

滑移爆轰时计算飞板 飞行姿态的理论发展及其应用

张 凯 金小石

(1983年11月23日收到)

文中列述了在爆炸焊接中计算飞板飞行姿态的理论发展。计算曲线与实验曲线进行了比较。通过拟合得出适合于工程应用的 β_{max} 的计算方法。

对于平板焊接来说,其最为重要的几何参数是碰撞点速度、间隙 y 与弯折角 β ,而后二个参数是唯一地由飞板的飞行姿态来确定的,因而对爆炸焊接来说,探求正确的飞板飞行姿态无论在理论上,还是实际上都具有非常重要的意义,特别对工程应用来说,既要有较好的精确度,又要有简洁而便于应用的公式。

一、计算飞板飞行姿态的各种理论及其相互关系

1943年, R. W. Gurney 在考虑弹壳的爆炸时建立了一维膨胀模型^[1], Gurney 作了二个主要假定,即爆轰是瞬时发生的,速度(包括弹片及产物)按线性分布,最终得到的公式是

$$\frac{V_p}{\sqrt{E_0}} = \sqrt{\frac{6R^2}{R^2 + 5R + 4}} \quad (1)$$

式中 R ——质量比, $E_0 = V_d^2 / 2(\gamma^2 - 1)$ 称为 Gurney 能, V_d 为爆速, γ 是多方指数,推出这个 Gurney 能公式时主要是利用 C—J 条件,即炸药维持爆轰的条件,亦就是说,能作出有效功的内能就是维持爆轰的能量, Gurney 公式过去为许多爆炸焊接工作者广泛应用。类似于 Gurney 公式的一维模型还有 Aziz 公式^[2],他在 $\gamma = 3$ 时得到了一维解析解

$$V_{p,max} = V_d \frac{\sqrt{1 + 32/27 R - 1}}{\sqrt{1 + 32/27 R + 1}} \quad (2)$$

在 $\gamma \neq 3$ 时,它只能是数值解。Дерibas^[3] 针对密度为 0.782 克/厘米³ 时的硝铵炸药,经过拟合结果提出当 $\gamma = 2.55$ 时,建立了他的复板运动公式

$$V_{p,max} = 1.2 V_d \frac{\sqrt{1 + 32/27 R - 1}}{\sqrt{1 + 32/27 R + 1}} \quad (3)$$

但是经常用的硝铵炸药其 γ 值可低到 1.6 ~ 1.7 左右,这样,使用 Дерibas 公式误差仍是

比较大的。1980年朱兆祥用小参数摄动法求出多方指数接近于3的各种炸药驱动飞片问题的一维近似解析解^[4]

$$u_{\infty} = 1 + \mu(1 - 1/\lambda_{\infty}) + \varepsilon(\mu + 3/2 - \tau_{\infty})$$

$$\lambda_{\infty} = (1 + 2/\mu)^{-1/2} \quad (4)$$

$$\tau_{\infty} = (\lambda_{\infty}^3/\mu) [\mu^2 + 17/4\mu + 19/4 + \ln(3/4) - (1 + \mu/2)^2 \ln \lambda_{\infty}]$$

其中 $\mu = 27/16M$, $M = \text{飞片质量/炸药质量}$, $\varepsilon = N - 1 = (\gamma + 1)/[2(\gamma - 1)] - 1 = 1/(\gamma - 1) - 1/2$; (4) 式所提供的解与 Aziz 提供的数值解有惊人的近似, 其误差一般在千分之一到百分之一的范围之内, 小参数摄动法优点在于 Aziz 方法在 $\gamma \neq 3$ 时只能用数值解, 而它可用解析形式 (4) 表出, 但应指出其本质仍是一维的。

前面提到的都是用来求飞行姿态的一维模型, 但是滑移爆轰作用下的飞板运动姿态如不考虑侧向稀疏实属于二维问题, 于是有很多学者从事于二维飞行姿态的研究。从数值解来说, 1970年 Дерибас 用特征线法求出了数值解^[5], 1976年 Richter 提出了二维近似解

$$\begin{aligned} \frac{x}{\delta_0} &= (\gamma + 1) \frac{\beta_{max}}{R} \int_0^{\theta} \frac{\cos \theta}{\beta_{max} - \theta} d\theta \\ \frac{y}{\delta_0} &= (\gamma + 1) \frac{\beta_{max}}{R} \int_0^{\theta} \frac{\sin \theta}{\beta_{max} - \theta} d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

