

轴对称电磁测量技术原理

曹思勤

(1983年8月30日收到)

用轴对称电磁测量技术(ASM)可以测量介质内的粒子速度和导体的自由面飞行速度。本文介绍了此电磁技术的原理:详细推导了将电压波形转化为粒子速度波形所用的积分方程式,并叙述了数据的处理方法和实验结果。

一、引言

在冲击波物理领域中,直接测量粒子速度是非常有用的。近几年来已经发展了几种直接测量粒子速度的技术。如Dremin所用的U形电磁速度计,它是在绝缘介质中嵌入一个U形导体箔,在冲击波作用下,由U形计的底边在外加磁场中运动产生的感应电动势测出冲击波后的粒子速度。此方法虽然原理简单,但产生磁场的装置笨重,样品安装困难。

轴对称电磁测量法是一种直接测量粒子速度的方法。其所用原理为利用一个较小的永磁铁产生磁场,当一块大面积的金属在冲击作用下在磁场中运动而产生涡流,涡流又在拾波线圈中产生次级感应电动势,将此电动势输入记录系统而测出粒子速度。此种方法在样品内不需要导线。根据文献〔1〕所述,在最坏的情况下,磁导率的变化只有千分之几(不包括铁磁体),而微小的电导率变化也不显著影响磁场的移动。所以是一种优点较多的电磁测量法。

二、实验方法原理

图1为所用实验装置的示意图。当图中所示面积很大的金属片(b)在永磁铁(g)产生的磁场中,受冲击作用沿 z 方向移动时,就在拾波线圈(h)中产生感应电动势 $E(t)$,经过传输线(a)输入示波器。利用镜像法建立 $E(t)$ 和粒子速度 u_z 之间的积分函数式。据此,可由记录的 $E(t)$ 剖面计算出所求粒子速度 u_z 的剖面图。

下面详述建立 $E(t)$ 的积分函数式的推导过程, $E(t)$ 为导体片在磁场中运动时产生涡流的次级感应电动势,在我们的实验情况下,磁场变化的频率不高,位移电流可以忽略不计并近似把导体片看作无穷大平面。因此,我们考

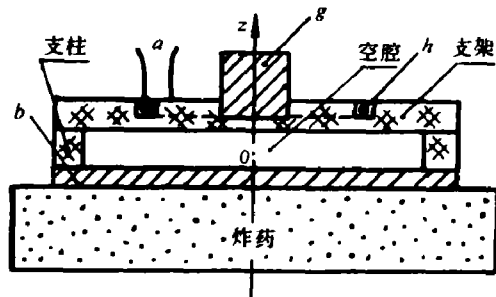


图1 装置示意图

考虑如下:

1. 无穷大导体中感应电流所满足的基本方程式

根据法拉第电磁感应定律, 如在导体中的磁感应强度 \vec{B} 发生变化时, 产生的电场强度 \vec{E} 以下式表示:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (1)$$

如引入磁矢势 \vec{A} ,

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B} \quad (2)$$

代入上式则可得

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\frac{d \nabla \times \vec{A}}{dt} \\ \therefore \vec{E} &= -\frac{d\vec{A}}{dt} \end{aligned} \quad (3)$$

由于电场 \vec{E} 是产生在导体中, 则要产生电流 \vec{i} , 由欧姆定律得

$$\vec{E} = -\frac{d\vec{A}}{dt} = \tau \vec{i} \quad (4)$$

\vec{i} 为导体中的电流密度, τ 为电阻率。假如导体的磁导率为 μ , 本文拟用 MKS 实用制单位系统, 则在导体中产生的磁场

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{i} \quad (5)$$

利用向量公式和磁势的散度等于零

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad \text{和} \quad \nabla \cdot \vec{A} = 0$$

则(5)式变为

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{i} \quad (6)$$

微分(6)式并将(4)式代入得

$$\begin{aligned} \nabla^2 \frac{d\vec{A}}{dt} &= -\mu \frac{d\vec{i}}{dt} \\ \therefore -\tau \nabla^2 \vec{i} &= -\mu \frac{d\vec{i}}{dt} \end{aligned}$$

即

$$\frac{\mu}{\tau} \frac{d\vec{i}}{dt} = \nabla^2 \vec{i} \quad (7)$$

又有

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} \quad \text{和} \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{i} = \nabla \times \frac{\vec{E}}{\tau}, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$$

