

# 受畸变电讯号的数学反演方法

唐阳纯 王金贵

在冲击波测量中,受畸变电讯号的数学反演方法是常用的一种实验结果处理方法。本文把讯号源的内部阻抗等效地做为高频同轴电缆的端接阻抗,在同轴电缆对脉冲响应的基础上,从电报方程的通解出发,结合这种特定的边界条件,导出了受畸变电讯号数学反演的数理模型。在求解此模型时,采用了C.C.胡哈利可夫数值算法,导出了数值计算的递推公式。结果表明,计算结果与实验结果符合的较好。

## 前 言

在冲击波测量中,除了时间间隔测量之外,往往还需要测量脉冲讯号波形。例如,电容传感器、电磁传感器和锰铜传感器等,都是通过测量脉冲讯号波形来获取自由面速度、波后粒子速度和压力剖面的。在这种脉冲波形的测量中,必须逼真地获取讯号源产生的固有波形。一般的测量系统是由被测讯号源、讯号传输通道和示波器组成。这样,由示波器测得的波形,已不是讯号源产生的固有波形,而是被讯号源的内部阻抗、传输通道和示波器畸变后的波形。一般传输通道是由高频同轴电缆组成的。虽然可以用均衡器的办法来补偿电缆对脉冲讯号的畸变<sup>[1]</sup>,但不能消除其他两种因素的影响。例如,采用轴对称电磁传感器测粒子速度剖面时<sup>[2]</sup>,探测线圈中产生的感生电动势的输出波形,首先受到其固有电感和分布电容的畸变。示波器的输入通道,如放大器,由于其通频带的限制,它自然要对频谱较宽的脉冲讯号产生畸变;由于在偏转板中电子渡越时间对电子束偏转的影响,使得加在偏转板上的高频讯号发生畸变。所谓受畸变电讯号的数学反演,就是把示波器取得的畸变波形,经过数学处理,消除上述三种畸变因素的影响,逼真地获得讯号源固有的输出波形。示波器对讯号的畸变,已有详细的研究结果,这里不再论述。本文把讯号源的内部阻抗等效地做为高频同轴电缆的端接阻抗,在同轴电缆对脉冲响应的基础上<sup>[3]</sup>,从电报方程的通解出发,结合这种特定的边界条件,导出了受畸变电讯号数学反演的数理模型。在求解此数学模型过程中,采用了C.C.胡哈利可夫发展起来的数值算法<sup>[4]</sup>,导出了一系列的递推公式。在DJS-130机上求解,并与实验结果进行了比较,结果表明;二者的符合程度是较好的。

## 数 理 模 型

一般测量系统的方框图如图1所示。设同轴电缆的长度为 $l$ ,其始端与讯号源 $E(P)$ 连

本文于1981年1月31日收到

接,  $Z_1(P)$  为讯号源内部阻抗与电缆始端无源集总网络阻抗之和, 其终端与示波器输入端连接。  $Z_2(P)$  为仪器输入阻抗与电缆末端无源集总网络阻抗之和。

对于高频同轴电缆, 其电报方程零初始条件下一般解的拉普拉斯变换形式为<sup>[5]</sup>:

$$u(x, P) = A_1 e^{-\nu x} + A_2 e^{\nu x} \quad (1)$$

$$i(x, P) = \frac{1}{Z_0} (A_1 e^{-\nu x} - A_2 e^{\nu x}) \quad (2)$$

其中, 电缆的传播常数  $\nu$  和波阻抗  $Z_0$  分别为:

$$\nu = \sqrt{(PL+R)(PC+G)} \quad (3)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{PL+R}{PC+G}} \quad (4)$$

