

土中箱形结构动力反应分析

熊建国 高伟建

本文提出了将土中箱形结构化为等效土层的等效层模型,并建议将土中箱形结构的动力反应分析按两步进行:第一步,对等效层模型进行波动分析,求出结构——土壤交界面处的相互作用力;第二步,将由第一步所得相互作用力作为荷载,将土中箱形结构如同地上结构一样,用一般结构动力学方法进行动力反应分析。文中给出了比较计算结果,说明所建议的模型和分析方法有很好的计算精度。

一、概 述

在地表受到空气冲击波作用下,箱形结构是土中浅埋结构的一种主要形式。Allgood^[1]提出了可同时考虑支承位移和侧面剪力的刚性结构——覆土模型,用以分析带有基脚的浅埋框架结构。Constantino^[2]建议土中结构所受的力由自由场应力以及结构与自由场之间的相对位移与相对速度所引起的两项修正力三者所组成。Ляхов^[3]、Liss^[4]等人建议采用集中参数模型,土壤的效应用其波动阻力或弹性抗力和粘性阻力来表达。美国空军防护结构设计手册^[5]中关于土中箱形结构的分析是将结构作为刚性体,考虑土壤波动阻力,可以说是在文献^[1,2,3]基础上的一种简化实用解法。

需要指出,上述方法都存在许多缺陷,缺乏充分的理论或实验依据,一些主要参数有的难于选定,自由地表等因素的影响有的被忽略,至于土壤分层的影响更是无法考虑;有的方法对土中结构的自振频率的概念似乎混淆不清。有限元法对于土中结构反应分析是当前最为满意的一种分析方法,但计算费用高,并且要求计算机有相当大的存储量。因此,它的普遍应用受到一定的限制。

本文首先建立了土中结构的修正的运动方程,并对它的求解进行了简要的一般讨论。然后,根据结构——土壤体系的有限元分析得到的主要结论(在松软土情形,土中箱形结构的整体位移是主要的,作用在结构顶、底板上的压力基本均匀分布),提出了等效层模型,由它可求出作用在结构顶、底板位置处的相互作用力及结构运动加速度。这便是土中结构反应分析的第一步,第二步是以第一步所得相互作用力和整体运动加速度所引起的惯性力作为荷载,将土中结构如同地上结构一样进行结构动力反应分析。文中最后给出了比较计算结果,说明与结构——土壤体系的有限元分析(以下简称直接法)结果相比较,所提出的模型和分析方法具有很满意的计算精度。

二、修正的结构运动方程式

结构——土壤体系（图1）离散化后的运动方程有以下一般熟知的形式

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{P\} \quad (1)$$

式中 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ 分别为整个体系的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵， $\{x\}$ 、 $\{\dot{x}\}$ 、 $\{\ddot{x}\}$ 分别为位移、速度和加速度向量， $\{P\}$ 为节点力向量。式（1）是一个包括结构与土壤整个体系自由度数目很多的耦联方程组。一般，我们对土壤区的反应并不感兴趣，因此，我们进行某些简化，将整个体系分为两个子区域“1”和“2”，它们分别为结构和土壤区，“0”为它们的交界面区。从而，式（1）可写成，

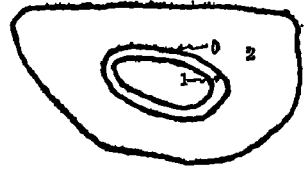


图1 结构——土壤体系

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{10} & 0 \\ M_{01} & M_{00} + m_{00} & m_{02} \\ 0 & m_{20} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_0 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{10} & 0 \\ C_{01} & C_{00} + c_{00} & c_{02} \\ 0 & c_{20} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_0 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{10} & 0 \\ K_{01} & K_{00} + k_{00} & k_{02} \\ 0 & k_{20} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_0 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_0 \\ P_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中 M_{ij} 、 C_{ij} 、 K_{ij} ($i, j=0, 1$) 分别是结构区（包括它的边界）的质量、阻尼与刚度特征； m_{ij} 、 c_{ij} 、 k_{ij} ($i, j=0, 2$) 分别是土壤区（包括它的边界）的质量、阻尼与刚度特征。 x_i 、 P_i ($i=1, 2, 0$) 分别为区域“1”、“2”与交界面处的位移与节点力。

