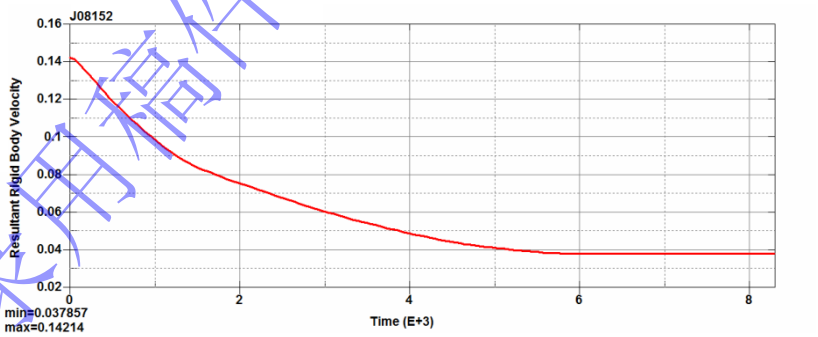


图 33 侵彻速度-时间历程曲线

Fig.33 Simulation result of penetrating velocity and time course curve

余速是评估弹丸侵彻效能最直观和可靠的综合性指标，直接反映了弹丸与靶板相互作用全过程中的能量耗散，包括材料破坏、弹坑成型、弹丸侵蚀等多种物理过程的综合效应。试验与仿真结果的对比如表 11 所示，仿真余速与试验余速的偏差为 2.4%，验证了基于本文标定的 HJC 模型参数能够准确预测弹丸侵彻 C120 混凝土的侵彻效应。

表 11 试验验证和仿真结果

Table 11 Experimental verification and simulation results

录用稿件，非最终出版稿

初速（m/s）	试验余速（m/s）	模型仿真余速（m/s）	误差（%）
1421.4	387.5	378.3	2.4

6 结 论

针对侵彻 C120 超高强度混凝土仿真所需的材料模型及参数确定问题，系统开展了 C120 超高强度混凝土的静态单轴压缩、三轴压缩、巴西劈裂、准静态压缩试验、动态 SHPB 及高压冲击试验，获得了混凝土的静动态力学性能参数，拟合确定了 HJC 材料模型参数，为侵彻 C120 超高强度混凝土仿真计算提供了重要支撑。主要结论有：

（1）C120 超高强度混凝土的单轴抗压强度为 125.77MPa，压缩模量为 17.83GPa，泊松比为 0.20，单轴抗拉强度为 5.21MPa；

（2）C120 混凝土有较明显的应变率增强效应，应变率由 8.33E-04/s 提升到 4.17E-03/s 时，混凝土试件的单轴抗压强度由 124.00MPa 提高至 138.42MPa；应变率由 74.12/s 提升到 247.7/s 时，抗压强度由 195.3MPa 提高到 242.41MPa；

（3）拟合得到了 C120 超高强度混凝土完整的 HJC 材料模型参数，包括强度参数、损伤参数和状态方程参数。验证试验显示，模型参数仿真结果与试验结果偏差为 2.4%，可较准确预测弹丸对超高强混凝土的侵彻效应。

参考文献

[1] Defeating Hardened Buried Targets. Military Technology, 2006(12): 42-45.

[2] 郭美芳. 地下目标与毁伤防护技术发展研究[R]. 北京: 中国国防科技信息中心, 2008.

[3] 邓勇军, 陈小伟, 钟卫洲, 等. 弹丸正侵彻钢筋混凝土靶的试验及数值模拟研究[J]. 爆炸与冲击, 2020, 40 (02): 26-36.
DENG Y J, CHEN X W, ZHONG W Z, et al. Experimental and numerical study on normal penetration of a projectile into a reinforced concrete target[J]. Explosion And Shock Waves, 2020, 40(2): 26-36.

[4] 任会兰, 荣誉, 许香照. 弹丸贯穿混凝土数值模拟的改进材料模型[J]. 爆炸与冲击, 2022, 42 (11): 79-91.
REN H L, RONG Y, XU X Z. An improved material model for numerical simulation of projectile perforating concrete[J]. Explosion And Shock Waves, 2022, 42(11): 79-91.

[5] 孙玉祥, 王杰, 武海军, 等. 混凝土高压状态方程实验与数值模拟研究[J]. 爆炸与冲击, 2020, 40 (12): 4-13.
SUN Y X, WANG J, WU H J, et al. Experiment and simulation on high-pressure equation of state for concrete[J]. Explosion And Shock Waves, 2020, 40(12): 4-13.

[6] RICHART F E, BRANDTZAEG A, BROWN R L. A study of the failure of concrete under combined compressive stresses [M]. University of Illinois, 1928.

[7] ROSENTHAL I, GLUCKLICH J. Strength of plain concrete under biaxial stress [J]. ACI Journal Proceedings, 1970, 67(11): 903-914.

[8] MILLS L L, ZIMMERMAN R M. Compressive strength of plain concrete under multiaxial loading conditions [J]. ACI Journal Proceedings, 1970, 67(10): 802-807.

[9] HOLMQUIST T J, JOHNSON G R, COOK W H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures [C]// Proceedings of the 14th International Symposium on Ballistics. Quebec, Canada, 1993: 591-603.

[10] 王明洋, 郑大亮, 白晓燕. 弹体对钢筋混凝土板-钢板的贯穿计算问题[J]. 爆炸与冲击, 2005, 25(4): 289-295.