则(5)式可变为

$$\frac{\mu}{\tau} \frac{d\vec{B}}{dt} = \nabla^2 \vec{B} \quad (8)$$

又将(4)式代入(6)式得

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{i} = \frac{\mu}{\tau} \frac{d\vec{A}}{dt} \quad (9)$$

以上为涡流在导体内满足的基本方程式。

2. 平面薄金属导体中的涡流

如图2所示,在薄金属平面上任一点 $p(x_0, y_0)$,由永磁铁产生的磁势设为 $A'_i(x, y, z, t)$;由涡流产生的磁势为 $A_i(x, y, z, t)$,因此在平面上任一点 $p(x_0, y_0)$ 的磁势 $A(x, y, z, t)$ 应为 A'_i 和 A_i 的和,即 $\vec{A}(x, y, z, t) = \vec{A}_i(x, y, z, t) + \vec{A}'_i(x, y, z, t)$ 。 $A(x, y, z, t)$ 在导体平面法线方向(z 方向)的分量 $A_z(x, y, z, t) = A_{iz}(x, y, z, t) + A'_{iz}(x, y, z, t)$,由(3)式求得 E_z ,它只驱动电荷成偶极层以抵消 z 方向的电场, z 方向没有电流,所以磁势的 A_z 分量可以不用考虑,只考虑与导体平面平行的分量 A_s (下标 s 表示平行导体平面的分量)。即

$$\vec{E} = -\frac{d\vec{A}_s}{dt} = -\frac{d(\vec{A}_i + \vec{A}'_i)}{dt} = \tau \vec{i}_s \quad (10)$$

\vec{i}_s 为面电流密度。

我们现在用 $I_s(x, y)$ 表示图2 p 点开始到无穷远处的总面电流。 I_x 和 I_y 为其沿 x 方向和沿 y 方向的两个分量。因为在 xy 平面上只有沿 x 和沿 y 方向的两个边界。为求面电流密度 i_s ,利用电磁学中的安培环路定律 $\oint B_i dl = \mu I$ 。为方便起见,先求面电流密度 i_s 的两个分量 i_x 和 i_y ,取围绕电流强度 I_x 和 I_y 的两个积分环路。由 p 点分别作垂直导体平面并平行 x 和 y 方向的两个截面(平行 z 方向的截面),用自 p 点开始平行于 x 和 y 的两条实线表示它们与 xy 面的交线,虚线表示在上述截面上沿薄导体上下两表面所取的积分路线。用安培环路定律求涡流强度与它产生的磁感应强度 B_i 之间的关系。 B_{ix} 和 B_{iy} 为 B_i 沿 x 方向和 y 方向的分量,则

$$\mu I_x = 2 \int_{x_0}^{\infty} B_{iy} dx, \quad \mu I_y = 2 \int_{y_0}^{\infty} B_{ix} dy \quad (11)$$

为求面电流密度 i_x 和 i_y ,微分(11)式得

$$i_x = \frac{\partial I_x}{\partial x} = -\frac{2B_{iy}}{\mu} = -\frac{2}{\mu} \frac{\partial A_{iy}}{\partial z} \quad (\because \vec{B}_i = \nabla \times \vec{A}_i) \quad (12)$$

$$i_y = \frac{\partial I_y}{\partial y} = -\frac{2B_{ix}}{\mu} = -\frac{2}{\mu} \frac{\partial A_{ix}}{\partial z}$$

$$\vec{i}_s = \vec{i}_x + \vec{i}_y \quad \vec{B}_i = \vec{B}_{ix} + \vec{B}_{iy}$$

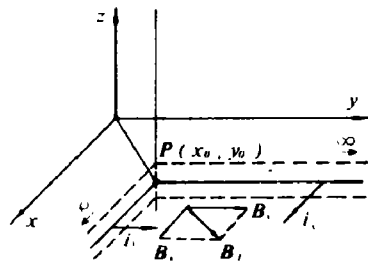


图 2

实线为过 $p(x_0, y_0)$ 点平行 x 轴 z 轴及平行 y 轴 z 轴的两个平面与 xy 平面的交线,虚线为积分路线。

合成即得

$$\vec{i}_s = -\frac{2}{\mu} \frac{\partial \vec{A}_{1s}}{\partial z} \quad (13)$$

将(13)式中 \vec{i}_s 代入(10)式得

$$\frac{d(A_{1s}' + A_{1s})}{dt} = \frac{2\tau}{\mu} \frac{\partial A_{1s}}{\partial z} \quad (14)$$

