

在爆炸冲击波作用下钢筋混凝土厚板的塑性设计计算

曹志远 杨升田

本文对均布核爆冲击波作用下一般性边界条件的钢筋混凝土矩形厚板进行稳态与非稳态的动力弹塑性分析,给出了进入稳态与非稳态塑性变形的载限、时刻,各阶段变形形状参数以及最大值时刻和挠度最大值的解析公式。文中引入储备系数概念,配合所得结果,使得设计人员有可能将结构动力塑性设计计算化为相应结构静力弹性设计计算过程,从而使结构设计计算工作大为简化。文后对有关结果及方法在其他冲击载荷、其他载荷分布、其他非厚钢筋构件中的应用也列出了直接结果。

一、前言

抗爆结构的理论与设计存在着一系列急待解决的问题,但其中比较根本的问题是结构的动力承载能力计算。对于大量钢筋混凝土结构,由于钢筋具有明显的流限以及混凝土的塑性性质,实际结构截面存在恒定极限弯矩——塑性铰或铰线,它具有足够塑性变形实现内力重分配和吸收动力荷载冲击动能。因此采用塑性设计方法能充分发挥材料承载能力,大量节省建设材料。对于作为防护工程的抗爆结构,塑性设计更具有特殊意义,因为其设计荷载往往具有一次偶然性质,采用结构只在偶然设计荷载下出现塑性变形,而平时大量仍处于弹性工作状态。这种设计方法才显合理。

抗爆结构的塑性设计计算属于结构动力弹塑性分析课题。板的动力塑性分析的研究^[1,2]目前只是以简单边界条件、园板、刚塑性,稳态变形为多,而同时又计入剪变形、转动惯量影响的只限于深梁^[3]及轴对称园厚板^[4]。这里将对钢筋混凝土板进行较为全面塑性分析,板的形状为矩形,边界条件是一般性的,即每边可任取简支、固定、弹嵌、自由之一,又同时计入弹性变形分量(即弹塑性分析)及剪变形、转动惯量影响(即可适用于厚板动力塑性计算);塑性变形同时考虑稳态(中载)及非稳态(高载)二种情况,问题全部给出了解析介。

根据目前有关结构动力塑性分析研究^[2,5,6,7]我们可以发现,一般受弯结构在承受静荷时,当荷载不断增加而超过弹性极限时,结构各处将不断出现塑性铰(线)而达到机动状态,这时荷载不能再继续增加,而挠曲变形将无限增长,结构达静力极限状态。在承受动荷时,首先是弹性变形,进入塑性阶段后,按荷载大小将分为稳态(中载)与非稳态(高载)

本文收到日期: 1981年3月1日:

二种情况：对于中载，结构达塑性阶段后，结构将保持弹性极限的变形状态向前运动，即在塑性铰（线）处有相对转角变化，而其它区域保持原有弹性变形形态而作相对运动（稳态），达最大值，而后保留一定残余变形；对于高载，结构达塑性阶段后，出现连续塑性区，随着向前运动，塑性区将不断缩小，而新出现弹性区，保持出现时的变形曲率，而向前运动，最后塑性区全部消失（非稳态），而恢复到原稳态塑性铰（线）形状，过后如同中载那样，继续向前运动，达最大值，而后产生一定残余变形。

这就是所谓“弹性—刚塑性”模型，这种分阶段模型概念最初由李国豪教授^[1]提出，他曾给出四边简支薄板的稳态变形模式。这里将讨论包括各种边界条件，厚、薄板，稳态与非稳态变形的一般性变形模式。这一模式将使一些常用弹塑性结构动力反应问题得到封闭式解析。下面有关分析不考虑强化和速率影响。此外，考虑到钢筋混凝土结构弯、剪主要分别由不同材料承担，也略去剪力对极限弯矩影响^[1]。

二、弹性分析

一承受冲击波作用的四边支承（边界条件任意）钢筋混凝土矩形厚板如图1所示。若板内配筋使板上各弯矩极值点塑性铰同时出现（这在第五节所述设计计算方法将证实这一点）并联成机动铰线（见图2），则板件将由弹性阶段很快转入理想塑性阶段。到达弹性阶段终端的时刻 t 及相应挠度 W_e 可按下列公式求得。

取弹性阶段中部短跨方向最大弯矩 M_1 为控制值，其动力余为^[10]

$$M_1 = \bar{M}_1 C_{MH1} \left(\frac{h}{b}\right) K(t) \quad (1)$$

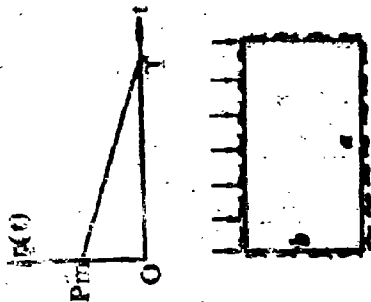


图 1

式中， \bar{M}_1 为相应静薄板弯矩值， C_{MH1} 为该点弯矩厚化系数， $K(t)$ 为动力函数，对该爆荷载（图1）有：

$$K(t) = \begin{cases} 1 - \cos \omega t - \frac{t}{T} + \frac{\sin \omega t}{\omega T}, & t \leq T, \end{cases} \quad (2a)$$

$$K(t) = \begin{cases} \frac{\sin \omega t}{\omega T} - \frac{\sin \omega (t-T)}{\omega T} - \cos \omega T, & t \geq T, \end{cases} \quad (2b)$$