式（2）可改写为

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{10} \\ M_{01} & M_{00} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{10} \\ C_{01} & C_{00} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{10} \\ K_{01} & K_{00} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_0 - r \end{Bmatrix} \quad (3)$$

及

$$\begin{bmatrix} m_{00} & m_{02} \\ m_{20} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{00} & c_{02} \\ c_{20} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{00} & k_{02} \\ k_{20} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_0 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r \\ P_2 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式中

$$r = m_{00}\ddot{x}_0 + c_{00}\dot{x}_0 + k_{00}x_0 + m_{02}\ddot{x}_2 + c_{02}\dot{x}_2 + k_{02}x_2 \quad (5)$$

若我们考虑在土壤未开挖、结构未构筑之前的土壤自由场，类似于前可得到

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{01} \\ m_{01} & m_{00} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{10} \\ c_{01} & c_{00} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{10} \\ k_{01} & k_{00} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_0 - s \end{Bmatrix} \quad (6)$$

及

$$\begin{bmatrix} m_{00} & m_{02} \\ m_{20} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_0 \\ \ddot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{00} & c_{02} \\ c_{20} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_0 \\ \dot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{00} & k_{02} \\ k_{20} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_0 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} s \\ P_2 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$S = m_{00}\ddot{y}_0 + c_{00}\dot{y}_0 + k_{00}y_0 + m_{02}\ddot{y}_2 + c_{02}\dot{y}_2 + k_{02}y_2 \quad (8)$$

式中 m_{ij} , c_{ij} 及 k_{ij} ($i, j=1, 0$) 是开挖前对应于结构所在区域的土壤质量、阻尼和刚度特征, m'_{00} , c'_{00} 及 k'_{00} 是其界面处的质量、阻尼和刚度特征, y_i ($i=0, 1, 2$) 为土壤自由场中的位移。方程 (4) 与 (7) 相减, 并进行福里叶变换后得到

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} m_{00} & m_{02} \\ m_{20} & m_{22} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} c_{00} & c_{02} \\ c_{20} & c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{00} & k_{02} \\ k_{20} & k_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} x_0^* - y_0^* \\ x_2^* - y_2^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r^* - S^* \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式中

$$(x_i^*, y_i^*, \dots) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} (x_i, y_i, \dots) dt \quad (10)$$

对式 (9) 进行简化之后, 我们有

$$Q(x_0^* - y_0^*) = r^* - s^* \quad (11)$$

其中

$$Q = \hat{k}_{00} - \hat{k}_{02} \hat{k}_{22}^{-1} \hat{k}_{20} \quad (12)$$

$$\hat{k}_{ij} = -\omega^2 m_{ij} + i\omega c_{ij} + k_{ij} \quad (i, j=0, 2) \quad (13)$$

Q可称为土壤区的边界阻抗矩阵, 它是频率 ω 的函数, 由式(11)可看出它的元素 $Q_{ij}(\omega)$ 乃是土壤区与结构交界面上节点 j 有单位位移 $1 \cdot e^{i\omega t}$, 其他界面节点均固定时, 界面节点 i 上所生力的幅值。由式 (11) 解得 γ^* , 再将它代入到式 (3) 的福里叶变换式中, 我们得到

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{10} \\ M_{01} & M_{00} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{11} & C_{10} \\ C_{01} & C_{00} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{10} \\ K_{01} & K_{00} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} x_1^* \\ x_0^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1^* \\ P_0^* - S^* - Q(x_0^* - y_0^*) \end{Bmatrix} \quad (14)$$

或

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{10} \\ M_{01} & M_{00} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{11} & C_{10} \\ C_{01} & C_{00} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{10} \\ K_{01} & K_{00} + Q \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} x_1^* \\ x_0^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1^* \\ \tilde{P}_0^* \end{Bmatrix} \quad (15)$$

或

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{10} \\ M_{01} & \tilde{M}_{00} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{11} & C_{10} \\ C_{01} & \tilde{C}_{00} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{10} \\ K_{01} & \tilde{K}_{00} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} x_1^* \\ x_0^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1^* \\ \tilde{P}_0^* \end{Bmatrix} \quad (16)$$