其中 R ——质量比, γ ——多方指数, β_{max} ——飞板最终弯折角, 至于 β_{max} , 还可证明它满足以下等式

$$\frac{1}{\beta_{max}} = b + \frac{c}{R} \quad (6)$$

但当 $1/R$ 很小时, 即在 $0 \sim 0.03$ 范围内, 与实验不符。当 $1/R = 0$ 时, 相当于向空气飞散, 按理, 此时的 b 应等于向空气飞散的角 ϕ_0 的倒数, 即 $1/\phi_0 = b$, 但计算结果, 相差甚远, 故 b 只有形式上意义。在一定的假定条件下, 可证明 b 与 c 的值为

$$\begin{aligned} b &= \frac{\sqrt{3}}{4} \sqrt{\frac{1}{1 - 1/\gamma \sqrt{\gamma^2 - 1}}} \\ c &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2 - \gamma \sqrt{\gamma^2 - 1}}} \end{aligned} \quad (7)$$

陈火金长期使用 Richter 公式, 来解决爆炸焊接中的飞板的实际飞行姿态问题。他认为, Richter 公式的精确度可达 5—6% 左右, 特别是他利用 (6) 式中的 c 值, 即 $1/\beta_{max} \sim 1/R$ 图中的 (7) 式斜率 c 来反求炸药爆轰产物的多方指数^[6], 这对工程应用来说, 是非常有用的方法。

1981年邵丙璜提出滑移爆轰作用下复板运动的二维近似解^[7]。他提出, 作为二维模型, 产物的稀疏作用主要来自三个方面, 占第一位的是上方自由面的稀疏, 其次是飞板本身弯曲的稀疏, 再其次是引爆端的稀疏, 如不计引爆端稀疏时, 他得到公式

$$\cos \alpha d\alpha = \frac{\rho_0 \delta}{m(1 + \gamma_H)} \left[\cos \left(\sqrt{\frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1}} \tan^{-1} \frac{x}{\delta} \right) - \frac{\gamma_0 - 1}{2} \cdot \frac{(\Delta g)_x}{C_H} \right]^{2\gamma_0/(\gamma_0 - 1)} d \left(\frac{x}{\delta} \right)$$

其中

$$\begin{aligned} \frac{(\Delta q)_y}{C_H} = & \sqrt{\frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0 - 1}} \left\{ 1 - \frac{2}{\gamma_0 + 1} \cos^2 \left(\sqrt{\frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1}} \tan^{-1} \frac{x}{\delta} \right) \right\}^{1/2} \\ & \left\{ \cos \left[\tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0 - 1}} \tan \left(\sqrt{\frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1}} \cdot \tan^{-1} \frac{x}{\delta} \right) \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. \tan^{-1} \frac{\delta}{x} \right] + \sin a \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

其中 a —距离 y 处的弯折角, γ_H —波头上的多方指数, γ_0 —爆轰产物在膨胀区的平均多方指数, δ —药厚, ρ_0 —炸药密度, m —单位面积复板的质量。如计及引爆端的稀疏则有

$$\begin{aligned} \cos a \, da = & \frac{\rho_0 \delta}{m} \cdot \frac{1}{1 + \gamma_H} \left[\left(1 - (x/\delta) \cdot \frac{X + x}{\delta} + \frac{\gamma_H}{\gamma_H - 1} \right) / \left(\frac{\gamma_H}{\gamma_H - 1} \right) \right]^{2\gamma_0/(\gamma_0 - 1)} \\ & \left[\cos \left(\sqrt{\frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1}} \tan^{-1} \frac{x}{\delta} \right) - \frac{(\Delta q)_y}{C_H} \frac{\gamma_0 - 1}{2} \right]^{2\gamma_0/(\gamma_0 - 1)} d \left(\frac{x}{\delta} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