式中 ω 为板件基频，有^[10]

$$\omega = \bar{\omega} C_{\omega H1} \left(\frac{h}{b}\right), \quad (2c)$$

而 $\bar{\omega}$ 为相应薄板基频， $C_{\omega H1}$ 为该板基频厚化系数。

在 t_e 时刻 M_1 达该点弯矩极限值即：

$$\bar{M}_1 C_{MH1} K(t_e) = M_{Pl}. \quad (1b)$$

对于一般厚板及核爆载荷有 $t_e \ll T$, 按式 (2a) 满足方程:

$$\omega t_e + \omega T \cos \omega t_e - \sin \omega t_e = \omega T \left[1 - \frac{M_{pl}}{M_1 C_{MH}} \right] \quad (3a)$$

对于一般性动载

$$t_e = K^{-1} \left[\frac{M_{pl}}{M_1 C_{MH}} \right] \quad (3b)$$

板中部弹性挠度及其速度解为^[10]

$$W_0 = \bar{W}_0 C_{WH0} \left(\frac{h}{b} \right) K(t)$$

$$\dot{W}_0 = \bar{W}_0 C_{WH0} \left(\frac{h}{b} \right) \dot{K}(t)$$

式中, \bar{W}_0 为相应静薄板挠度值, C_{WH0} 为该点挠度厚化系数。 C_{MH} , C_{WH} , C_{WH0} 等均是计入剪变形、转动惯量效应而附加的, 具体数值见 [10]。

在 t_e 时刻之挠度

$$W(t_e) = W_e = \bar{W}_0 C_{WH0} K(t_e),$$

代入式 (1b) 得

$$W_e = \frac{\bar{W}_0 C_{WH0}}{M_1 C_{MH}} M_{pl}, \quad (4a)$$

而这时速度

$$\dot{W}_e(t_e) = \dot{W}_e = \bar{W}_0 C_{WH0} \dot{K}(t_e), \quad (4b)$$

对于 $t_e < T$ 的核爆载荷情况有

$$\dot{K}(t_e) = \omega \sin \omega t_e + \frac{\cos \omega t_e - 1}{T}. \quad (4c)$$

三、稳态弹塑性变形

在塑性阶段有图 2 所示塑性铰线图, 其中 k, v, v' 为铰线的形状参数。对于一定配筋的板件在弯矩极值点有一定极限内力值 $M_{P1}, M_{P2}, M_{P(1)}, M_{P(1)'}, M_{P(2)}, M_{P(2)'}$ 等 (对于简支边界为零)。对于一个已经设计好的钢板, 下列参数是已知的:

$$\lambda = \frac{a}{b}, \quad \alpha = \frac{M_{P2}}{M_{P1}}, \quad \beta_1 = \frac{M_{P(1)}}{M_{P1}}, \quad \beta'_1 = \frac{M_{P(1)'}}{M_{P1}},$$

$$\beta_2 = \frac{M_{P(2)}}{M_{P2}}, \quad \beta'_2 = \frac{M_{P(2)'}}{M_{P2}}. \quad (5)$$

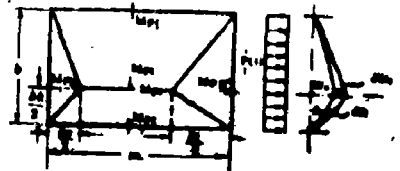


图 2

其外载 内力、惯性力、惯性力矩的虚功分别计算为 (对于 $v + v' \leq 2\lambda$ 情况)

$$\delta L_P = \iint_S P(x, y, t) \delta W ds \quad (6a')$$

$$= \frac{P(t)}{12} b^2 [6\lambda - (v + v')] \delta W_0, \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \delta L_M &= \int_L -M_P \delta \theta dL \\ &= -2M_{P1} \left[\lambda \left(\frac{1 + \beta_1}{k} + \frac{1 + \beta'_1}{2 - k} \right) + \alpha \left(\frac{1 + \beta_2}{v} + \frac{1 + \beta'_2}{v'} \right) \right] \delta W_0, \quad (6b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta L_\rho &= \iint_S -\rho h \ddot{W} \delta W ds \\ &= -\frac{\rho h}{12} b^2 [4\lambda - (v + v')] \ddot{W}_0 \delta W_0, \quad (6c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta L_J &= \iint_S -\rho J \ddot{\theta} \delta \theta ds \\ &= -\frac{\rho h}{12} b^2 \left(\frac{h}{b} \right)^2 \left[\frac{4\lambda - (v + v')}{k(2 - k)} + \frac{1}{v} + \frac{1}{v'} \right] \ddot{W}_0 \delta W_0, \quad (6d) \end{aligned}$$