式中

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{00} &= M_{00} + m_{00} - m_{02} \hat{k}_{22}^{-1} \hat{k}_{20} \\ \tilde{C}_{00} &= C_{00} + c_{00} - c_{02} \hat{k}_{22}^{-1} \hat{k}_{20} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\tilde{K}_{00} = K_{00} + k_{00} - k_{02} \hat{k}_{22}^{-1} \hat{k}_{20}$$

$$\tilde{P}_0^* = P_0^* - S^* + Qy_0^*$$

利用式 (15)、(5)、(16) 及 (4) 后, \tilde{P}_0^* 还可表成

$$\tilde{P}_0^* = P_0^* - \hat{k}_{02} \hat{k}_{22}^{-1} P_2^* \quad (18)$$

\tilde{M}_{00} 、 \tilde{C}_{00} 、 \tilde{K}_{00} 及 \tilde{P}_0^* 可分别称为考虑土壤作用后的结构的修正的质量、阻尼、刚度矩阵和修正的节点力向量，式(14)–(16)左侧都是以结构特征为主，可以称它们是修正的结构运动方程。

三、土中结构的简化分析

修正的结构运动可以有好几种解法，例如，对于式(14)可以采用逐次逼近法。先令结构——土壤交界面处位移和自由场对应处的位移相等，由式(14)可求得第一次近似，再代入到该式右边又进行求解，得到第二次近似。如此继续下去，直到相继两次解答的接近程度满足精度要求为止。当结构刚度与土壤刚度相差不大时，可以预料，这种近似办法会有较好的效果。对于一般情形，为了取得比较精确的结果，又较为节省计算时间，是采用与 Gutierrez 和 Chopra^[6]提出的将边界位移进行振型分解相类似的方法。但上述方法除要求求解自由场反应外，还要求出边界阻抗矩阵，这是很费时的。另外，求解只能在频率域进行，对每一频率要求出一组边界矩阵，计算是相当繁琐的，即使取边界阻抗矩阵为静力时的值或与频率无关的某一频率范围内的一个常值，计算工作量仍然是很可观的。而且，这样一系列简化，对于象冲击波这样频率范围很宽的情形，实际的计算结果未必会令人满意。

为此，我们回到方程(3)，它可称为时间域结构的修正运动方程，并可简写为

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = \{P\} \quad (19)$$

式中

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{10} \\ M_{01} & M_{00} \end{bmatrix}, \quad [C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{10} \\ C_{01} & C_{00} \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{10} \\ K_{01} & K_{00} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_0 \end{Bmatrix}, \quad \{P\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_0 - \gamma \end{Bmatrix}$$

方程(19)左侧的[M]、[C]及[K]都只包含结构本身的动力特征。右侧的力向量{P}中的边界相互作用力与结构本身位移有关，因此，严格讲起来，方程(19)必须与土壤区的运动方程耦联起来，才能求解。但若我们能找到相互作用力与位移的某种近似关系，那么，问题便得到解决。

对于土中箱形结构，最主要的是作用在结构顶板与底板上的力，大家都清楚地知道，顶、底板上的压力与入射波在顶板上的反射、绕流、结构运动和变形等有关，对于土中箱形结构，这些有什么特点？根据熊建国、宗福开等人1979年的工作——对图2所示的土壤——结构体系，在地表空气冲击波作用下进行有限元的计算分析。在箱形结构底部与基底之间有厚度不同、软硬程度不同的垫层。计算得到以下主要结论：

1) 土中箱形结构的运动和变形一般包括以下几个部分：刚体平移和转动（当有沿地表行进的波作用时），如同两端支承的桁架或梁一样的整体挠曲、结构各组成构件的局部挠

曲。图3示结构顶、底板峰值竖向位移和加速度分布曲线。

2) 地下结构的振动性状, 在很大程度上取决于结构刚度和介质刚度, 特别是紧靠结构的垫层刚度之比, 在松软垫层时, 箱形结构的整体位移占主要成份, 其次是整体挠曲, 局部挠曲很小。图4是箱形结构顶、底板中点竖向位移波形图。