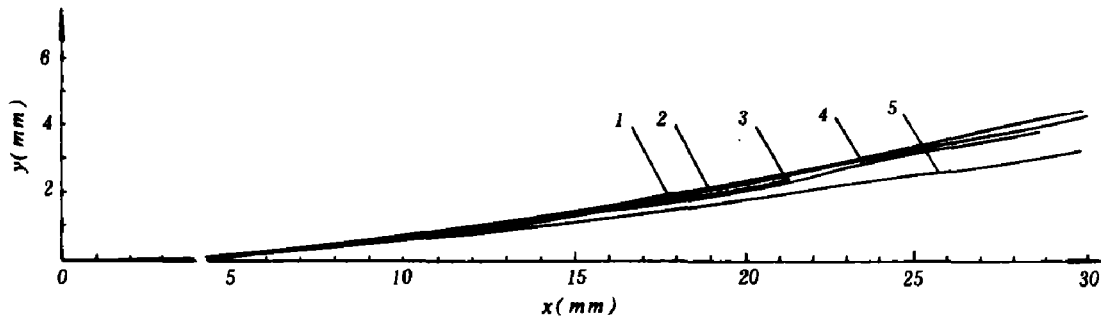


图 1

$\delta = 4 \text{ mm}$; $R = 0.87$; $V_d = 2900 \text{ m/s}$; 曲线 1—试验值; 曲线 2—公式(8),
 $\gamma_H = 2$, $\gamma_0 = 1.7$; 曲线 3—二维数值解($\gamma = 1.75$); 曲线 4—Richter 公式($\gamma =$
 1.75); 曲线 5—公式(9)

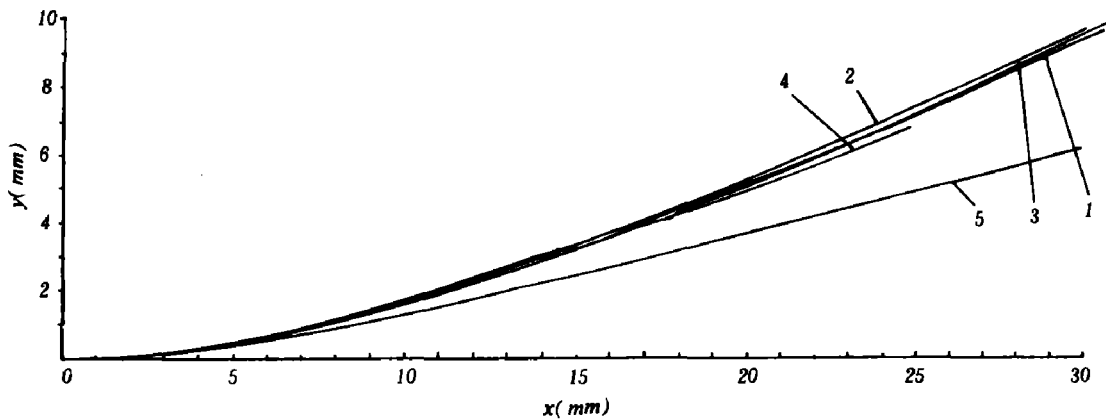


图 2

$\delta = 1.5 \text{ mm}$; $R = 1.81$; $V_d = 2500 \text{ m/s}$; 曲线 1—试验值; 曲线 2—公式(8),
 $\gamma_H = 2$, $\gamma_0 = 1.65$; 曲线 3—二维数值解($\gamma = 1.60$); 曲线 4—Richter 公式($\gamma =$
 1.65); 曲线 5—公式(9)

但是由于实际试验时, 都是采取强起爆方式, 因而起爆端的稀疏效应实际上是不必考虑的, 在图(1)及图(2)中分别有考虑引爆端(曲线5)与不考虑引爆端稀疏(曲线2)二条曲线, 接近实验曲线的是不计引爆端稀疏的, 即曲线2。

为了便于比较, 我们把(5),(8),(9)式所表示的曲线与实验所得的曲线, 以及二维数值方法计算所得的曲线^[8]一并画在图上, 其中实验曲线是用闪光X射线拍摄下来的曲线, 经过工具显微镜读数, 把读得的数值输入计算机再通过绘图仪画出的, 由于照片的黑白分界线不够绝然清楚, 因而读得的数可能存在一定的平移误差, 曲线5是假定距引爆端二倍药厚处作出的, 所有曲线都是通过电子计算机计算后的数值自动输入WX-4675数字绘图仪中自动绘出的, 从图上看: 试验值, Richter公式, 邵丙璜公式及二维数值计算其结果都很接近, 说明这些计算式的精确度都不错, 都适于工程应用。

