

在冲击载荷下弹——粘塑性固体的粘性系数

张若棋

(1983年7月27日收到)

本文导出了定态塑性波阵面上的粘性系数 η 的关系式,并利用它计算 Barker 从实验上给出的 6061-T6 铝中的定态塑性波阵面上的 η 值。计算结果表明在波阵面的不同点, η 变化很大。对塑性剪应变率 $\dot{\gamma}_p < 10^6 \text{秒}^{-1}$ 有近似关系式 $\eta \sim \dot{\gamma}_p^{1/(n-1)}$, n 是近似等于2的常数。这个结果和 Grady⁽¹⁾所给出的相似。文中还对一些问题作了讨论。

一、引言

为了研究在冲击高压下固体的粘性,已经发展了几种实验方法,其中之一是测定固体中冲击波阵面的前沿波形,并由此来推算在冲击载荷下固体的粘性系数 η ^{(1),(2)}。1981年,Grady⁽³⁾还导出了在定态冲击波压缩下, η 随应变率 $\dot{\epsilon}$ 的增长而衰减的规律 $\eta \sim \dot{\epsilon}^{-1/2}$ 。以上这些工作只是估算了在冲击波压缩下 η 的某种平均值,都没有详细考察在波阵面上升前沿的不同点上 η 的变化规律,这对于进一步了解在冲击压缩下固体的粘性是不够的。

本文导出了在定态塑性波阵面上成立的粘性系数关系式,并且考虑了材料剪切强度的影响。我们利用所得的公式计算粘性系数沿 Johnson 和 Barker⁽⁴⁾的实验波形的变化规律。计算结果表明在波阵面上升前沿的不同点上,由于塑性剪应变率 $\dot{\gamma}_p$ 的急剧变化, η 变化很大,当 $\dot{\gamma}_p < 10^6 \text{秒}^{-1}$ 时,近似有 $\eta \sim \dot{\gamma}_p^{1/(n-1)}$, n 是表征位错平均速度依赖于剪应力的一个材料常数,6061-T6 铝的 $(1/n) - 1 = 0.533$ 。这个结果和 Grady 的近似公式颇为接近。文中还对一些问题作了讨论。

二、理论原理

Johnson 和 Barker 的实验结果表明,在一定的冲击压缩条件下,金属中的塑性波渐近地发展成为波形基本不变的定态波。平面定态塑性波的基本方程为

$$\rho_{HEL} (u_{HEL} - D) = \rho (u - D) = m \quad (1)$$

$$\rho_{HEL} (u_{HEL} - D)^2 + \sigma_{HEL} = \rho (u - D)^2 + \sigma \quad (2)$$

式中 σ 是变形方向上的全应力, D 和 u 分别是实验室坐标中的塑性波速度和粒子速度, ρ 是密度。下标“ HEL ”表示 Hugoniot 弹性限 σ_{HEL} 处的参量。从(1)、(2)两式可得

$$\sigma + m^2 V = \text{常数} \quad (3)$$

式中 V 是比容。(3)式表明定态波波阵面中的中间状态 σ 和 V 成线性关系, 即沿 $\sigma - V$ 平面上的平衡响应曲线的 Rayleigh 线变化。

为了计算定态塑性波的波形, 我们引进弹—粘塑性固体的本构方程。先用粘性力来反映应变率对全应力的影响。在一维应变条件下, 当 σ 超过 σ_{HEL} 后, 固体产生粘塑性变形, 此时有

$$\sigma = p + \frac{2}{3} Y + \frac{4}{3} \eta \frac{de}{dt}, \quad \sigma > \sigma_{HEL} \quad (4)$$

式中 p 是静水压, 只与体积变形有关, η 是粘性系数, t 是时间, e 是自然对数应变, $e = \ln(V_0/V)$, Y 是简单拉伸屈服应力。考虑到固体在动态变形时屈服点升高, 我们将初始屈服应力 Y_0 取成由平板高速碰撞试验得到的动态值 Y_{OH} , 它可以用下式求出

$$Y_{OH} = \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \sigma_{HEL}$$

式中 ν 是 Poisson 比。若在(4)式中令 $Y = 0$, 即得到

$$\sigma = p + \frac{4}{3} \eta \frac{de}{dt}$$

这是用粘性流体模型来描述固体在一维应变时的本构方程。由此可见, 弹—粘塑性模型的本构方程(4), 不仅能描述固体在塑性流动时的粘性行为, 也能反映固体剪切强度的影响。