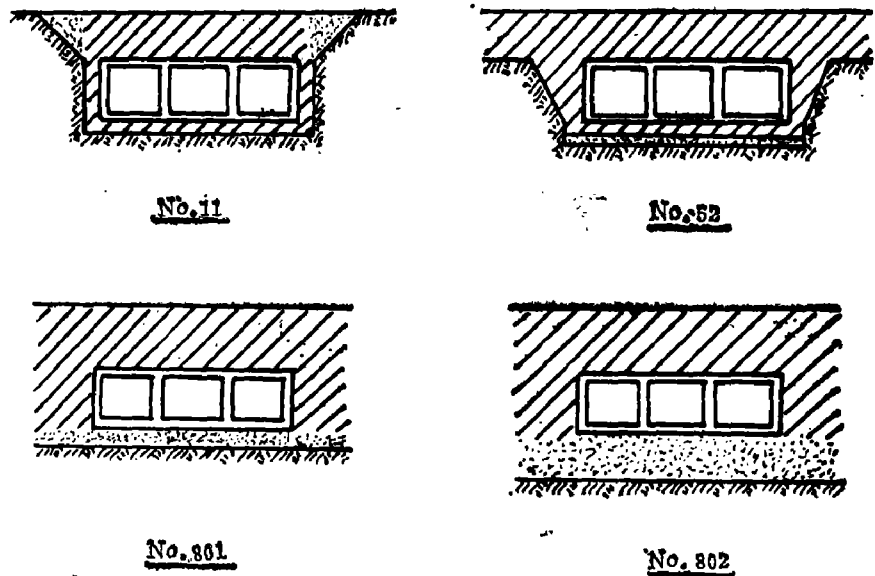


图2 计算模型剖面图

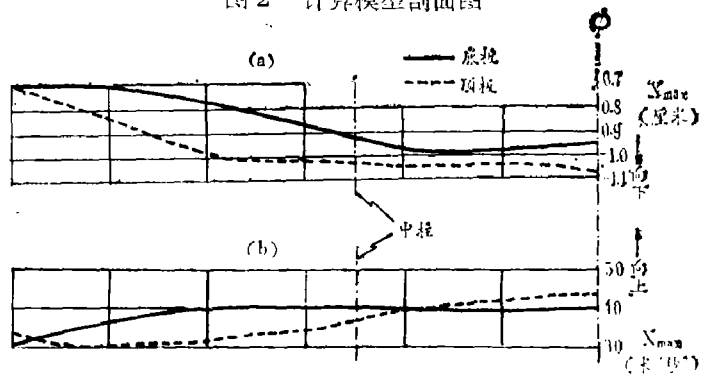


图3 箱形结构顶、底板峰值竖向位移(a)和加速度(b)分布图

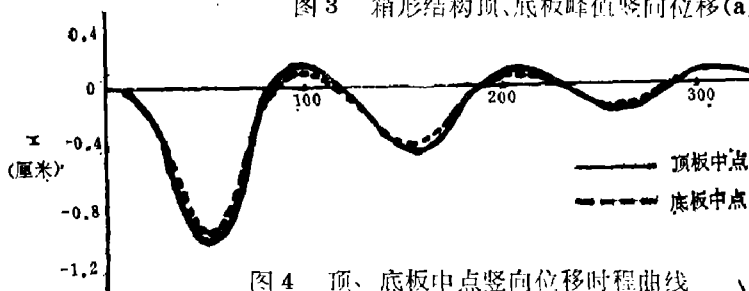


图4 顶、底板中点竖向位移时程曲线

3) 土中箱形结构(当横向尺寸较大时)顶板最大压力基本上是均匀分布的, 底板压力分布与垫层有很大关系。松软垫层时, 也近似为均匀分布, 坚硬垫层时, 各跨压力呈倒马鞍形。

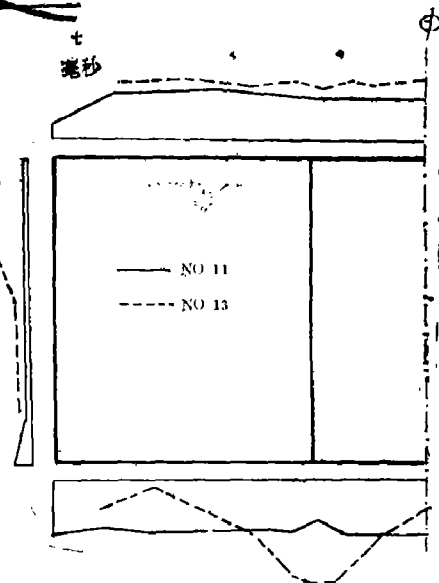


图5 周边压力峰值分布图

根据上述结果,我们提出对于埋于较软土中的箱形结构,可采用将结构用等效土层代替的等效层模型,结构顶、底板的厚度及材料特性均保持不变,只是在水平方向无限延伸;腹板(侧墙及中柱)高度也不改变。根据在箱体宽度范围内重量不变和压缩刚度不变的原则,可分别求得腹板等效层的等效质量密度和弹性模量(图6)。等效层确定之后,采用分层介质中波传播的一般分析方法,即可求得结构顶、底板位置处的应力及加速度,从而可定出作用在结构顶、底板上的荷载。根据顶板压力或自由场中的应力可近似地定出作用在结构侧壁上的压力,这样便可按式(19)