录用稿件，非最终出版稿

WANG M Y, ZHENG D L, BAI X Y. Theoretical study on the perforation of reinforced concrete with back-up steel plate(RCBSP) by projectiles[J]. Explosion And Shock Waves, 2005, 25(4): 289-295.

[11] 闫东明. 混凝土动态力学性能试验与理论研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2006.

[12] 刘海峰, 宁建国. 强冲击荷载作用下混凝土材料动态本构模型[J]. 固体力学学报, 2008, 29(3): 231-238.
LIU H F, NING J G. Constitutive model of concrete subjected to intense impact loading[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2008, 29(3): 231-238.

[13] 李耀, 李和平, 巫绪涛. 混凝土 HJC 动态本构模型的研究[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2009, 32(8): 1230-1234.
Li Y, Li H P, Wu X T. Research on the dynamic HJC constitutive model of concrete[J]. Journal of Hefei University of Technology(Natural Science), 2009, 32 (8): 1230-1234.

[14] 吴锋. 混凝土单轴抗拉应力—应变全曲线的试验研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2006.

[15] 尚世明. 普通混凝土多轴动态性能试验研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2013.

[16] 宋帅, 杜闯, 李艳艳. 超高性能混凝土 HJC 本构模型参数确定及应用[J]. 爆炸与冲击, 2023, 43 (05): 57-69.
SONG S, DU C, LI Y Y. Determination and application of the HJC constitutive model parameters for ultra-high performance concrete[J]. Explosion And Shock Waves, 2023, 43(5): 57-69.

[17] 巫绪涛, 孙善飞, 李和平. 用 HJC 本构模型模拟混凝土 SHPB 实验[J]. 爆炸与冲击, 2009, 29 (02): 137-142.
WU X T, SUN S F, LI H P. Numerical simulation of SHPB tests for concrete by using HJC model[J]. Explosion And Shock Waves, 2009, 29(2): 137-142.

[18] Candappa DC, Sanjayan JG, Setunge S. Complete triaxial stress-strain curves of high-strength concrete[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2001, 13(3): 209-215.

[19] Attard MM, Setunge S. Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete[J]. ACI Materials Journal, 1996, 93(5): 432-442.

[20] Aslani F, Jowkarmeimandi R. Stress-strain model for concrete under cyclic loading[J]. Magazine of Concrete Research, 2012, 64(8): 673-685.

[21] Lai J, Sun W. Dynamic behaviour and visco-elastic damage model of ultra-high performance cementitious composite[J]. Cement and Concrete Research, 2009, 39(11): 1044-1051.

[22] Zhang M, Wu HJ, Li QM, et al. Further investigation on the dynamic compressive strength enhancement of concrete-like materials based on split Hopkinson pressure bar tests. Part I: Experiments[J]. International Journal of Impact Engineering, 2009, 36(12): 1327-1334.

[23] Guo YB, Gao GF, Jing L, et al. Response of high-strength concrete to dynamic compressive loading[J]. International Journal of Impact Engineering, 2017, 108: 114-135.

[24] Xu H, Wen HM. Semi-empirical equations for the dynamic strength enhancement of concrete-like materials[J]. International Journal of Impact Engineering, 2013, 60: 76-81.

[25] Wang ZL, Konietzky H, Shen RF. Coupled finite element and discrete element method for underground blast in faulted rock masses[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2009, 29(6): 939-945.

[26] Kong XZ, Fang Q, Wu H, et al. Numerical predictions of cratering and scabbing in concrete slabs subjected to projectile impact using a modified version of HJC material model[J]. International Journal of Impact Engineering, 2016, 95: 61-71.

[27] SHEIKH S A, DAN L, CUI C. Behavior of Normal-and High-Strength Confined Concrete [J]. Aci Structural Journal, 2013, 110(6): 989-99.

[28] 张雪岩. 高强混凝土的本构模型与抗侵彻机理研究[D]. 北京理工大学, 2021.

[29] Yu T, Teng JG, Wong YL, et al. Finite element modeling of confined concrete-II: Plastic-damage model[J]. Engineering Structures, 2010, 32(3): 680-691.

录用稿件，非最终出版稿

[30] Li QM, Meng H. About the dynamic strength enhancement of concrete-like materials in a split Hopkinson pressure bar test[J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40(2): 343-360.

[31] Meng H, Li QM. Correlation between the accuracy of a SHPB test and the stress uniformity based on numerical experiments[J]. International Journal of Impact Engineering, 2003, 28(5): 537-555.

[32] WANG S, ZHANG M H, QUEK S T. Mechanical behavior of fiber-reinforced high-strength concrete subjected to high strain-rate compressive loading [J]. Construction and Building Materials, 2012, 31: 1-11.

[33] WANG S, ZHANG M H, QUEK S T. Mechanical behavior of fiber-reinforced high-strength concrete subjected to high strain-rate compressive loading [J]. Cement and Concrete Research, 2012, 42(5): 679-687.

[34] XU J, WU C Q, LIU Z X, et al. Dynamic compressive behavior of ultra-high-performance fiber-reinforced concrete with various fiber volume fractions [J]. Engineering Structures, 2016, 106: 369-381.

[35] 杨敏, 赵锡宏.分层土中的单桩分析法[J].同济大学学报(自然科学版),1992,(04):421-428.
YANG M, ZHAO X H Xihong.Analysis method of single piles in layered soils[J].Journal of Tongji University(Natural Science),1992,(04):421-428.

（责任编辑　爆炸与冲击）

录用稿件，非最终出版稿