其中 ρh , ρJ 分别为板件质量与转动惯量密度。

由变分原理^[8,11] $\delta L_P + \delta L_M + \delta L_\rho + \delta L_J = 0$ 代入式 (6) 得

$$A \frac{d^2 W_0}{dt^2} = \left[\frac{P(t)}{P_0} - 1 \right], \quad (7a)$$

式中系数

$$A = \frac{\rho h}{P_0} \frac{[4\lambda - (v + v')] + \left(\frac{h}{b} \right)^2 \left[\frac{4\lambda - (v + v')}{k(2 - k)} + \frac{1}{v} + \frac{1}{v'} \right]}{[6\lambda - (v + v')]}, \quad (8a)$$

P_0 为静力极限载荷, 由相应静力变分原理 $\delta L_P + \delta L_M = 0$ 有

$$P_0 = \frac{24M_{P1}}{b^2 [6\lambda - (v + v')]} \left[\lambda \left(\frac{1 + \beta_1}{k} + \frac{1 + \beta'_1}{2 - k} \right) + \alpha \left(\frac{1 + \beta_2}{v} + \frac{1 + \beta'_2}{v'} \right) \right] \quad (9)$$

由 $\frac{\partial P_0}{\partial k} = 0$ 得

$$k = \frac{2}{1 + \sqrt{\frac{1 + \beta'_1}{1 + \beta_1}}}, \quad (10a)$$

由 $\frac{\partial P_0}{\partial v} = \frac{\partial P_0}{\partial v'} = 0$ 得

$$v' = v \sqrt{\frac{1 + \beta_2'}{1 + \beta_2}} \quad (10b)$$

$$v = \frac{2\alpha \sqrt{1 + \beta_2} \left(\sqrt{1 + \beta_2} + \sqrt{1 + \beta_2'} \right)}{\lambda \left(\sqrt{1 + \beta_1} + \sqrt{1 + \beta_1'} \right)^2} \left[\sqrt{1 + \frac{3\lambda^2 \left(\sqrt{1 + \beta_1} + \sqrt{1 + \beta_1'} \right)^2}{\alpha \left(\sqrt{1 + \beta_2} + \sqrt{1 + \beta_2'} \right)^2}} - 1 \right] \quad (10c)$$

对于核爆载荷式 (7a) 为:

$$A \frac{d^2 W_0}{dt^2} = \begin{cases} (X-1) - \frac{X}{T} t & t \leq T, \\ -1 & t > T, \end{cases} \quad (7b)$$

式中 X 为动力塑性储备系数, 有

$$X = \frac{P_m}{P_0} \quad (8b)$$

表示动力塑性设计抗力与相应结构静力弹性极限抗力比值, 反映考虑动塑性设计后设计抗力提高倍数, 从下面可以看到这主要取决于设计延伸率指标。

求介方程 (7a), 计入塑性阶段开始时刻弹性变形挠度 $W_0(t_c) = W_c$ 及其 $\dot{W}_0(t_c) = \dot{W}$ 有解:

$$W_0(t) = \frac{1}{A} \int_{t_c}^t \int_{t_c}^t \left[\frac{P(t)}{P_0} - 1 \right] dt dt + \dot{W}_c (t - t_c) + W_c \quad (11a)$$

对于核爆载荷有:

$$W_0(t) = \begin{cases} \left[W_c - \dot{W}_c t_c + \frac{(X-1)}{2A} t_c^2 - \frac{X}{3AT} t_c^3 \right] + \left[\dot{W}_c - \frac{(X-1)}{A} t_c + \frac{X}{2AT} t_c^2 \right] t + \frac{(X-1)}{2A} t^2 - \frac{X}{6AT} t^3, & t \leq T, \\ \left[W_c - \dot{W}_c t_c + \frac{(X-1)}{2A} t_c^2 - \frac{X}{3AT} t_c^3 - \frac{X}{6A} T^2 \right] + \left[\dot{W}_c - \frac{(X-1)}{A} t_c + \frac{X}{2AT} t_c^2 + \frac{X}{2A} T \right] t - \frac{1}{2A} t^2, & t > T. \end{cases} \quad (11b1) \quad (11b2)$$

由 $\frac{dW_0(t)}{dt} = 0$ 得最大值时刻:

当 $t_m \leq T$ 即 $X \leq X_1$ 时,

$$t_m(X) = \left(1 - \frac{1}{X}\right) T + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{X}\right)^2 T^2 + \frac{2AT}{X} \left[\dot{W}_c - \frac{(X-1)}{A} t_c + \frac{X}{2AT} t_c^2 \right]}, \quad (12a1)$$

当 $t_m > T$ 即 $X > X_1$ 时,

$$t_m(X) = A \dot{W}_c - (X-1) t_c + \frac{X}{2T} t_c^2 + \frac{X}{2} T \quad (12a2)$$