这是矢势在导体面上所满足的方程式。另外,由(6)式 $\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{i}$,在导体平面外 $i = 0$ 应有

$$\nabla^2 \vec{A} = 0$$

因(14)式右边电流密度总是有限的。这意味着(14)式左边 $\delta t \rightarrow 0$ 时, $\delta(A_{1s}' + A_{1s}) \rightarrow 0$ 。即在很短时间内如 A_{1s}' 发生变化,必定要产生涡流以维持 $A_{1s}' + A_{1s}$ 不变。

如〔图1〕所示,当平板导体在永磁铁产生的磁场中移动时,则通过其平面的磁场随它的移动而发生变化。现在为了看清楚导体内涡流的衰减,假设平板导体移动某一距离后就停止不动了。即当平板导体移动,通过导体面的永磁铁产生的磁势 A_{1s}' 发生变化后,变到某一定值由导体的运动停止就不再变了。如此则只考察涡流的衰减过程。即利用(14)式,当其中 $dA_{1s}'/dt = 0$ 时来考虑涡流衰减。此时(14)式应为

$$\frac{dA_{1s}}{dt} = \frac{2\tau}{\mu} \frac{\partial A_{1s}}{\partial z} = \frac{2}{\sigma\mu} \frac{\partial A_{1s}}{\partial z} \quad (16)$$

式中 σ 为电导率, $\sigma = 1/\tau$ 。 dA_{1s}/dt 为涡流所产生磁势随时间的衰减,所以(16)式可以表示涡流随时间的衰减关系。

下面考虑涡流产生的磁场。为方便起见,我们将永磁铁用一等效磁源电流 I_0 表示,涡流用像源电流 I 来表示,如图3所示。设无限大平面金属片位于垂直上表面的坐标 $z = 0$ 处,金属片原来是静止的,在 $t = 0$ 时开始移动,随着它的移动,通过其平面的永磁铁磁场要发生变化。在 $t = 0$ 时,金属片在 $z = 0$ 位置,永磁铁在其位置产生的磁势为 $A_{1s}' = f(x, y, z_0)$ 。从此开始运动, t 时刻金属片到 $f_s(t)$ 位置。此时永磁铁在其位置产生的磁势为 $A_{1s}' = f(x, y, z_t)$,由此产生的磁势变化应为

$$\Delta A_{1s}' = f(x, y, z_t) - f(x, y, z_0)$$

当金属片上永磁铁产生的磁势发生变化 $\Delta A_{1s}'$ 时,金属片内必产生涡流而使金属片上的矢势仍保持不变。由此可知,以金属片为界面的下半空间的磁场应保持不变。

当 $t = 0$ 时,下半空间界面为 $z = 0$ 的无限大平面,在 $t = t$ 时,下半空间的界面为 $z = f_s(t)$ 的无限大平面,永磁铁在其面上产生磁势的变化为

$$\Delta A_{1s}' = f(x, y, z) - f(x, y, z_0)$$

则涡流将产生磁势变化来抵消永磁铁磁场的变化。

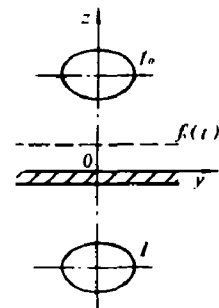


图 3

$$\Delta A_i = -\Delta A_i' = f(x, y, z_0) - f(x, y, z) \quad (17)$$

在满足(17)式的边界条件下, 涡流产生的磁场可用在电磁铁的镜像位置放一个像源来代替, 下面就用像源考虑问题。

1) 考察金属片发生某一移动后, 即静止不动的情况。即金属片上的永磁铁磁场发生 $\Delta A_i'$ 变化, 以后 $dA_i'/dt = 0$ 。在此情况下, 由(16)式可写为

$$\frac{d\vec{A}_i}{dt} = \frac{2}{\mu\sigma} \frac{\partial \vec{A}_i}{\partial z} \quad (18)$$

设 $f(x, y, z)$ 为(18)式的解, $A_i = f(x, y, z)$

如令 $\eta = -|z| - (2/\sigma\mu)t$, 代入(18)式的左右两边分别为

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{A}_i}{dt} &= \frac{d\vec{A}_i}{d\eta} \frac{d\eta}{dt} = -\frac{d\vec{A}_i}{d\eta} \frac{2}{\sigma\mu} \\ \frac{2}{\mu\sigma} \frac{\partial \vec{A}_i}{\partial z} &= \frac{2}{\mu\sigma} \frac{d\vec{A}_i}{d\eta} \frac{d\eta}{dz} = -\frac{2}{\sigma\mu} \frac{d\vec{A}_i}{d\eta} \end{aligned}$$