如同地上结构一样进行动力分析。由该式可看出,在计算结构的频率时,并不需要对结构质量进行任何修正,因为土壤的效应在相互作用力中已经考虑进去了。有的方法,对此似乎存在着概念方面的混淆。在下面的情形,式(19)还可进一步简化,将位移进行分解。

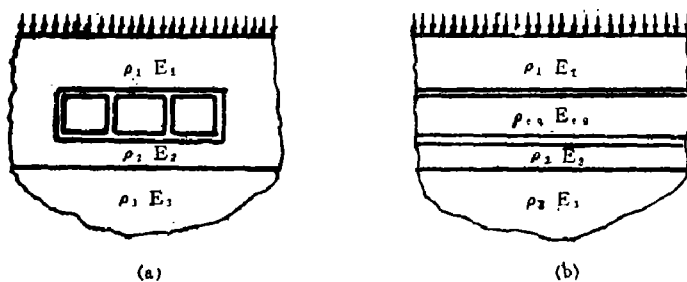


图6 真实结构——土壤体系(a)和等效层体系(b)

$$\{x\} = \{\bar{x}\} + \{\overline{\overline{x}}\} \quad (21)$$

式中 $\{\bar{x}\}$ 与 $\{\overline{\overline{x}}\}$ 分别表示刚体位移与弹性位移。由于刚体位移不引起弹性恢复力,将上式代入到方程(19)之后,我们得到:

$$[M]\{\ddot{\bar{x}} + \ddot{\overline{\overline{x}}}\} + [K]\{\overline{\overline{x}}\} = \{P\} \quad (22)$$

若弹性运动比刚体运动小得多,这正如前述松软垫层情形,有限元分析所表明的,上式进一步简化为

$$[K]\{\overline{\overline{x}}\} = \{P\} - [M]\{\ddot{\bar{x}}\} \quad (23)$$

所以,若结构体系的刚体运动是主要的,并且刚体运动加速度和边界力可近似由某种途径(如前述等效层模型)求得,则结构可作为准静态问题求解。

四、计算的例子

对图2所示的四种模型按直接法和等效层模型进行计算。得到的箱形结构顶、底板处的法向应力和竖向位移和加速度峰值列于表1,表中同时给出了峰值出现时间,典型时程曲线示于图7。

表1 按直接法(I)与等效层模型(I)计算结果对比

计算参数	模型编号	11		52		801		802	
		I	I	I	I	I	I	I	I
法向应力 (公斤/厘米 ²)	顶板	4.5 (30)	4.1 (34)	4.6	4.0 (34)	6.6 (34)	6.3 (34)	6.8 (42)	6.6 (38)
	底板	5.0 (50)	5.7 (52)	5.4	5.7 (50)	8.2 (96)	8.4 (110)	9.8 (54)	9.4 (54)
竖向位移 (厘米)	顶板	1.03 (50)	1.03 (54)	8.6 (57)	8.8 (54)	4.6 (102)	4.5 (94)	2.2 (73)	1.6 (56)
	底板	0.92 (50)	0.97 (54)	8.1 (57)	8.2 (54)	4.5 (104)	4.4 (104)	2.2 (73)	1.5 (56)
竖向加速度 (厘米/秒 ²)	顶板	40 (46)	35 (52)	27.9 (54)	31.7 (50)	47.0 (24)	46.5 (28)	40.1 (50)	40.5 (52)
	底板	40 (48)	32.8 (52)	27.8 (56)	29.9 (50)	49.5 (28)	49.0 (18)	38.2 (50)	39.0 (52)

注: i, 表中所列“I”中的法向应力值是指除端部一很小范围外沿整个顶(底)板上的平均值
 ii, 表中所列“I”中的位移和加速度值是中柱位置处的值
 iii, 表中括号内的数字是相应峰值出现的时刻, 以毫秒计

