

一维应变弹塑性压缩波传播中由反向 塑性变形引起的拉应力区

王礼立

本文表明由于一维应变弹塑性波传播中的反向屈服效应, 无需从自由表面反射回来的卸载波的作用, 也会在承受压缩脉冲载荷的表面附近形成拉应力区。在研究成坑和开裂的机理时值得予以注意。

自五十年代初Wood^[1]把Karman-Taylor-Рахматулин的一维应力塑性波理论推广到一维应变弹塑性平面波的传播以来, 这一理论获得了迅速的发展和广泛应用。

与棒中一维应力弹塑性波相比, 一维应变弹塑性波的一个最引人注目的特点是: 当轴向应力 σ 卸载尚未到零前, 会发生反向塑性变形。因而有所谓塑性卸载波, 或更确切地说有所谓反向塑性加载波问题。这时, 由于弹性卸载扰动在正向塑性加载波和反向塑性加载波之间来回反射的内反射现象, 将使得波剖面不断变化, 特别将影响激波的衰减过程。Morland^[2], Lee和Liu^[3]等都曾对问题的这一方面作过讨论。但是, 除了这一方面的影响外, 本文将指出, 仅仅由于反向屈服效应, 无需由其他自由表面反射来的卸载波的作用, 也会在承受压缩脉冲载荷的表面附近形成具有负质点速度的拉应力区。这应该是一维应变弹塑性波的另一个值得重视的特性。

为讨论方便起见, 考察一原来处于零初始条件下的线弹性—理想塑性半无限体, 在其表面 $X=0$ 上受到均布的矩形压缩脉冲载荷, 即 $t=0$ 时受到突加恒值压应力载荷 σ^* , 经 T 时刻后又突卸到零, 这时, 如图1中Lagrange平面上所示, 一开始将同时传播一个强间断的一维应变弹性前驱波OA和一个强间断的一维应变塑性波OB(双波结构), 波速分别为

$$C_e = \sqrt{\frac{K + (4/3)G}{\rho_0}}, \quad C_p = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}}$$

式中 K —体积模量, G —剪切模量, ρ_0 —初始密度。图中0区、1区和2区分别是未扰动的零恒值区, 弹性恒值区和正向塑性加载恒值区。各区的轴向应力 σ 、轴向应变 ϵ 和轴向质点速度 V (下标 X 均略去), 按照应力波理论中常用方法(例如可参阅[4]~[9]), 可由如下**的强间断波阵面上运动学相容条件和动力学相容条件**