由此可知, 将上面表示磁势的函数 $f(x, y, z)$ 中的 z 改为 η , (18)式的左右两边仍相等, 所以 $f(x, y, \eta)$ 仍为磁势 A_i 的解, 由(17)式, 涡流磁势的变化为

$$\Delta \vec{A}_i = f(x, y, -|z_0| - \frac{2}{\sigma\mu}t_0) - f(x, y, -|z| - \frac{2}{\sigma\mu}t) \quad (19)$$

(19)式表明, 由于涡流的衰减, 虚源和实源好像各以 $2/\sigma\mu$ 速度相对地离开。

2) 金属片从静止开始以等速度 u_p 运动时, 在拾波线圈中产生的感应电动势 $E(t)$ 和 u_p 之间的关系式。

我们假设永磁铁的等效电流幅度为 I_0 , 金属片从静止开始以等速度 u_p 运动时产生的像源电流幅度为 I_i (如图4所示)。

开始时, 静止金属片的位置在坐标 $z = 0$ 处。磁源 I_0 位于 z_0 处, 拾波线圈位于 z_c 处。在 t 时刻, 金属片移动到 $z_p(t)$ 位置, $z_p(t)$ 对时间的导数即为金属片的移动速度 $u_p(t)$ 。在金属片运动到 $z_p(t)$ 位置时, 源 I_0 到金属片面的距离为 $z_0 - z_p(t)$; 像源 I_i 到片面的距离也应等于 $z_0 - z_p(t)$; 而拾波线圈到片面的距离为 $z_c - z_p(t)$, 所以拾波线圈到像源的距离为

$$z_i = z_0 - z_p(t) + z_0 - z_p(t)$$

求像源 I_i 在拾波线圈处产生的磁场时, 用拾波线圈的像也是一样, 即认为拾波线圈的像在其镜像位置, 而虚源 I_i 位于 I_0 位置 (如图5所示), 求 I_i 在拾波线圈处产生的磁场, 所得结果与用图4所示真实情况完全相同。

现利用运动开始时 $z_p(0) = 0$ 的情况表明可以用拾波线圈的像考虑问题。假设磁源 I_0 的磁场矢势为

$$\vec{A}_i = I_0 f(x, y, z(t - t_0))$$

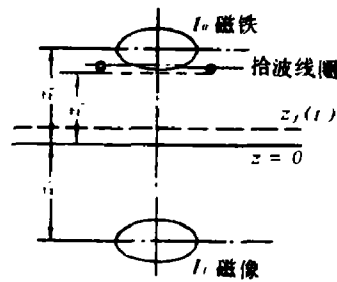


图4 $z = 0$ 为金属片初始位置

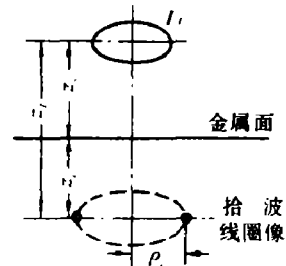


图5 $z_p(t)|_{t=0} = 0$ 时的图象

并假设在金属片运动时, 磁场是连续变化的。

在一很短时间 Δt 内, 磁场的变化为

$$\Delta A_i' = \frac{\partial A_i'}{\partial t} \Delta t = \frac{\partial}{\partial t} I_0 f[x, y, z(t-t_0)] \Delta t = I_0 \frac{\partial f}{\partial z} \dot{z} \Delta t \Big|_{t-t_0}$$

虚源的磁矢为

$$A_i = I_i f[x, y, -|z| - \frac{2}{\sigma\mu}(t-t_0)]$$

令 $\eta = -|z| - (2/\sigma\mu)(t-t_0)$, 则此虚源在 Δt 时间内磁势改变为

$$\Delta A_i = I_i \frac{\partial f}{\partial \eta} \dot{\eta} \Delta t = I_i \frac{\partial f}{\partial \eta} \left[-(|\dot{z}| + \frac{2}{\sigma\mu}) \right] \Delta t \Big|_{t-t_0}$$