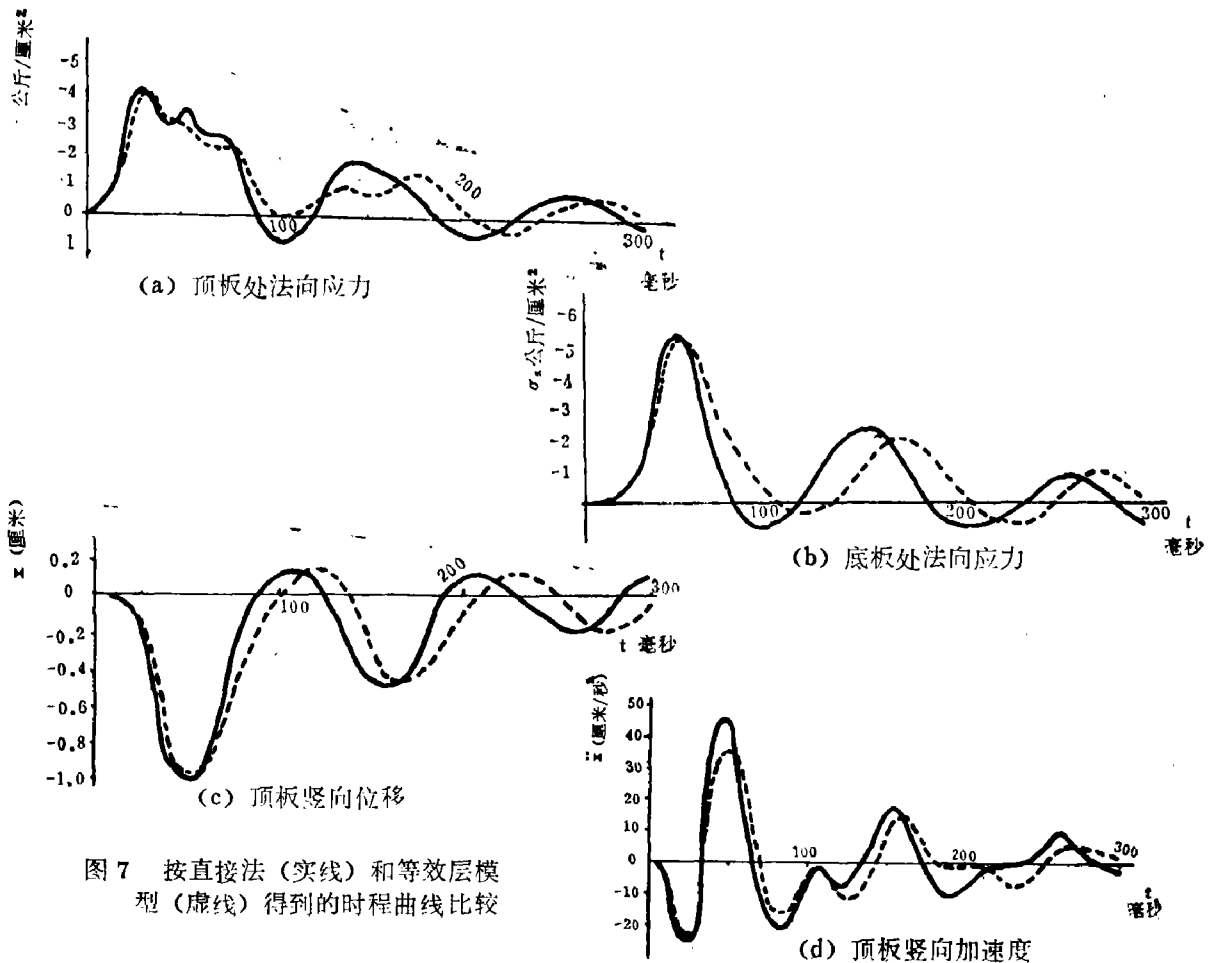


图7 按直接法(实线)和等效层模型(虚线)得到的时程曲线比较

由计算得到的某一特定时刻顶、底板处的法向应力值和直接法得到的侧壁压力值，再考虑惯性力后，按照方程(23)作为静力问题进行计算，得到的某一特定时刻内力分布，表示

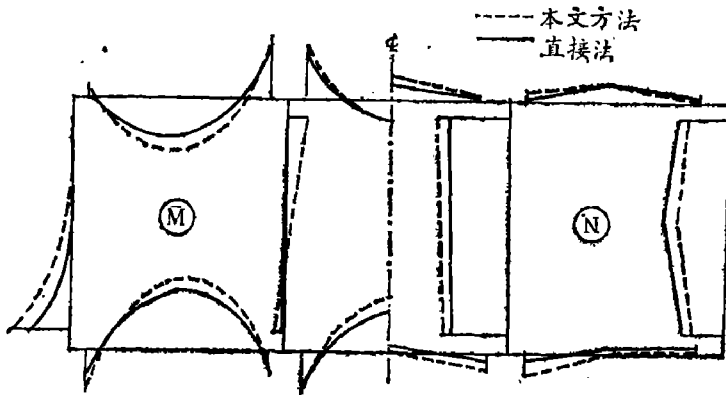


图8 按直接法和本文方法计算得到的内力分布图

在图8中(虚线所示)。图中同时给出了按直接法的计算结果(实线所示)。在前一计算中，考虑到顶、底板荷载不平衡，取箱形结构两端点为简支，以近似考虑侧壁剪力的影响，这一影响也可根据结构与自由场间的相对位移在第一步分析中加以考虑，但对于我们所研究的情形，计算表明影响是不大的。

由表和图可知，用等效层模型计算具有较松软垫层的箱形结构的顶、底板压力及结构的整体运动是非常满意的。对于内力的计算，所建议的方法，效果差一些，但对于工程设计，是完全可行的。

五、结果讨论

根据以上分析和计算，可以得到以下看法：

1. 所建议的等效层模型和两步分析方法，对于在地表空气冲击波作用下，有松软垫层的箱形结构的反应计算，有足够的精度。

2. 所建议的模型和分析方法有一系列优点：不仅计算简便，还可以考虑结构运动、自由地表反射和土壤分层等重要因素的影响，同时还可给出隔震设计所必需的结构位移与加速度等资料。地震反应分析^[1]表明，在结构-土壤相互作用问题中，由于结构所引起的非线性是次要的。因此，对于我们所研究的问题，土壤非线性的影响，可以很方便地在第一步等效层的波动分析中得到考虑。所有这些优点都是其他方法所不能与之相比的。

3. 所建议的方法避免了地下结构固有频率的计算。分析还指出，在松软垫层的情形，结构反应可按准静态问题进行分析，动力放大系数的选配问题也不再存在。

4. 土壤对结构侧壁剪力的影响可通过取剪力与结构和土壤自由场间相对位移成比例的办法，在第一步等效层分析阶段予以考虑。

5. 本法的缺陷是限于垫层土比较松软以及箱形结构的横向尺寸比较大，接近于一维的情形较好。因此，要对本方法的有效使用范围作进一步研究。

参 考 文 献

- [1] Allgood, J.R., Carter, W.O., Proc. Int. Symp. on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials, Aug. 1968, pp 7-26
- [2] Costantino, D.J., Robinson, R.R., Salmon, M.A., Proc. of Symp on

- Soil-structure Interaction, University of Arizona, Sept. 1964