利用(1)、(2)、(3)和(4)式可以导出定态塑性波 $\sigma - t$ 波形的微分方程

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{3m^2V}{4\eta} (\sigma - p - \frac{2}{3} Y) \quad (5)$$

在一维应变条件下, 最大剪应力 τ 可表达为

$$\tau = \frac{3}{4} (\sigma - p) \quad (6)$$

而 $\tau_0 = 1/2 Y$, 所以(5)式可改写为

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{m^2V}{\eta} (\tau - \tau_0) \quad (7)$$

我们还可以利用 Taylor⁽⁶⁾ 和 Herrmann⁽⁷⁾ 分别给出的与应变率有关的固体本构方程, 在一维应变状态下可表达成

$$\frac{d\sigma}{dt} - (K + \frac{4}{3} G) \frac{de}{dt} = -\frac{8}{3} G \frac{d\gamma_p}{dt} \quad (8)$$

式中 K 是体积模量, $K = -V \cdot dp/dV$, G 是剪切模量, γ_p 是塑性剪应变。利用(8)式同样可以导出定态塑性波 $\sigma - t$ 波形的微分方程

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{8Gm^2V}{3(K + 4/3G - m^2V)} \frac{d\gamma_p}{dt} \quad (9)$$

Johnson 和 Barker 依靠调整位错参量的方法对类似于(9)式的微分方程进行数值积分, 求得了定态塑性波的理论波形, 其结果与他们的实验波形符合得相当好。如果我们要求在相同的定解条件下(7)式和(9)式分别描述的波形完全一致, 那么它们的右端应该相等。由此得到在定态塑性波阵面上的粘性系数公式

$$\eta = \frac{3(K + 4/3G - m^2V)}{8G} \frac{\tau - \tau_0}{\dot{\gamma}_p} \quad (10)$$

式中塑性剪应变率 $\dot{\gamma}_p$ 可用 Orowan 公式描述

$$\dot{\gamma}_p = b\nu N_m \quad (11)$$

这里 b 是布格斯矢量值, ν 是可动位错平均速度, N_m 是可动位错密度, 它们可以表达成应力和应变的已知函数。

三、计算结果和讨论

我们利用(10)式计算了6061-T6铝中峰值应力分别为90千巴和37千巴时, 定态塑性波阵面上的粘性系数值。(10)式中的剪应力 $\tau - \tau_0$ 和塑性剪应变率 $\dot{\gamma}_p$ 是采用类似于文献[4]中的原理, 通过四阶龙格—库塔方法解常微分方程(9)得到的。由于材料的平衡响应曲线 $P + 2/3Y$ 与冲击加载的不可逆过程有关, 从理论上确定它还有困难, 因此我们象通常采用的方法一样, 用材料的冲击绝热曲线 P_H 代替 p , 并且取 Y 为常数 Y_{OH} 。求解时所需的有关公式和参数都取自文献[4], 即