已知涡流产生的磁势变化和磁源产生的磁势变化应数值相等方向相反。

$$I_0 \frac{\partial f}{\partial z} \dot{z} \Delta t \Big|_{t-t_0} = -I_i \frac{\partial f}{\partial \eta} \left[\dot{z} + \frac{2}{\sigma\mu} \right] \Delta t \Big|_{t-t_0}$$

当 $t \rightarrow t_0$ 时

$$\frac{\partial f}{\partial z} = -\frac{\partial f}{\partial \eta}$$

$$\therefore I_i = -I_0 \frac{\dot{z}}{\dot{z} + 2/\sigma\mu}$$

设 $u_i = 2/\sigma\mu$ 为涡流衰减引起的像源后退速度, $\dot{z} = dz/dt = u_p$, 因此上式可写为

$$I_i = -I_0 \frac{u_p(t)}{u_p(t) + u_i} \quad (20)$$

式中 σ 为金属片的面电导率, μ 为金属片的磁导率。

现在用拾波线圈的像来考虑问题, 则把 I_i 看作在 I_0 位置, 而 I_i 与线圈像的距离为 z_i 。先求永磁铁 I_0 在拾波线圈像位置产生的磁场。因拾波线圈只切割磁场的径向分量 B_r , 我们只计算在拾波线圈像位置磁感应强度的径向分量 $B_r(\rho_c, z_i)$ 。 ρ_c 为拾波线圈的半径。

现假设 I_0 在拾波线圈像位置产生的磁感应强度为 $B_r(\rho_c, z_i)$ 。根据关系式(20), I_i 在拾波线圈像位置产生的磁感应强度应为

$$B_{r,i} = -\frac{u_p}{u_p + u_i} B_r(\rho_c, z_i) \quad (21)$$

在金属片移动时, 通过拾波线圈的磁场变化而产生感应电动势, 此感应电动势应当是拾波线圈以 dz_i/dt 的速度相对 I_i 运动时, 切割磁场的径向分量而产生。所以在拾波线圈中产生的感应电动势 $E_i(t)$ 应为

$$E_i(t) = -\frac{u_p}{u_p + u_i} 2\pi\rho_c B_r(\rho_c, z_i) \frac{dz_i}{dt} \quad (22)$$

前面已经讲过, $z_i = z_c - z_f(t) + z_i - z_f(t)$,

$$\therefore \frac{dz_i}{dt} = -2 \frac{dz_f(t)}{dt} = -2u_p$$

因此(22)式变为

$$E_i(t) = \frac{2u_p^2}{u_p + u_i} 2\pi\rho_c B_p(\rho_c, z_i) \quad (23)$$

3) 金属片的运动速度随时间变化时,在拾波线圈中产生的感应电动势 $E_2(t)$ 。

为此,我们求由金属片运动速度变化(加速度)产生的涡流磁像源。设金属片在 $t=t^-$ 时, $u_p = u_p(t^-)$, $z_f(t) = z_f(t^-)$, 经过时间 $\Delta t = t^+ - t^-$, 其速度为 $u_p = u_p(t^+)$, 这时位置已移到 $z_f = z_f(t^+)$ 。由片的速度变化 $[u_p(t^+) - u_p(t^-)]$ 产生的像源电流幅度设为 I_2 (如图 6 所示)。已知 t^- 为速度产生 $[u_p(t^+) - u_p(t^-)]$ 变化的开始时间,因此, t^- 为加速度产生像源的生成时间, t^+ 为在拾波线圈中的观察时间。此加速度产生的像源 I_2 到金属片表面 $z_f(t^-)$ 的距离为 $z_c - z_f(t^-)$ 。在观察时间 t^+ , 金属片的位置在 $z_f(t^+)$, 所以拾波线圈到金属片表面的距离为 $z_c - z_f(t^+)$ 。又考虑到由涡流衰减引进的后退速度 u_i , 在 $\Delta t = t^+ - t^-$ 时间内产生的后退距离为 $u_i(t^+ - t^-)$ 。如上所述,像源 I_2 与拾波线圈的距离 z_2 应为

$$z_2 = z_c - z_f(t^-) + z_c - z_f(t^+) + (t^+ - t^-)u_i \quad (24)$$

在 t^- 时,金属箔的速度为 $u_p(t^-)$, 设由此速度产生的像源电流幅度为 I' , 由(20)式应为

$$I' = - \frac{I_0 u_p(t^-)}{u_p(t^-) + u_i}$$

在 t^+ 时,金属箔的速度为 $u_p(t^+)$, 设由它产生的像源电流幅度为 I'' 应为

$$I'' = - \frac{I_0 u_p(t^+)}{u_p(t^+) + u_i}$$

因此当速度由 $u_p(t^-)$ 变到 $u_p(t^+)$, 速度变化产生的像源电流幅度 I_2 应为

$$I_2 = I'' - I' = - \frac{I_0 u_p(t^+)}{u_p(t^+) + u_i} - \left(- \frac{I_0 u_p(t^-)}{u_p(t^-) + u_i} \right) \quad (25)$$