由 $t_m = T$ 相应 X 为:

$$X_1 = \frac{A\dot{W}_e + t_e - T}{t_e \left(1 - \frac{t_e}{2T}\right) - \frac{T}{2}} \quad (12b)$$

t_m 代回式 (11b) 得挠度最大值:

$$W_m = W_o(t_m) = \begin{cases} W_c + \dot{W}_e(t_m - t_e) + \frac{X-1}{2A}(t_m - t_e)^2 - \frac{X}{6AT}(t_m^3 - 3t_m t_e^2 + 2t_e^3), & X \leq X_1, \quad (13.1) \\ W_c + \dot{W}_e(t_m - t_e) - \frac{1}{2A}(t_m - t_e)^2 + \frac{X}{6AT} [3t_m(T - t_e)^2 - (T^3 - 3Tt_e^2 + 2t_e^3)], & X > X_1, \quad (13.2) \end{cases}$$

则延伸率:

$$\eta = \frac{W_m}{W_e} = \begin{cases} F_1(X) = 1 + \frac{\dot{W}_e}{W_e} [t_m(X) - t_e] + \frac{X-1}{2W_e A} [t_m(X) - t_e]^2 - \frac{X}{6W_e AT} [t_m^3(X) - 3t_m(X)t_e^2 + 2t_e^3], & X \leq X_1, \quad (14a1) \\ F_2(X) = 1 + \frac{\dot{W}_e}{W_e} [t_m(X) - t_e] - \frac{1}{2W_e A} [t_m(X) - t_e]^2 + \frac{X}{6W_e AT} [3t_m(X)(T - t_e)^2 - (T^3 - 3Tt_e^2 + 2t_e^3)], & X > X_1. \quad (14a2) \end{cases}$$

即可求得用延伸率表示的储备系数值:

$$X = \begin{cases} F_1^{-1}(\eta), & X \leq X_1, \quad (14b1) \\ F_2^{-1}(\eta), & X > X_1, \quad (14b2) \end{cases}$$

四、非稳态弹塑性分析

进入塑性阶段后中部出现塑性区(图3),其中 $Y_1(t)$ 等是时间的函数,反映非稳定塑性变形过程。考虑到 Y_2 、 Y_3 、 Y_4 、与 Y_1 的几何关系,其外载、内力、惯性力、惯性力矩的虚功分别为:

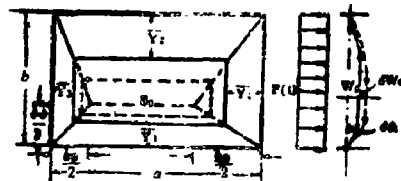


图 3

$$\delta L_P = \iint_S p(x, y, t) \delta w ds \quad (15a')$$

$$= p(t) b^3 \left[\left(\frac{\lambda}{k} + \frac{v+v'}{2k} \right) \left(\frac{Y_1}{b} \right)^2 - \frac{4(v+v')}{3k^2} \left(\frac{Y_1}{b} \right)^3 \right] \delta \theta_1 + p(t) s_0 \delta w_0 \quad (15a)$$

$$\delta L_M = \int_L -M_P \delta \theta dL$$

$$= -M_{P1} b \left\{ \lambda \left[(1+\beta_1) + (1+\beta_1') \frac{k}{2-k} \right] + \alpha \left[(1+\beta_2) \frac{k}{v} + (1+\beta_2') \frac{k}{v'} \right] \right\} \delta \theta_1 \quad (15b)$$

$$\delta L_R = \iint_S -\rho h \ddot{W} \delta W ds$$

$$= -\frac{\rho h}{6k} b^3 \left\{ \left[4\lambda + 2(v+v') \right] \left(\frac{Y_1}{b} \right)^2 - \frac{6(v+v')}{k} \left(\frac{Y_1}{b} \right)^3 \right\} \ddot{W}_0 \delta \theta_1 - \rho h \ddot{W}_0 S_0 \delta W_0 \quad (15c)$$

$$\delta L_J = \iint_S -\rho J \ddot{\theta} \delta \theta ds$$

$$= -\frac{\rho h}{12} b^3 \left(\frac{h}{b} \right)^2 \left\{ \left(\frac{2\lambda}{2-k} + \frac{k}{v} + \frac{k}{v'} \right) - \left[\frac{v+v'}{k(2-k)} + \frac{1}{v} + \frac{1}{v'} \right] \left(\frac{Y_1}{b} \right) \right\} \ddot{w}_0 \delta \theta_1 \quad (15d)$$

其中 S_0 为塑性区面积。由 $\delta L_P + \delta L_M + \delta L_R + \delta L_J = 0$ 并考虑到 $\delta W_0, \delta \theta_1$ 任意, 则其系数为零, 可得二个方程。