$$p = A_1 \theta + A_2 \theta^2 + A_3 \theta^3$$

$$\theta = V_0 / V - 1; \quad \nu = (\nu_m \delta^*) / (1 + \delta^*)$$

$$\delta = (\tau - \tau_0) / T; \quad N_m = N_{m0} + (a/b) \gamma_p$$

这里 ν_m 是位错运动的极限速度, N_{m0} 是原始位错密度, a 代表位错增殖系数, A_1, A_2, A_3, η 和 T 都是材料常数。计算结果表明在定态塑性波阵面上升前沿的不同点上, 粘性系数值是不同的。对峰值应力为90千巴的定态塑性波而言, 在40毫微秒的上升时间区间内(以 $\sigma = 1.1 \sigma_{HEL}$ 为上升前沿的起点), η 值在60—4000泊的范围内急剧变化, $\eta - t$ 的变化规律如图1所示。图1也给出了剪应力沿波阵面上升前沿的变化规律。这个图中的虚线是由(9)式计算得到的定态塑性波的 $\sigma - t$ 波形。在图中陡峭波形的前方, 应力 σ 有一个平缓的增长区 ($\sigma > \sigma_{HEL}$)。这是因为在外加剪应力的驱使下, 位错的运动和增殖存在一个发展过程, 明显的塑性变形不可能在 σ 刚刚超过 σ_{HEL} 后立即产生。在这区域内, $(\tau - \tau_0)$ 和 $\dot{\gamma}_p$ 与陡峭波形处的值相比小得多, 但 η 却大得多。从图1可看出, 在 $\tau - \tau_0$ 的最大值处, 粘性系数并非最大,

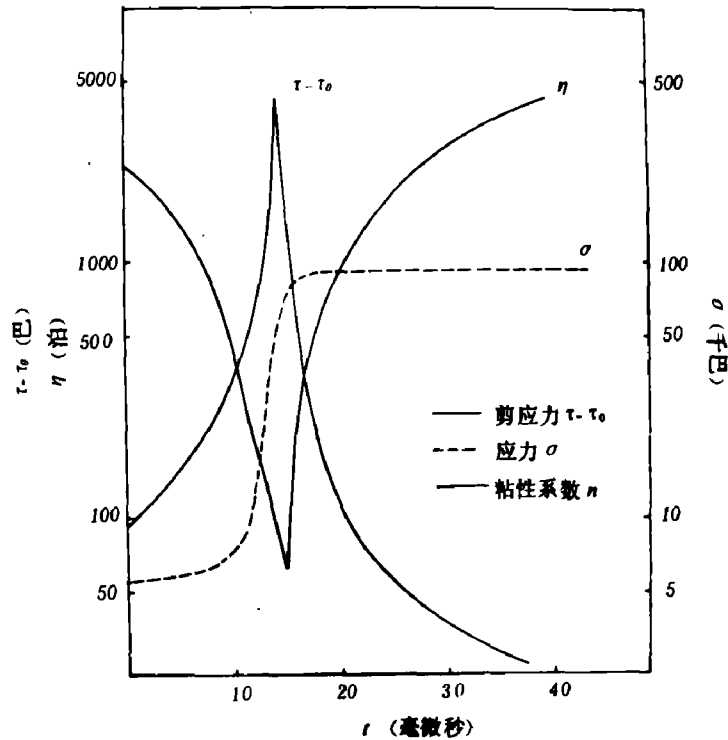


图1 剪应力和粘性系数沿定态塑性波阵面上升前沿的变化规律

恰恰接近最小。这是由于位错速度强烈地依赖于剪应力，使得塑性剪应变率的增长比剪应力的增长要快得多的缘故。图2表示沿波阵面粘性系数随塑性剪应变率的变化规律，在 $\dot{\gamma}_p < 10^6 \text{ 秒}^{-1}$ 范围内， $\log \eta$ 与 $\log \dot{\gamma}_p$ 近似成线性关系。这个结论从(10)式也能得出。当剪应力较低， $\delta^* \ll 1$ 时，位错运动平均速度可表达成

$$v = v_m \delta^* \quad (12)$$

再近似取 $N_m = N_{m0}$ ，将它和(12)式代入(10)式可得

$$\eta = \frac{3 [K + (4/3)G - m^2 V] T}{8 G (b N_{m0} v_m)^{1/n}} \dot{\gamma}_p^{(1/n)-1} \quad (13)$$

文献[4]取 $n = 2.14$ ，则 $\eta \sim \dot{\gamma}_p^{-0.533}$ ，这个结果和 Grady 的 $\eta \sim \dot{\epsilon}^{-1/2}$ 颇为接近。