$$I_2 = - \frac{I_0 [(u_p(t^-) + u_i) u_p(t^+) - (u_p(t^+) + u_i) u_p(t^-)]}{[u_p(t^+) + u_i][u_p(t^-) + u_i]}$$

$$\therefore I_2 = - I_0 u_i [u_p(t^+) - u_p(t^-)] / [u_i + u_p(t^+)] [u_i + u_p(t^-)] \quad (26)$$

上式中像源幅度 I_2 为速度由 $u_p(t^-)$ 变到 $u_p(t^+)$ 的速度变化而产生的,实际上,我们可以把速度的变化看作是连续的。随着它的变化也连续产生一系列的磁像,上式中 I_2 是这些磁像叠加的近似值。换句话说,即在一定时间内,我们将此时间分成一些非常小的时间间隔 Δt_i , 求出这些 Δt_i 时间内速度变化产生的像源,将这些像源电流求和,得到一定时间内速度变化产生的总像源电流。

如此,在时间 t' 时,金属箔的速度为 $u_p(t')$, 求 $u_p(t')$ 发生变化产生的像源电流。设在 dt 时间由此速度变化产生的像源为 dI_2 , 根据(25)式写成差分式, dI_2 应为

$$dI_2 = - I_0 d \left[\frac{u_p(t')}{u_p(t') + u_i} \right] \quad (27)$$

t' 为像源产生的时间, t 为观察时间,用 $z_i(t', t)$ 代表像源 dI_2 和拾波线圈之间的距离,由(24)式

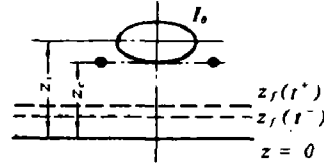


图 6

$$z_i(t', t) = z_i - z_i(t') + z_i - z_i(t) + u_i(t - t') \quad (28)$$

令 $\xi(t', t) = z_i(t', t) - z_i$, 则(28)式中的 $z_i(t', t)$ 可用 $\xi(t', t) + z_i$ 来表示。又用前面求(21)式相同的方法, 得到 dL 在拾波线圈处产生的磁场为

$$-d \left[\frac{u_p(t')}{u_i + u_p(t')} \right] B_p(\rho_c, z_c + \xi) \quad (29)$$

如金属箔从静止开始一直加速到 t 时间, 其速度加速到 $u_p(t)$, 此速度自零变到 $u_p(t)$ 的总速度变化产生的磁场可由积分(29)式得到, 应为

$$B_{r2} = - \int_{-\infty}^t d \left[\frac{u_p(t')}{u_i + u_p(t')} \right] B_p(\rho_c, z_c + \xi)$$

用求(22)式相同的方法得到此时在拾波线圈中产生的感应电动势 $E_2(t)$ 应为

$$E_2(t) = - \left\{ \int_{-\infty}^t d \left[\frac{u_p(t')}{u_i + u_p(t')} \right] B_p(\rho_c, z_c + \xi) \right\} 2\pi \rho_c \frac{dz_i}{dt} \quad (30)$$

将(28)式对 t 微分得出:

$$\frac{dz_i(t', t)}{dt} = -u_p(t) + u_i \quad (31)$$

将(31)式代入(30)式得:

$$E_2(t) = [u_p(t) - u_i] \int_{-\infty}^t d \left[\frac{u_p(t')}{u_i + u_p(t')} \right] 2\pi \rho_c B_p(\rho_c, z_c + \xi) \quad (32)$$

令 $F(\xi) = 2\pi \rho_c B_p(\rho_c, \xi(t', t))$, 由(23)式和(32)式得到 t 时刻在拾波线圈内产生的感应电动势 $E(t)$ 应为 $E_1(t) + E_2(t)$ 。

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t)$$

$$E(t) = \frac{2[u_p(t)]^2}{u_i + u_p(t)} F[\xi(t, t)] - [u_p(t) - u_i] \int_{-\infty}^t d \left[\frac{u_p(t')}{u_i + u_p(t')} \right] F[\xi(t', t)] \quad (33)$$