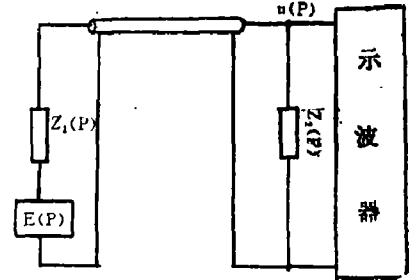


图1 测量系统示意图

根据图1所示传输通道的边界条件, 确定了方程(1)和(2)的系数后, 设  $x=l$  可以导出示波器输入端的电压为:

$$u(P) = 2E(P) \left[ \frac{Z_0}{Z_0 + Z_1(P)} \right] \left[ \frac{Z_2(P)}{Z_0 + Z_2(P)} \right] \times \exp[-\nu l] \sum_{n=0}^{\infty} [\rho_1(P)\rho_2(P)\exp(-2\nu l)]^n \quad (5)$$

其中,  $|\rho_1(P)\rho_2(P)\exp(-2\nu l)| < 1$

电缆始端和末端的反射系数  $\rho_1$  和  $\rho_2$  分别为:

$$\rho_i(P) = \frac{Z_i(P) - Z_0}{Z_i(P) + Z_0}, \quad i = 1, 2.$$

公式(5)表示: 在不同时刻, 由于电缆两端的相继反射而到达电缆末端的一系列波。可见, 当  $0 < t < 3T$  ( $T$  为电缆的延迟时间), 即  $n=0$ , 或者当  $Z_2(P) = Z_0$  时, 由(5)式可得:

$$u(P) = 2E(P) \left[ \frac{Z_0}{Z_0 + Z_1(P)} \right] \left[ \frac{Z_2(P)}{Z_0 + Z_2(P)} \right] \exp[-\nu l] \quad (6)$$

对高频同轴电缆过渡特性的研究表明: 当频率低于500兆赫时, 完全可以忽略介质的损耗, 只需考虑由于集肤效应产生的导体之损耗。在此情况下, 高频同轴电缆的传递系数为<sup>[3]</sup>:

$$e^{-\nu l} = \exp \left\{ - \left[ lb_1 \sqrt{\omega} + jl \left( \omega \sqrt{L_{BH}C} + b_1 \sqrt{\omega} + \frac{b_1^2}{2\sqrt{L_{BH}C}} \right) \right] \right\} \quad (7)$$

由于  $\omega \sqrt{L_{BH}C} + b_1 \sqrt{\omega} \gg \frac{b_1^2}{2\sqrt{L_{BH}C}}$ , 并运用  $\sqrt{j} = (1+j)/2$ , 则(7)式化为:

$$e^{-\nu l} = \exp [ -(PT + \sqrt{2} \cdot b_1 l \sqrt{P}) ] \quad (8)$$

其中:

$$b_1 = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} \sqrt{\frac{\mu_0}{2}} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \left[ \text{秒}^{\frac{1}{2}} / \text{米} \right] \quad (9)$$

公式中 C、L 分别为单位长度电缆的电容和电感， $\mu_0$ 、 $\rho$  分别为导体的导磁率和电阻率， $r_1$ 、 $r_2$  分别为内外导体的半径。

公式 (8) 中的延迟项  $e^{-PT}$  不影响脉冲讯号波形，可不考虑。这样由公式 (6) 和 (8) 可导得：

$$E(P) = \frac{u(P)}{Z(P)} e^{\gamma\sqrt{P}} \quad (10)$$

其中：  $\gamma = \sqrt{2} b_1 l \quad (11)$

$$Z(P) = \frac{2Z_0 Z_2(P)}{[Z_0 + Z_1(P)][Z_0 + Z_2(P)]} \quad (12)$$

公式 (10)、(11) 和 (12) 就是反演的基本公式。

### 计算方法与递推公式

公式 (10) 是以拉普拉斯变换形式表示的，用留数定理直接进行反变换是比较困难的。因此，采用 C.C. 胡哈利可夫数值近似算法。据此方法，若已知函数  $x(t)$  的拉氏变换函数为  $X(P)$ ，则有<sup>[4]</sup>：

$$x[(m+1)\tau] = (-1)^m \frac{1}{m! \tau^{m+1}} \left[ \frac{d^m X(p)}{dP^m} \right]_{P=-\frac{1}{\tau}} \quad (13)$$