- [3] Ляхов, Г. М., "Основы Динамики Взрыва в грунтах и жидких Средах", недра, 1964
- [4] Liss, W. J. Jr., Decapua, N. J., Shock and Vibration Bulletin, 44, Aug. 1974, part 2, 111-124
- [5] Crowford, R. E., Higgins, C. J., Bultman, E. M., "The Air Force Manual for Design and Analysis of Hardened structures" Oct. 1974
- [6] Gutierrez, J. A., Chopra, A. K., Earthquake Engng. and Structural Dynamics 6, Janu.-Feb. 1978 1. 51-69
- [7] Kausel, E., Roësset, J. M., Christian, J. T., J. GT. ASCE, 102-11, 1976, 1159-1170

DYNAMIC RESPONSE ANALYSIS OF BURIED BOX STRUCTURES

Xiong Jian-guo Gao Wei-jian

In this paper, the author proposed a model in which a buried box structure is replaced by a equivalent soil layer. The dynamic response analysis of which may be divided into two steps, 1. Analysis of wave propagation in layers. In this step, the interaction force on the surface between the soil and the structure can be obtained. 2. Using the above interaction force as the load, the dynamical analysis of the buried box structure is carried out as if it lies on the ground.

Calculation shows that the proposed method gives a result which is in accord with that of the finite element method,