(33)式中第二项为金属箔由静止开始加速到 $u_p(t)$ 时, 由速度变化产生的像源所产生的感应电动势; 式中第一项为速度 $u_p(t)$ 产生的像源所产生的感应电动势。

(33)式的形式容易说明物理概念, 但用它进行计算则比较困难, 因此将(33)式分部积分

$$\begin{aligned} E(t) &= \frac{2[u_p(t)]^2}{u_i + u_p(t)} F[\xi(t, t)] - [u_p(t) - u_i] \left\{ \left[\frac{u_p(t')}{u_i + u_p(t')} \right] F[\xi(t', t)] \right\} \Big|_{-\infty}^t \\ &\quad - [u_p(t) - u_i] \left\{ - \int_{-\infty}^t \frac{u_p(t')}{u_i + u_p(t')} F'[\xi(t', t)] \frac{d\xi}{dt'} dt' \right\} \\ E(t) &= \frac{2[u_p(t)]^2}{u_i + u_p(t)} F[\xi(t, t)] - [u_p(t) - u_i] \left\{ \frac{u_p(t)}{u_i + u_p(t)} F[\xi(t, t)] \right\} \\ &\quad - [u_p(t) - u_i] \left\{ - \int_{-\infty}^t \frac{u_p(t')}{u_i + u_p(t')} F'[\xi(t', t)] \frac{d\xi}{dt'} dt' \right\} \quad (34) \end{aligned}$$

式中 $F'[\xi(t, t')]$ 为 $F[\xi(t, t')]$ 对 ξ 的导数。

将(28)式对 t' 微分

$$\frac{dz_i(t, t')}{dt'} = -\frac{dz_f(t')}{dt'} - u_i = -[u_p(t') + u_i]$$

由 $\xi(t, t') = z_i(t, t') - z_c$, 得到

$$\frac{d\xi(t, t')}{dt'} = \frac{dz(t, t')}{dt'} = -[u_p(t') + u_i] \quad (35)$$

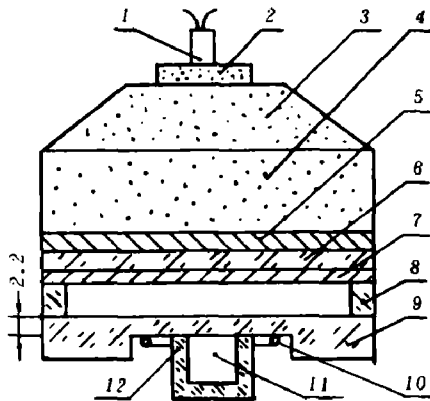
将(35)式代入(34)式得

$$E(t) = u_p(t) F[\xi(t, t)] - [u_p(t) - u_i] \int_{-\infty}^t u_p(t') F'[\xi(t, t')] dt' \quad (36)$$

(36)式即为将电压波形转换为粒子速度波形所用的积分方程式, 因此, 若由实验测出 $E(t)$ 的剖面图, 利用(36)式即可算出 $u_p(t)$ 的剖面图。

三、实验结果

设计装置时, 金属片半径 $\geq 1.5\rho_c$ 即可视金属片为无穷大平面⁽¹⁾。实验装置示意图示于图7, 主要测量在此样品条件下铜板的自由面飞行速度。



- 1——雷管, 2——传爆药柱, 3——平面透镜, 4——T/Γ 40/60, 主药柱 ($\phi 100 \times 32.6$), 5——铅片 $\phi 100 \times 5.10$
6——有机玻璃片 $\phi 100 \times 5.09$, 7——铜片 $\phi 100 \times 5.10$, 8——有机玻璃支柱, 高 10.10, 9——有机玻璃支座, 10——拾波线圈 $\phi 30$, 线粗 0.59, 一匝, 11——永久磁铁 $\phi 11.90 \times 9.88$, 12——有机玻璃盖。

图7 实验装置示意图

由实验测得在铜板自由面飞行时, 拾波线圈中产生的感应电动势 $E(t)$ 的剖面图示于图8

现在我们利用(36)式将由实验得到的 $E(t)$ 剖面转换为铜板自由面速度剖面, 为此应进行处理如下:

确定永磁铁磁场在拾波线圈像运动范围的分布函数 $B_p(\rho_c, z_i)$, 如图9所示。

由实验测量永磁铁磁场的分布数据列于下表。



图8 $E(t) - t$ 剖面图
垂直幅度 1 伏/格, 水平扫速 1 微秒/格

磁场分布测量数据表

ρ_c (毫米)	0	10		15		20
z (毫米)	B_r (高斯)	B_r (高斯)	B_r (高斯)	B_r (高斯)	B_r (高斯)	B_r (高斯)
11	728	320	154	157		70.4
18	276	131	118	92	41.5	56.9
21	126	58.4	73.8	52.6	39.0	39.6
28	67.9	30.4	47.1	30.5	29.7	26.1
31	40.4	16.3	31.7	17.6	22.9	16.9

用对 B_r 和 B_z 的多项式展开

$$B_r = \sum_{L=1,3,\dots}^{13} A_L r^{-(L+2)} \sin \theta \frac{dP_{L+1}(x)}{dx} \quad (37)$$

$$B_z = \sum_{L=1,3,\dots}^{13} A_L r^{-(L+2)} (L+1) P_{L+1}(x) \quad (38)$$

式中 $r^2 = \rho^2 + z^2$, $\sin \theta = \rho/r$, $x = \cos \theta$. P_L 为勒让德多项式, 将表中各 B_r 和 B_z 值代入 (37) 和 (38) 式, 用最小二乘法处理求出各系数 A_L 的数值. 将这些 A_L 系数值代回到 (37) 和 (38) 式中, 即可确定磁场的分布函数 $B_r(\rho_c, z_i)$ 和 $B_z(\rho_c, z_i)$. 对铜飞片, 取 $u_i = 1.08$ 毫米/微秒.

将 $B_r(\rho_c, z_i)$ 代入 (36) 式中, 用已编制好的程序进行迭代计算, 即得到铜板自由面速度剖面图, 如图 10 所示.

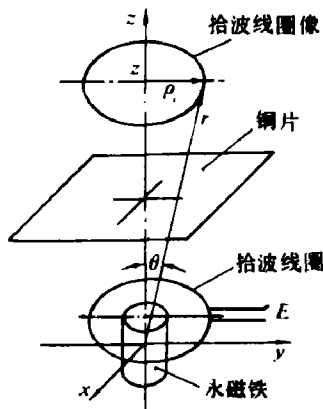


图 9

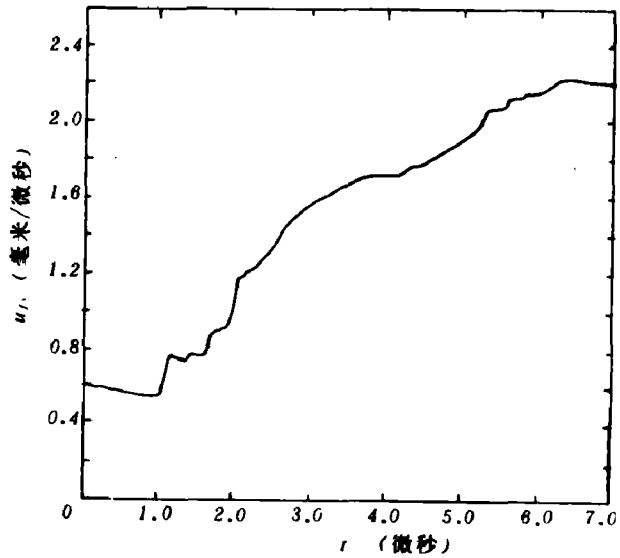


图10 铜飞片自由面的

本文用王圣平、赵成田等同志的实验数据和处理结果,文中计算所用程序为熊自立同志编写和上机计算的。特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Fritz, J. N., Morgan, J. A., *Rev. Sci. Instr.*, 14(2) (1943), 215.
- [2] Smythe, W. R., *Static and Dynamic Electricity*, McGraw-Hill, New York, 2nd ed., (1950), p. 403.
- [3] Hayes, B., Fritz, J. N., *5th Symp. Int. Detonation*, Pasadena, Calif., (1970), 447 — 454.
- [4] Hayes, B., *UCID-18584*, (1974).

PRINCIPAL THEORY OF THE AXIALLY-SYMMETRIC MAGNETIC TECHNIQUE

Cao Siqin

Abstract

The axially-symmetric magnetic (ASM) technique is used to measure particle velocities inside an insulator or the free surface velocities of a conductor subjected to plane shock waves. In this report, the principal theory of this technique is presented and the integral equation is derived in detail. Data reduction method and the experimental results are described.