$$[V] = \mp D[\epsilon], \quad (1.a)$$

$$[\sigma] = \mp \rho_0 D[V] \quad (1.b)$$

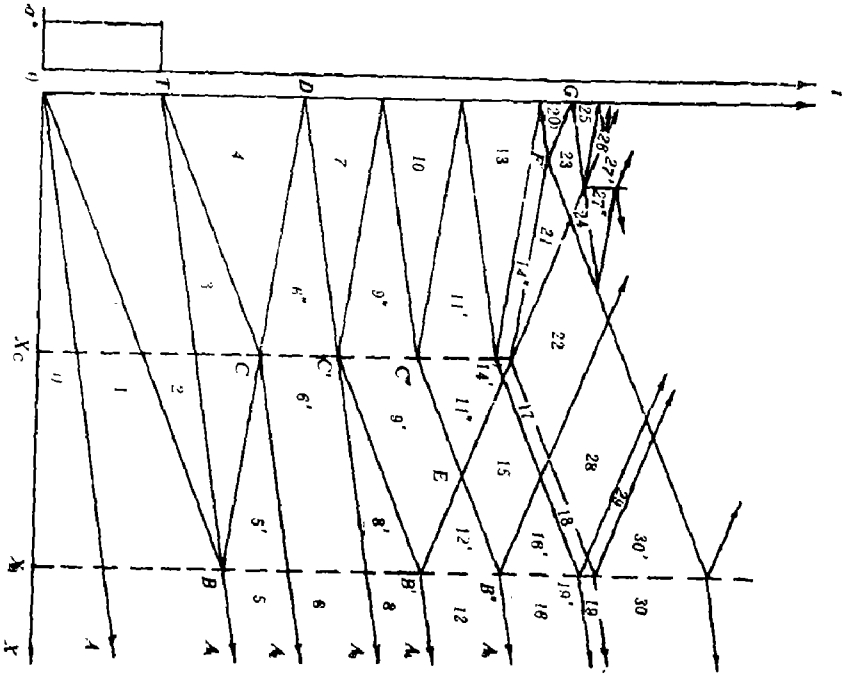


图 1 a

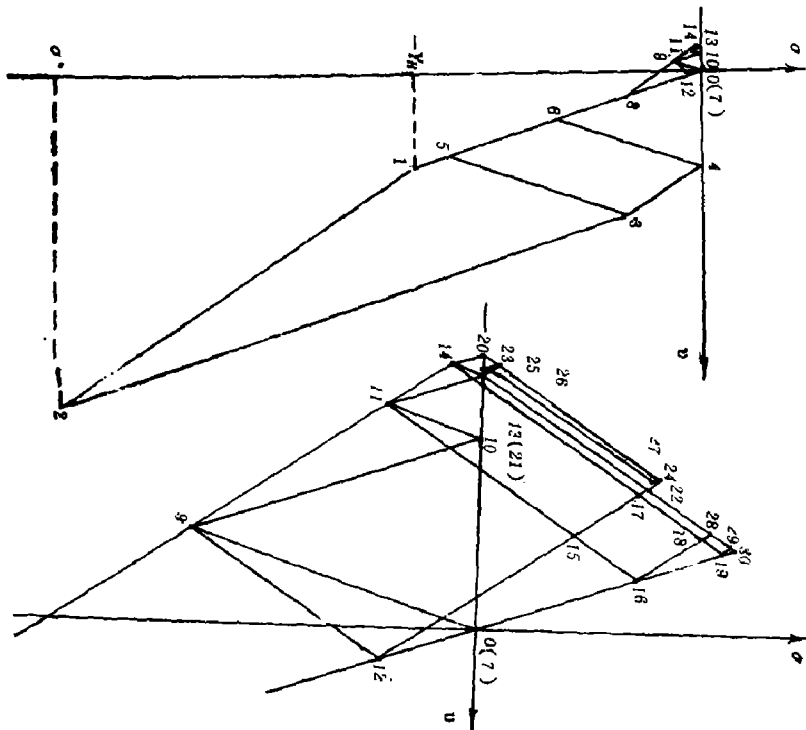


图 1 b

及给定的初边条件来确定。式中负号对应于右行波, 正号对应于左行波, σ 和 ε 以拉力为正, V 以 X 轴向为正, $[\]$ 表示跳跃值(间断), D 为强间断的Lagrange波速, 视情况不同取为 C_e 或 C_p 。按此所确定的0、1、2区的状态如下, 分别对应于 $\sigma \sim V$ 平面上同标号诸点:

$$\begin{aligned}\sigma_0 &= V_0 = 0, \\ \sigma_1 &= -Y_H, \quad V_1 = -\frac{\sigma_1}{\rho_0 C_e} = \frac{Y_H}{\rho_0 C_e}, \\ \sigma_2 &= \sigma^*, \quad V_2 = \frac{1}{\rho_0 C_p} \left\{ \left(\frac{C_p}{C_e} - 1 \right) Y_H - \sigma^* \right\} = V^*\end{aligned}$$