由 δW_0 的系数为零, 而 $S_0 \neq 0$ 得

$$\rho h \frac{d^2 W_0(t)}{dt^2} = p(t) \quad (16a)$$

求解方程 (16), 计入塑性阶段开始时刻挠度为 $W_0(t_e) = W_e$ 及其 $\dot{W}_0(t_e) = \dot{W}_e$ 有解:

$$\dot{W}_0(t) = \frac{1}{\rho h} \int_{t_e}^t p(t) dt + \dot{W}_e \quad (17a)$$

$$W_0(t) = \frac{1}{\rho h} \int_{t_e}^t \int_{t_e}^t p(t) dt dt + \dot{W}_e (t - t_e) + W_e \quad (18a)$$

对于核爆载荷有:

$$\dot{W}_0(t) = \begin{cases} \left[\dot{W}_e - \frac{P_m}{\rho h} t \left(1 - \frac{t}{2T} \right) \right] + \frac{P_m}{\rho h} t - \frac{P_m}{2\rho h T} t^2, & t \leq T, \\ \dot{W}_e - \frac{P_m}{\rho h} t \left(1 - \frac{te}{2T} \right) + \frac{P_m}{2\rho h} T, & t > T, \end{cases} \quad (17b1)$$

$$(17b2)$$

$$W_0(t) = \begin{cases} \left[W_e - \dot{W}_e t_e + \frac{P_m}{2\rho h} t_e^2 - \frac{P_m}{3\rho h T} t_e^3 \right] + \left[\dot{W}_e - \frac{P_m}{\rho h} t_e + \frac{P_m}{2\rho h T} t_e^2 \right] t \\ + \frac{P_m}{2\rho h} t^2 - \frac{P_m}{6\rho h T} t^3, & t \leq T, & (18b_1) \\ \left[W_e - \dot{W}_e t_e + \frac{P_m}{2\rho h} t_e^2 - \frac{P_m}{3\rho h T} t_e^3 - \frac{P_m}{6\rho h} T^2 \right] + \left[\dot{W}_e - \frac{P_m}{\rho h} t_e \left(1 - \frac{t_e}{2T}\right) \right. \\ \left. + \frac{P_m}{2\rho h} T \right] t, & t > T. & (18b_2) \end{cases}$$

由 $\delta\theta_1$ 的系数为零, 并计入式(16)有:

$$\begin{aligned} \frac{(v+v')}{3k^2} \left(\frac{Y_1}{b}\right)^3 - \left(\frac{\lambda}{3k} + \frac{v+v'}{6k}\right) \left(\frac{Y_1}{b}\right)^2 - \frac{1}{12} \left(\frac{h}{b}\right)^2 \left[\frac{v+v'}{k(2-k)} + \frac{1}{v} + \frac{1}{v'} \right] \left(\frac{Y_1}{b}\right) \\ + \frac{1}{12} \left(\frac{h}{b}\right)^2 \left(\frac{2\lambda}{2-k} + \frac{k}{v} + \frac{k}{v'} \right) + \frac{p_0}{p(t)} \times \frac{k}{24} [6\lambda - (v+v')] = 0 \quad (19) \end{aligned}$$

这就是非稳态塑性变形形状参数 $Y_1(t)$ 所满足的三次代数方程。

下面根据式(19)来讨论稳态与非稳态塑性变形的 外载峰值 P_m [$p(t) = P_m f(t)$] 的界限。若刚进入塑性阶段时刻 $t = t_e$ 就没有塑性区存在, 即

$$Y_1(t_e) = \frac{kb}{2}$$

P_m 即为非稳态塑性变形最低载限 P_H 。将式(19)代进上式即得:

$$P_H = \frac{\bar{P}_H}{f(t_e)} P_0, \quad (20a)$$

其中引入符号:

$$\bar{P}_H = \frac{6\lambda - (v+v')}{2\lambda + \left(\frac{h}{b}\right)^2 \left[\frac{v+v' - 4\lambda}{k(2-k)} - \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v'}\right) \right]} \quad (21)$$

对于核爆载荷有:

$$P_H = \frac{\bar{P}_H}{1 - \frac{t_e}{T}} P_0. \quad (20b)$$

式(20)所给 P_H 表示, 外载 $P_m \leq P_H$ 时为稳态塑性变形, $P_m > P_H$ 时为非稳态塑性变形。

若是非稳态塑性变形, 则在一定时刻 t_P 时塑性区将蜕变为塑性线, 这个时刻的条件为 Y_1

扩张至 $\frac{bk}{2}$, 即

$$Y_1(t_P) = \frac{bk}{2}$$

将式(19)代入上式,并注意到(21)得 t_p 满足方程:

$$f(t_p) = \frac{\bar{P}_H}{X} \quad (22a)$$

对于核爆载荷有:

$$t_p(X) = T \left(1 - \frac{\bar{P}_H}{X} \right) \quad (22b)$$

上式表明, t_p 永远小于 T 。

对于 $P_m > P_H$ 情况,代入式(20b)有:

$$X = \frac{P_m}{P_0} > \frac{\bar{P}_H}{1 - \frac{t_c}{T}} = X_H \quad (23)$$

注意到(22b)有:

$$t_c < T \left(1 - \frac{\bar{P}_H}{X} \right) = t_p$$

这就说明进入塑性阶段时刻 t_c 后过一段时间才出现塑性区合并为塑性线,也就是 $P_m > P_H$ 条件下存在塑性区并不断变化过程, X 越大从上式知 t_p 越大, Y_1 越小,塑性区越宽。