下面再讨论沿波阵面粘性系数平均值的计算问题。用测量波阵面上升前沿来估算粘性系数时往往用下面的公式^{[1][2]}

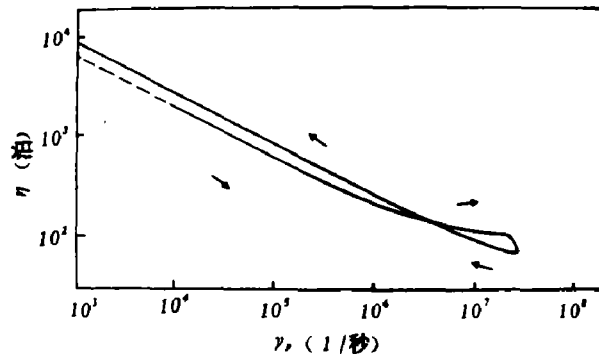


图2 态塑性波阵面粘性系数随塑性

图2 沿定态塑性波阵面随塑性剪应变率的变化规律

$$\eta = (\tau - \tau_0)_{max} / \frac{d\epsilon}{dt} \quad (14)$$

式中 $d\epsilon/dt$ 近似取平均值

$$\frac{d\epsilon}{dt} = (V_{HEL} - V_F) / V_{HEL} \cdot T_F$$

T_F 是测定的波阵面前沿的上升时间, V_F 是 T_F 时刻的比容。我们以 $\sigma = 1.1\sigma_{HEL}$ 为定态塑性波上升前沿的起点, 取不同的 T_F 用(14)式求 90千巴冲击压缩下 6061-T 6 铝的粘性系数, 其结果列在表 1 的最后一列, σ_F 、 V_F 和 $(\tau - \tau_0)_{max}$ 是利用(9)式求得的计算值。表 1 中的第 4 列是根据(10)式算得的 η 沿波阵面的算术平均值。可以看出, (14)式表示的 η 并非是波阵面上粘性系数的最大值, 但高于沿波阵面 η 的算术平均值。因此似乎可以认为(14)式给出了金属在冲击压缩下沿波阵面上升前沿粘性系数算术平均值的上限, 所得结果的可靠性主要取决于 T_F 测的是否准确。

表 1

T_F 毫微秒	σ_F 千巴	$(\tau - \tau_0)_{max}$ 千巴	η (公式 10) 泊	η (公式 14) 泊
28.9	89.82	4.187	1118	1394
40	89.89	4.187	1758	1929

最后, 本文的计算结果是根据文献[4]的实测波形, 而此波形的实验精度不是很高的, 因此本文揭示的一些规律要由更精细的实验来证实和补充。

参 考 文 献

- [1] 陆景德, 测量物质在高冲击压力下的粘性的几点考虑, 私人通信, (1982).
- [2] Chhabildas, L. C. and Asay, J. R., *J. Appl. Phys.*, 50(1979), 2749.
- [3] Grady, D. E., *Appl. Phys. Lett.*, 38(10)(1981), 825.
- [4] Johnson, J. N. and Barker, L. M., *J. Appl. Phys.*, 40(1969), 4321.
- [5] Murri, W. J., Curran, D. R. etc. "Response of solids to shock waves", *advances in high-pressure research*, Vol. 4 Edited by R. H. Wentorf, (1974).
- [6] Talor, J. W., *J. Appl. Phys.*, 36(1965), 3146.
- [7] Herrmann, W., "Some recent results in elastic-plastic wave propagation", *propagation of shock waves in solids*, Edited by E. Varley, ASME (1976), 1.

THE VISCOUS COEFFICIENT OF ELASTIC- VISCOPLASTIC SOLIDS UNDER SHOCK LOADING

Zhang Ruoqi

Abstract

The expression of the viscous coefficient η at the steady plastic wave front is derived in this paper. Using this expression, we have calculated η at the steady plastic wave front from the Barker's experimental results of 6061-T6 Aluminum. The calculated results show that the viscous coefficient η changes very conspicuously at different points in the wave front. There exists an approximate relation $\eta \sim \dot{\gamma}_p^{(1/n-1)}$ in the range of the plastic shear strain rate $\dot{\gamma}_p < 10^6 \text{ sec}^{-1}$, where n is a constant approximately equal to 2. This result is similar to that given by Grady. Some related problems are also discussed in this paper.