式中一维应变下的轴向屈服应力(Hugoniot弹性限) Y_H 可由简单拉压屈服限 Y_0 和泊松比 ν 算得

$$Y_H = \frac{1-\nu}{1-2\nu} Y_0.$$

$t = T$ 时, 随着边界上应力突卸到零, 将同时传播一个波速为 C_e 的强间断弹性卸载波TB和一个波速为 C_p 的强间断反向塑性加载波TC。3区(弹性卸载区)和4区(反向塑性加载区)的状态可根据反向屈服条件, 按式(1)确定:

$$\begin{aligned}\sigma_3 &= \sigma^* + 2Y_H, & V_3 &= V^* - \frac{2Y_H}{\rho_0 C_e}, \\ \sigma_4 &= 0, & V_4 &= V_3 + \frac{\sigma_3}{\rho_0 C_p},\end{aligned}$$

分别对应于 $\sigma \sim V$ 平面上的点3和点4。

由于 $C_p < C_e$, 在波的传播过程中, 正向塑性加载波与弹性前驱波间的距离逐渐拉长, 反向塑性加载波与弹性卸载波间的距离也逐渐拉长, 但弹性卸载波与正向塑性加载波间的距离则逐渐缩短, 某一时刻的波剖面如图2.a所示。在 $t = t_0$ 时刻, 弹性卸载波TB追上正向塑性加

载波OB而相互作用(追赶卸载)。如 $\sigma^* \geq -\frac{1+5\frac{C_p}{C_e}}{1+\frac{C_p}{C_e}} Y_H$, 则正向塑性加载波将在相互作用后

消失, 从B点处右行传播的是弹性卸载波BA₁, 而左行传播的内反射波BC则是弹性卸载区中使应力从 σ_3 重新压缩加载到 σ_6 的加载波。但应注意, BC对于随后在C点处迎面相遇的反向塑性加载波TC来说, 则是起卸载作用的弹性卸载波(迎面卸载)。5区和6区的状态可按照在波的相互作用界面处应力和质点速度均应保持连续的要求, 由式(1)确定。其后各区状态也可类似地予以确定, 细节不再一一列出, 所得结果如图1所示。下面着重指出几点:

1. 与B点和C点相对应地, 在 X_B 和 X_C 处分别形成了两个性质不同的驻定应变间断面。前者是对于正向塑性加载而言的, 即在 X_B 处有正向塑性应变和正向后继屈服应力的突跃, 其左侧的应变比右侧的大(图2.b)。而后者是对于反向塑性加载而言的, 在 X_C 处有反向塑性应变和反向屈服应力的突跃, 其左侧的总应变比右侧的小(图2.c)。

2. 既然驻定应变间断面 X_C 的左侧经历过 $\sigma = 0$ 的反向塑性加载(4区)而其右侧($X_C X_B$ 区间)只经历过 $\sigma = \sigma^*$ 的正向塑性加载, 因此 X_C 左侧的反向后继屈服应力为0而右侧的反向屈服应力为 $\sigma_3 = \sigma^* + 2Y_H$ 。于是从冲击表面处右行传来的 $\sigma = 0$ 的扰动, 例如DC', 在 $O X_C$ 区间