在 $t > t_p$ 时刻,铰线如稳态情况图2所示,所以可以应用方程(7)及解(11),但要注意到初始条件按式(17), (18)为 $t = t_p$ ($t_p < T$) 之值。

$$W_0(t_p) = W_P = W_e + \dot{W}_e(t_p - t_c) + \frac{P_m}{2\rho h} (t_p - t_c)^2 - \frac{P_m}{6\rho h T} (t_p^3 - 3t_p t_c^2 + 2t_c^3), \quad (24a)$$

$$\dot{W}_0(t_p) = \dot{W}_P = \dot{W}_e - \frac{P_m}{\rho h} t_c \left(1 - \frac{t_c}{2T} \right) + \frac{P_m}{\rho h} t_p \left(1 - \frac{t_p}{2T} \right), \quad (24b)$$

有解:

$$W_0(t) = \frac{1}{A} \int_{t_p}^t \int_{t_p}^t \left[\frac{p(t)}{p_0} - 1 \right] dt dt + \dot{W}_P (t - t_p) + W_P, \quad (25a)$$

对于核爆载荷有:

$$W_0(t) = \begin{cases} \left[W_P - \dot{W}_{PtP} + \frac{(X-1)}{2A} t_p^2 - \frac{X}{3AT} t_p^3 \right] + \left[\dot{W}_P - \frac{(X-1)}{A} t_p + \frac{X}{2AT} t_p^2 \right] t + \\ + \frac{(X-1)}{2A} t^2 - \frac{X}{6AT} t^3, \quad t \leq T, \end{cases} \quad (25b1)$$

$$\begin{cases} \left[W_P - \dot{W}_{PtP} + \frac{(X-1)}{2A} t_p^2 - \frac{X}{3AT} t_p^3 - \frac{X}{6A} T^2 \right] + \\ + \left[\dot{W}_P - \frac{(X-1)}{A} t_p + \frac{X}{2AT} t_p^2 + \frac{X}{2A} T \right] t - \frac{1}{2A} t^2, \quad t > T \end{cases} \quad (25b2)$$

由 $\frac{dW_o(t)}{dt} = 0$ 得最大值时刻:

当 $t_m \leq T$ 即 $X \leq X_2$ 时,

$$t_m(X) = \left(1 - \frac{1}{X}\right)T + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{X}\right)^2 T^2 + \frac{2AT}{X} \left[\dot{W}_P - \frac{(X-1)}{A} t_P + \frac{X}{2AT} t_P^2 \right]}, \quad (26a1)$$

当 $t_m > T$ 即 $X > X_2$ 时,

$$t_m(X) = A \dot{W}_P - (X-1) t_P + \frac{X}{2T} t_P^2 + \frac{X}{2} T \quad (26a2)$$

由 $t_m = T$ 条件得 X_2 满足的方程:

$$X = \frac{A \dot{W}_P + t_P - T}{t_P \left(1 - \frac{t_P}{2T}\right) - \frac{T}{2}} \quad (26b)$$

将 t_m 代回式 (25b) 得挠度最大值:

$$W_m = W_o(t_m) = \begin{cases} W_P + \dot{W}_P(t_m - t_P) + \frac{(X-1)}{A} (t_m - t_P)^2 - \\ - \frac{X}{6AT} (t_m^3 - 3t_m t_P^2 + 2t_P^3), & X \leq X_2, \quad (27.1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} W_P + \dot{W}_P (t_m - t_P) - \frac{1}{2A} (t_m - t_P)^2 + \\ + \frac{X}{6AT} [3t_m(T - t_P)^2 - (T^3 - 3T t_P^2 + 2t_P^3)], & X > X_2, \quad (27.2) \end{cases}$$

代入式 (24), 可求得延伸率为:

$$\eta = \frac{W_m}{W_e} = \begin{cases} F_3(X) = 1 + \frac{\dot{W}_e}{W_e} [t_m(X) - t_e] + \frac{(X-1)}{2W_e A} [t_m(X) - t_P(X)]^2 + \\ + \frac{P_m}{W_e \rho h} \left[t_m(X) t_P(X) \left(1 - \frac{t_P(X)}{2T}\right) - t_m(X) t_e \left(1 - \frac{t_e}{T}\right) + \right. \\ \left. + t_e^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{t_e}{3T}\right) - t_P^2(X) \left(\frac{1}{2} - \frac{t_P(X)}{3T}\right) \right] - \frac{X}{6W_e A T} [t_m^3(X) - \\ - 3t_m(X) t_P^2(X) + 2t_P^3(X)], & X \leq X_2, \quad (28a1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_4(X) = 1 + \frac{\dot{W}_e}{W_e} [t_m(X) - t_e] - \frac{1}{2W_e A} [t_m(X) - t_P(X)]^2 + \\ + \frac{P_m}{W_e \rho h} \left[t_m(X) t_P(X) \left(1 - \frac{t_P(X)}{2T}\right) - t_m(X) t_e \left(1 - \frac{t_e}{2T}\right) + \right. \end{cases}$$