其中  $\tau$  为时间步长； $m = 0, 1, 2, \dots, n$ 。

将公式 (10) 两边取自然对数，得到：

$$\ln E(P) = \ln u(P) + \gamma\sqrt{P} - \ln Z(P) \quad (14)$$

设：  $\varphi(P) = \ln E(P) \quad (15)$

$$F(P) = \ln u(P) \quad (16)$$

$$A(P) = \ln Z(P) \quad (17)$$

则：  $\varphi(P) = F(P) + \gamma\sqrt{P} - A(P) \quad (18)$

将 (13) 式应用于 (16) 式，并设  $F(n\tau) = F_n$ ，则可导得：

$$F_1 = \frac{1}{\tau} (\ln \tau + \ln u_1) \quad (19)$$

$$F_2 = \frac{1}{\tau} \frac{u_2}{u_1} \quad (20)$$

$$F_n = \frac{1}{\tau} \frac{u_n}{u_1} - \frac{1}{(n-1)u_1} \sum_{k=1}^{n-2} \{ [n-(k+1)] F_{n-k} u_{k+1} \} \quad (21)$$

其中  $n = 3, 4, 5, \dots, N$ 。

由于  $F_1$ 、 $F_2$  和  $F_n$  中的  $u_1$ 、 $u_2$  和  $u_n$  为畸变波形上各点的测量值，都含有一定的测量误差，故所得各  $F_n$  值亦不是其真值。因此，必须用最小二乘法由方程组 (19) ~ (21) 中解出  $F_n$ 。经运算可得关于  $F_n$  的如下线性方程组：

$$F_1 = \frac{1}{\tau} (\ln \tau + \ln u_1) \quad (22)$$

$$\sum_{k=2}^N a_{j,k} F_k = b_j \quad (23)$$

其中系数  $a_{j,k}$  和常数项  $b_j$  分别为：

$$a_{j,k} = (k-1) \sum_{i=k}^N \frac{u_{i-k+1} + u_{i-j+1}}{(i-1)^2 u_i^2} \quad (24)$$

$$b_j = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^N \frac{u_i u_{i-j+1}}{(i-1) u_i^2} \quad (25)$$

当  $i-j+1 \leq 0$  时， $u_{i-j+1} = 0$ 。其中：

$$k = 2, 3, \dots, N;$$

$$j = 2, 3, \dots, N。$$

同样，将 (13) 式应用于 (15)、(17) 和 (18) 式，分别求得其对应的递推公式，并综合上述 (9)、(11) 和 (22) ~ (25) 诸式，即可求得反演用递推公式系列如下：

$$b_1 = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{C}{L}} \sqrt{\frac{\mu \rho}{2}} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (26)$$

$$\gamma = \sqrt{2} b_1 l \quad (27)$$

$$A_1 = \frac{1}{\tau} (\ln \tau + \ln Z_1) \quad (28)$$

$$A_2 = \frac{1}{\tau} \frac{Z_2}{Z_1} \quad (29)$$

$$A_n = \frac{1}{\tau} \frac{Z_n}{Z_1} - \frac{1}{(n-1)Z_1} \sum_{k=1}^{n-2} \{ [n-(k+1)] A_{n-k} Z_{k+1} \} \quad (30)$$

$$F_1 = \frac{1}{\tau} (\ln \tau + \ln u_1) \quad (31)$$

$$\sum_{k=2}^N a_{j,k} F_k = b_j \quad (32)$$

其中：

$$a_{j,k} = (k-1) \sum_{i=k}^N \frac{u_{i-k+1} + u_{i-j+1}}{(i-1)^2 u_i^2} \quad (33)$$

$$b_i = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^N \frac{u_i u_{i-1+j}}{(i-1)u_i'} \quad (34)$$

$$\varphi_1 = F_1 + \gamma \tau^{-3/2} - A_1 \quad (35)$$

$$\varphi_2 = F_2 - \frac{1}{2} \gamma \tau^{-3/2} - A_2 \quad (36)$$

$$\varphi_n = F_n - \frac{(2n-5)!}{2^{n-1}(n-1)!} \gamma \tau^{-3/2} - A_n \quad (37)$$