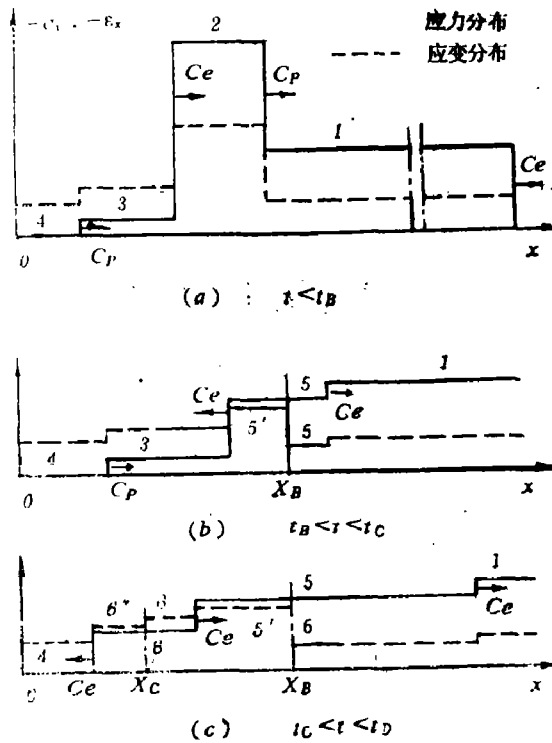


图 2

传播时属于弹性波性质,而入射到驻定应变间断面 X_c 上时,将透射右行的反向塑性加载波,例如 $C'B'$ 。这就好象一弹性波从高屈服应力材料入射到低屈服应力材料时,如果弹性波幅值超过了后者的屈服限,必将反射弹性卸载波而透射弹性加载波一样。依此类推,只要驻定应变间断面 X_c 存在,右行入射到 X_c 的 $\sigma = 0$ 的弹性波都将透射反向塑性加载波。在图1中随着 $9'$, $11'$ 和 $14'$ 等区的出现,反向塑性加载波的强度依次增强 ($|\sigma| \rightarrow 0$)。

3. 既然驻定应变间断面 X_B 的左侧 (X_c X_B 区间) 经历过 $\sigma = \sigma^*$ 的正向塑性加载,而其右侧只经历过弹性变形,因此 X_B 左侧的反向屈服应力为 $\sigma_s = \sigma^* + 2Y_H$,而右侧的反向屈服应力则为 Y_H 。于是,除非右行入射到 X_B 的反向塑性加载波的强度超过了 Y_H 从而足以使 X_B 的右侧也发生反向塑性加载,否则在 X_B 处将只透射弹性波,例如 $B'A_4$,而反射的是进一步增强反向塑性加载波,例如 $B'E$ 。这就好象一塑性波从低屈服应力材料入射到高屈服应力材料时,如果塑性波幅值低于后者的屈服限,必将反射进一步加载的塑性波而只透射弹性波一样。由此可见,除非反向塑性加载波强度 $\sigma \geq Y_H$,否则反向塑性加载波的传播将止于驻定应变间断面 X_B ,在 $X \geq X_B$ 的介质中只传播弹性波。

4. 从 X_c 透射的右行反向塑性加载波 $C'E$ 和从 X_B 反射的左行反向塑性加载波迎面相遇后,和所有同号应力波迎面相遇后波幅必定增强的后果一样,将发生进一步的反向塑性加载,从而形成拉应力区(15区),这可以和压缩脉冲在弹性介质中传播时,当由自由表面反射的卸载波和入射卸载波迎面相遇时会形成拉应力的情况相类比。所不同的是,在这里则是两

“塑性卸载波”迎面相遇形成了拉应力,而且这种情况的出现仅仅是由于反向屈服效应所造成,无需其他自由表面反射来的卸载波的作用。

5.在 $X_c X_B$ 区间出现的拉应力反向塑性加载波,一方面当它在左行传播过程中与从 X_c 透射过来的一系列依次增强的反向塑性加载波相互作用后,会使拉应力值逐渐增大(如17区)。另一方面,当它右行传播到 X_B 上发生反射加载后,也会使拉应力值逐渐增大(如16'区)。因此, $X_c X_B$ 区间中的反向塑性加载区将朝着拉应力值愈来愈大的方向发展,并且由于 X_c 的左侧在历史上只经历过 $\sigma = 0$ 的反向塑性加载,拉应力的反向塑性加载波将左行通过 X_c ,与此同时,驻定应变间断面 X_c 也就消失了。于是,拉应力反向塑性加载区将扩展到整个 $O X_B$ 区间。

6.如果说当左行的拉应力反向塑性加载波入射到冲击表面之前($t < t_0$),边界上的卸载条件 $\sigma = 0$ 实际上起着推动反向塑性加载的发展的作用的话,则此后这边界条件就对拉应力的反向塑性加载波起着卸载作用了。以后的问题处理和一般的塑性波卸载问题一样,无需再加详细讨论。