$$+ t_c^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{t_c}{3T} \right) - t_p^2(X) \left(\frac{1}{2} - \frac{t_p(X)}{3T} \right) \Big] +$$

$$+ \frac{X}{6WeAT} \left\{ 3t_m(X)[T - t_r(X)]^2 - [T^3 - 3Tt_p^2(X) + 2t_p^3(X)] \right\},$$

$$X > X_2, \quad (28a_2)$$

即可求得用延伸率表示的储备系数值:

$$X = \begin{cases} F_s^{-1}(\eta), & X \leq X_2, \\ F_c^{-1}(\eta), & X > X_2. \end{cases} \quad (28b_1)$$

$$(28b_2)$$

应用式 (14b) 或 (28b) 以及前述有关公式即可求出X值, 由X值即可作出 X(η) 图。

例如, $\frac{a}{b} = 2$ 之四边固定板, 当 $\omega T = 10$ 而 $\frac{h}{b}$ 不同时, 其计算结果的主要参数见下表。

h/b	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$
α	0.0950	0.0985	0.108	0.124	0.143
$\beta_1 = \beta_1'$	2.07	2.06	2.04	2.04	2.05
$\beta_2 = \beta_2'$	15.0	14.2	12.5	10.6	9.09
k	1	1	1	1	1
$v = v'$	0.996	0.991	0.983	0.979	0.977
ωt_c	1.23	1.25	1.26	1.28	1.29
X_1	2.07	2.08	2.10	2.10	2.09
X_2	2.16	2.18	2.22	2.31	2.45
X_H	2.85	2.92	3.12	3.52	4.26
$\omega t_p(X=4.5)$	4.44	4.32	3.94	3.18	1.75

五、塑性设计计算

有了 $X(\eta)$ 图,厚板的塑性设计计算就可按下列步骤进行:

1. 根据给定的 b, a, h, T 及边界条件、材料常数以及按设计要求选定的允许延伸率 η^* 计算 $^{[10]}\omega$ 及 $\frac{b}{a}, \frac{h}{b}$ 。

2. 根据边界条件, $\frac{b}{a}, \omega T$ 找到相应 $X(\eta)$ 图, 按 $\frac{h}{b}, \eta^*$ 查得 X^* 。

3. P_0 取 $=\frac{P_m}{X^*}$ (P_m 为设计抗力), 按相应静力弹性公式计算 $^{[10]}$ 各点内力。

4. 按此弹性内力图配筋。

按这样方法设计出来的板件, 在静载 P_0 时达弹性极限, 在动载 $P_m = X^*P_0$ 时最大挠度恰为 $W_m = \eta^*W_e$ 正满足原设计要求。因此引入储备系数 X , 配合 $X(\eta)$ 图, 即可避免一般塑性设计计算中的反复试算, 并能将构件的动力塑性设计计算简化为相应构件的静力弹性设计计算过程。

六、其它情况的应用

上述有关动塑性的分析与设计计算方法均可应用于下列其它情况, 为了简单起见, 下面只直接列出结果:

(一) 三边支承厚板 (图4)

$$P_0 = \frac{24M_{Pl}}{b^2(6\lambda - \nu)} \left[\lambda \left(\frac{1 + \beta_1}{k} + \frac{1 + \beta_1'}{2 - k} \right) + \frac{\alpha}{\nu} (1 + \beta_2) \right], \quad (29a)$$

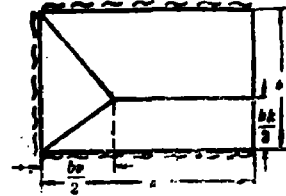


图 4

$$\nu = \left[3\lambda + \frac{\lambda}{4\alpha(1 + \beta_2)} \left(\sqrt{1 + \beta_1} + \sqrt{1 + \beta_1'} \right)^2 \right] \times \left\{ \sqrt{1 + \frac{16\alpha^2(1 + \beta_2)^2}{\lambda^2 \{ 12\alpha(1 + \beta_2) + (\sqrt{1 + \beta_1} + \sqrt{1 + \beta_1'})^2 \}}} + 1 \right\}, \quad (29b)$$

k 同式(10a)。

稳态情况:

$$A = \frac{\rho h}{P_0} \times \frac{(4\lambda - \nu) + \left(\frac{h}{b} \right)^2 \left[\frac{4\lambda - \nu}{k(2 - k)} + \frac{1}{\nu} \right]}{(6\lambda - \nu)}, \quad (29c)$$

t_m, W_m, X 同式 (12), (13), (14)。

非稳态情况:

$$\bar{P}_{II} = \frac{6\lambda - \nu}{2\lambda + \left(\frac{h}{b}\right)^2 \left[\frac{\nu - 4\lambda}{k(2-k)} - \frac{1}{\nu} \right]}, \quad (29d)$$