$$E_1 = \frac{1}{\tau} \exp(\tau \varphi_1) \quad (38)$$

$$E_2 = \tau_1 E_1 \varphi_2 \quad (39)$$

$$E_n = \tau E_1 \varphi_n + \frac{\tau}{n-1} \sum_{k=1}^{n-2} \left\{ [n-(k+1)] \varphi_{n-k} E_{k+1} \right\} \quad (40)$$

其中:

$$n = 3, 4, \dots, N。$$

$$k = 2, 3, \dots, N。$$

$$j = 2, 3, \dots, N。$$

因此, 由实测波形测得  $u_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ), 运用上述递推公式就可反演出  $E_n$ , 从而获得讯号源波形。

## 实验结果

对于上述理论模型进行了实验验证。实验原理线路如图2和图3所示。讯号源采用TF1389毫微秒脉冲讯号发生器。阶跃脉冲、矩形脉冲和指数脉冲均由它形成。前二者是在SKB端接上100米SYV-100-7型高频同轴电缆, 后者是在SKB端接上一个电容C, 其值为1500微微法。由这种讯号源产生的各种脉冲讯号经1米和其他各种长度的SYV-100-7

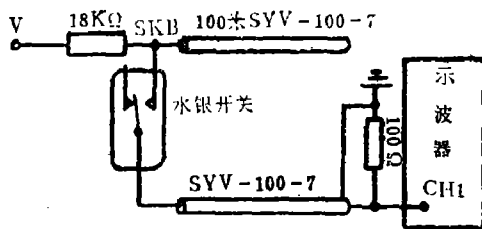


图2 阶跃波、矩形波实验原理线路

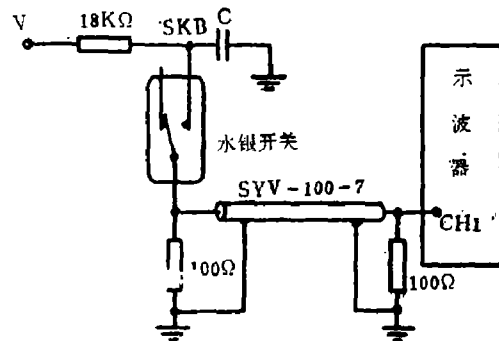


图3 指数波实验原理线路

型高频同轴电缆馈送到示波器，分别获得原始波形和被畸变的波形。示波器的频宽  $\geq 300$  兆赫，因此可以忽略示波器对讯号畸变的影响。波形底片在 JYL-2 型大型工具显微镜上精确测量。把测得的结果代入上述递推公式，在 DJS-130 电子计算机上求解。所得结果示于图 4、图 5 和图 6。在这三个图中，示出了三种不同类型波形。在每一个图中，示出了讯号源波形(1)、经 500 米 SYV-100-7 型电缆畸变后的波形(2)和反演后所得波形(3)。这些波形都是由计算机外设 CTS-1 型平板数字式描绘仪绘出。由这些波形图可以看出：反演后的波形均逼近其原始波形。

必须指出：由于在这些实验中，是用 TF1389 毫微秒脉冲讯号发生器接 1 米电缆输出的波形做为原始波形与反演后得到的波形进行比较，因此， $Z_1(P) = 0$ 。如若要反演出讯号源固有的波形，必须根据具体情况，准确地确定  $Z_1(P)$ 。示波器的输入阻抗为 1 兆欧，20 微微法。电缆末端接有匹配电阻。由于小的输入电容的影响，使电缆末端不能理想匹配，用  $Z_2(P) = \frac{Z_0}{1 + PZ_0C}$  代入阻抗函数  $Z(P)$  进行计算（其中  $C = 20$  微微法， $Z_0 = 100$  欧姆），其结果与用  $Z_2(P) = Z_0$  代入阻抗函数所得的结果相差甚微。因此，这里的计算均采取了  $Z(P) = 1$  的数值。电缆参数选用文献[6]中的结果。对于铜，其导磁率  $\mu = 4\pi \times 10^{-7}$  亨/米，其电阻率  $\rho = 1.72 \times 10^{-8}$  欧姆·米。