7.在驻定应变间断面 X_B 的右侧虽然只传播弹性波,但随着 X_B 左侧区间中拉应力反向塑性加载波的出现,透射弹性波(例如 $B'' A_5$)也转变为具有负质点速度的拉应力波,而且是三向拉应力波, $\sigma_y = \sigma_z = \nu \sigma_x / (1 - \nu)$ 。可以想见,如果所讨论的是有限厚 h 的平板中传播的一维应变弹塑性波的话,则在自由表面 $X = h$ 附近,由自由表面反射的弹性卸载波与诸如 $B'' A_5$ 等入射拉应力弹性波相互作用后,将形成比不计及反向屈服效应时更高的拉应力,从而将更易于导致层裂,或将形成拉应力反向塑性加载区。这一现象归根到底也是由一维应变条件下的反向屈服效应所引起的。

综上所述,在一维应变弹塑性压缩波的传播过程中,仅仅由于反向屈服效应而无需其他自由表面反射回来的卸载波的作用,也会在承受冲击压缩载荷的表面附近形成具有负质点速度的拉应力反向塑性加载区及相邻的拉应力弹性波区。视此拉应力值的大小及材料性能的不同,在一定条件下(特别对于抗拉强度低的土介质等或者已具有裂纹的脆性材料等)可能促进冲击表面附近动态断裂的发展。这对成坑机理的研究也许是值得人们注意的一个新的可能因素。同时,伴随着拉应力反向塑性加载区的形成而出现的拉应力弹性波,也将会影响到另一端自由表面附近层裂现象的发展。

考虑到反向屈服所引起的这些特有的效应,即使在通常认为固体的剪切强度可以忽略的高压下,看来也还是从流体弹塑性本构模型出发来分析问题为好。特别在分析诸如成坑或层裂这类与拉应力的出现有密切关系的现象时,更不能单纯从材料剪切强度值与压力值的相对大小的角度来衡量弹塑性畸变效应可否忽略。事实上,一旦忽略了剪切强度效应,也就从根本上忽略掉了本文所指出的相应的各种效应。关于拉应力值的大小随那些因素变化,以及有关成坑或层裂机理中上述拉应力的作用的更具体的分析,看来是值得进一步研究的课题。

本文曾和朱兆祥教授讨论,特此致谢。

参 考 文 献

- (1) Wood, D.S., "On Longitudinal Plane Waves of Elastic-Plastic Strain in Solids",
J. Appl. Mech., **19** (1952), 521.
- (2) Morland, L.W., "The Propagation of Plane Irrotational Waves Through an Elastoplastic Medium", *Phil. Trans. Roy. Soc., A*: **251** (1959), 341.
- (3) Lee, E.H. and Liu, D.T., "Influence of Yield on High Pressure Wave Propagation",
Symp. IUTAM Stress Waves in Anelastic Solids (1964), 239.
- (4) 王礼立, 塑性动力学讲义, 中国科学技术大学(1964)。
- (5) 朱兆祥, 塑性动力学, 中国科学技术大学(1966)。
- (6) Cristescu, N., "Dynamic Plasticity", North-Holland (1967), s s
- (7) 朱兆祥, 李永池, 爆炸固体力学, 中国科学技术大学(1976)。
- (8) Nowinski, W.K., "Stress Waves in Non-elastic Solids", William Clowes and Sons,
Ltd., London (1978)
- (9) 王礼立, 应力波, 中国科学技术大学(1981)。

TENSILE STRESS REGIONS CAUSED BY REVERSE PLASTIC DEFORMATION IN ONE—DIMENSIONAL STRAIN ELASTIC— PLASTIC COMPRESSIONAL WAVE PROPAGATION

Wang Lili

Abstract

It is shown that near the compressional impulsive loading surface, there will exist tensile stress regions caused by reverse plastic deformation in propagation of one-dimensional strain elastic-plastic compressional waves, regardless of the interaction of incident compressional pulse with unloading waves reflected from the free surface. The presence of such regions may be of significance for development of cratering and spalling.