t_p, t_m, W_m, X 同式 (22), (26), (27), (28)。

(二) 对边支承厚板 (图5)

$$P_0 = \frac{4M_{Pl}}{b} \left[\frac{1 + \beta_1}{k} + \frac{1 + \beta_1'}{2-k} \right], \quad (30a)$$

k 同式 (10a)。

稳态情况:

$$A = \frac{\rho h}{P_0} \times \frac{2}{3} \left[1 + \left(\frac{h}{b}\right)^2 \frac{1}{k(2-k)} \right], \quad (30b)$$

t_m, W_m, X 同式 (12), (13), (14)。

非稳态情况:

$$\bar{P}_{II} = \frac{3}{1 - \frac{2}{k(2-k)} \left(\frac{h}{b}\right)^2}, \quad (30c)$$

t_p, t_m, W_m, X 同式 (22), (26), (27), (28)。

(三) 薄板与梁

上述分析中凡带有 $\left(\frac{h}{b}\right)$ 项均为计入剪变形、转动惯量等中厚结构效应的附加项。若取

$C_{MH1} = C_{WH1} = C_{WHO} = 1$, 并取所有A及 \bar{P}_H 表达式中含 $\left(\frac{h}{b}\right)$ 项为零, 则有关公式即化为相应薄板动塑性分析结果, 而对边支承厚板公式即化为相应边界条件梁的结果。

(四) 其他爆炸冲击波载荷

若上述分析中用式 (1) 代替 (2), (3b) 代替 (3a), (7a) 代替 (7b), (11a) 代替 (11b), (17a)、(18b) 代替 (17b)、(18b), (20a) 代替 (20b), (22a) 代替 (22b), (25a) 代替 (25b), 即可求得适用于其它冲击载荷结果。

(五) 非均布载荷情况

只要用式 (6a') 代替 (6a) 等进行计算就可得到任意分布冲击载荷下动塑性结果。

七、结 束 语

综上所述, 在核爆冲击波作用下矩形板件的动塑性设计计算, 可首先根据设计延伸率 η 按下列公式计算结构储备系数 X :

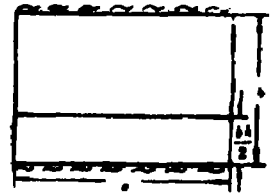


图 5

若 $X \leq \frac{X_H}{X_1}$, 则 $X = F_1^{-1}(\eta)$, F_1 见式 (14a₁) ;

若 $X_1 < X \leq X_H$, 则 $X = F_2^{-1}(\eta)$, F_2 见式 (14a₂) ;

若 $X_H < X \leq X_2$. 则 $X = F_3^{-1}(\eta)$, F_3 见式 (28a₁) ;

若 $X > \frac{X_H}{X_2}$, 则 $X = F_4^{-1}(\eta)$, F_4 见式 (28a₂) ;

然后将设计抗力除 X , 即可按弹性静力公式计算内力, 并按此内力配筋。其它结构及其它冲击载荷的动力弹塑性设计计算可类似进行。

参 考 文 献

- [1] Krajcinovic, D., shock Vib.Dig, 5, 2 (1973) , p1; 10, 10 (1978) , p13; 12, 1 (1980) , p15.
- [2] 王仁, 中国力学学会第一次极限分析及塑性理论学术讨论会论文选集, 科学出版社, (1965) , p1 .
- [3] Karunes, B., Onat, E.T., JAM, 27, 1 (1960) , p107.
- [4] Rajappa, N.R., ASCE Annual and National Environmental Engineering Meeting, Houston, Vol 1, (1972) , p38.
- [5] Cox, A.D., Morland, L.W., J.Mech.Phys.Solids, 10, (1959) , p229.
- [6] Jones, N., Shock Vib.Dig., 7, 8 (1975) , p89.
- [7] Henrych, J., The Dynamics of Explosion and Its Use, Academia Prague, 1979, p438.
- [8] 李国豪, 同济大学科研报告集, 抗爆结构理论 (1) , (1963) , p37
- [9] Drucker, D.C., JAM, 23, (1956) , p509.
- [10] 曹志远, 力学与实践, 3 (1980) , p80.
- [11] 胡海昌, 中国科学, 4, 1 (1955) , p33.

PLASTIC DESIGN CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE
THICK PLATE UNDER BLASTING LOADING

Cao Zhi-yuan, Yang Sun-tian

Under the action of uniformly distributed nuclear explosion, dynamic elastoplastic analysis of the reinforced concrete thick plates in stationary and non-stationary states on general boundary conditions have been made in this paper. The analytic formulas of the time and the loading limit reaching the stationary and non-stationary plastic states, the shape parameters of deformation in each stage, the time at the maximum value and the maximum bending are also given. A concept of the reservation coefficient has been introduced and with the aid of the results of this paper, designers can use static elastic structure design calculation instead of the corresponding dynamic plastic method. The results and calculating methods applied to other shock load, other load distribution and non-thick reinforced concrete structural members are illustrated at the end of the paper.