在图 5 和图 6 中，反演波形(3)有一个上冲，这似乎与原始波形不符合。其实，由 TF1389 毫微秒脉冲发生器产生的原始波形本身就有一个上冲，由于等步长测量，把此上冲跳过去了。这样，描绘仪没有把原始波形的上冲在图上描绘出来。

由图 4 的波形可见：当脉冲讯号

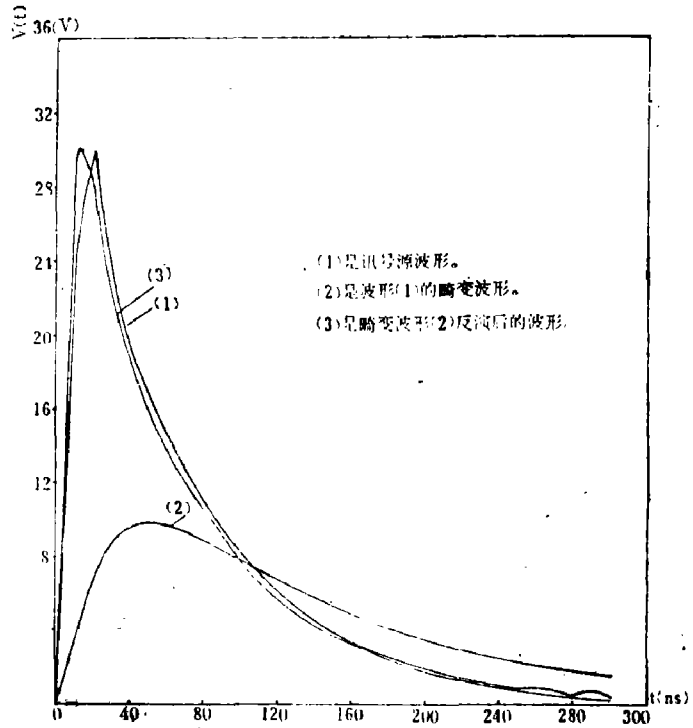


图 4 被畸变的指数波反演后的波形与其原始波形的比较

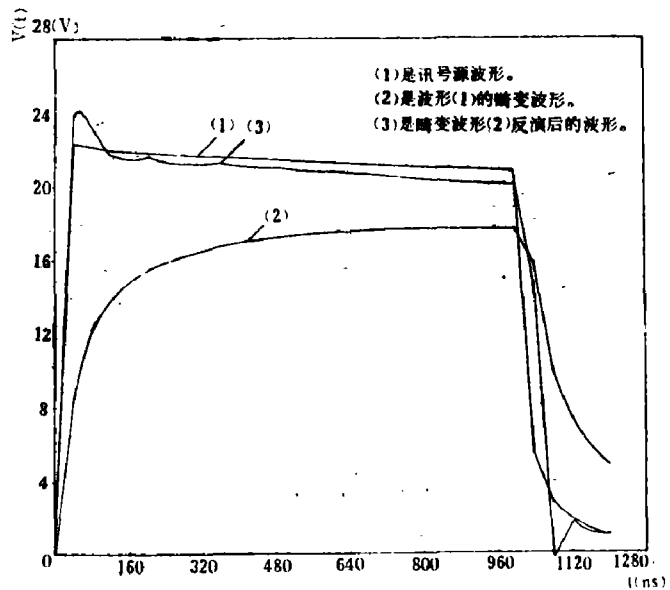


图 5 被畸变的矩形波反演后的波形与其原始波形的比较

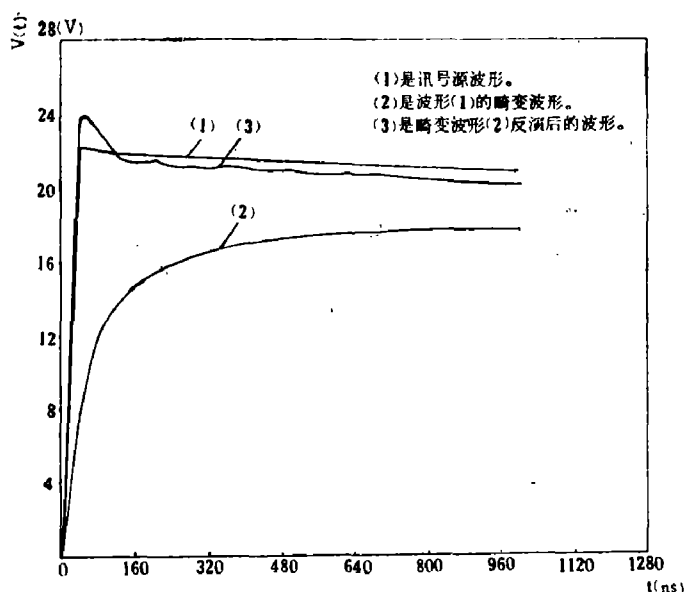


图6 被畸变的阶跃波反演后的波形与其原始波形的比较

通过长电缆时，其前沿变坏得非常厉害，一个指数脉冲被“平滑”成“馒头”状脉冲。将这种脉冲再反演成原来形状的脉冲时，其前沿要“放大”十几倍到几十倍。因此，在测量畸变波形时要精确判读，同时要适当选择时间步长 $\tau$ ，使得相邻两点之间的幅值差不致被测量误差所湮没。否则，反演结果可能不收敛，甚至产生振荡，而且有时越演越烈。因此，精确判读原始数据和适当选取时间步长 $\tau$ ，是结果处理中要特别注意的。

## 结 论

由上述实验结果可以看出：反演后的波形均逼近其原始波形。因此，可以认为：这种理论模型可适用于反演其传输通道为高频同轴电缆的测量系统所测得的畸变波形。

必须指出：对于非均匀性长电缆或者由多根电缆连接起来的长电缆，其接点又不匹配时，电缆内部或接点处会产生多次反射，从而形成非常复杂的波系。对于这种情况，本理论模型是不能适用的，必须加以修正。但是，对于一般高频同轴电缆，只要严格控制其生产工艺和小心安装，其不均匀性是可以消除的。

## 结 束 语

在受畸变电信号的数学反演方法中，关键是确定电缆的传递系数。确定电缆传递系数最好的方法是用实验来标定。因此，有所谓标定反演法。有关这些，我们尚在研究之中。

本理论模型仅在实验室内进行过验证。有待今后在实践中进一步考验。

## 参 考 文 献

- [1] M. P. Ekstrom, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. IM-21, 510(1972).
- [2] J. N. Fritz and J. A. Morgan, Rev. Sci. Instr., 44, 215 (1973).
- [3] Л. А. Моругин, Г. В. Глебович, «Наносекундная импульсная техника», издательство «Советское радио», Москва, 1964.
- [4] С. С. 胡哈利可夫著，陆传务译：《线性和非线性系统中过渡历程的数值近似计算

法》，国防工业出版社，1964年9月。

〔5〕Г. И. 阿塔贝可夫著，蒋卡林、申石虎译：《谐波分析和运算子方法》，国防工业出版社，1964年9月。

〔6〕天津电缆厂，电线电缆产品目录，1972年7月。

## MATHEMATICAL INVERSION METHOD FOR DISTORTED ELECTRIC SIGNAL

Tang Yang-chun Wang Jin-gui

In this paper, the author treats the internal impedance of a signal source as an equivalent terminal impedance of a high frequency coaxial cable. On the basis of pulse response of a coaxial cable, a mathematical inversion formula of the distorted signal is obtained. Applying the method of numerical approximation, recursion formulas are derived. The calculated results are in accord with those of the experiments.