二、飞板的最终弯折角 β_{max} 与最终速度

飞板运动时, 可分为二个阶段, 一是加速段, 表现为飞板姿态为曲线形状, 在这一阶段中, 飞板速度在不断增加着, 弯折角 β 也在不断增加着, 经过一定距离后, 速度接近恒定, 即 V_{Pmax} , β 接近 β_{max} , 它们之间有公式联系

$$V_{Pmax} = 2V_d \sin \frac{\beta_{max}}{2}$$

这时飞板姿态呈直线形状, β_{max} 或 V_{Pmax} 二个值对平板焊接来说是一个极为重要的量, 因为在等速段进行焊接是许多爆炸焊接工作者所采用的, 这个量主要依赖于质量比, 在不计引爆端的稀疏影响下的稳定滑移爆轰通过量纲分析有

$$\frac{V_{Pmax}}{V_d} = f(R, \nu) \quad (10)$$

其中 V_d —爆速, R —质量比, 无量纲量 V_{Pmax}/V_d 是明显地依赖于 ν 值的, 无论是一维的, 还是二维的, Richter公式(5)或邵丙璜公式(8)都可看出 ν 的影响是很大的。这个事实是众所周知的, 但是否存在某一个无量纲的量, 它只与质量比 R 有关, 当然这个无量纲的量可能包含 ν 。吕洪生^[9]在对二维平板的数值计算中发现 $V_{Pmax}/\sqrt{E_0}$, 只是 R 的函数, E_0 为Gurney能, 他用二维方法计算了 $\nu = 2.5, 3, 3.5$ 时的 $V_{Pmax}/\sqrt{E_0}$ 的值, 并相互作了比较(但对于低爆速炸药, 如低 ν 值的硝铵炸药没有给出相应数据), 于是他建议对于二维飞板的最终速度 V_{Pmax} 可近似按下式给出

$$\frac{V_{Pmax}}{\sqrt{E_0}} = f(R) \quad (11)$$

其中 $f(R)$ 只是与质量比有关的一个函数, 至于 $f(R)$ 的具体形式, 可采用某一拟合曲线, 或Gurney公式中的

$$f(R) = \sqrt{\frac{6R^2}{R^2 + 5R + 4}} \quad (12)$$

这个思想无疑是很好的, 但若要去拟合一个曲线 $f(R)$ 在工程上未必简便, 而用(12)式也未必对所有能遇到的 ν 值都很好适合, 而尤其是因为包含在 E_0 中的 ν 值仍然是个未知值^[10]。为此, 不妨回到 $1/\beta_{max} \sim 1/R$ 的图, 因为很多实验证实 $1/\beta_{max}$ 与 $1/R$ 有一线性关系。我们

不妨作这样一种设想，究竟 Gurney 公式，Aziz 公式等与 Richter 公式在什么条件下才能互相相当呢？为此，写出它们各自对应的 $1/\beta_{max} \sim 1/R$ 的关系式如下

$$\frac{1}{\beta_{max}} = b + c/R \quad (\text{Richter}) \quad (13)_1$$

$$\frac{1}{\beta_{max}} = \left\{ 2 \arcsin \left[\frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{1 + 32/27R - 1}}{\sqrt{1 + 32/27R + 1}} \right] \right\}^{-1} \quad (13)_2$$

(相应于 Aziz 公式 (2) 右端乘以系数 a)

$$\frac{1}{\beta_{max}} = \left\{ 2 \arcsin \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\gamma + 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{\gamma - 1}} \cdot \sqrt{\frac{6R^2}{R^2 + 5R + 4}} \right] \right\}^{-1} \quad (13)_3$$

(修正过的 Gurney 公式，在图 3 中用字母 I.G 表示)

$$\frac{1}{\beta_{max}} = \left\{ 2 \arcsin \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2(\gamma^2 - 1)}} \cdot \sqrt{\frac{6R^2}{R^2 + 5R + 4}} \right] \right\}^{-1} \quad (13)_4$$

(Gurney)

要特别指出的是 (13)₃ 式的 Gurney 公式是经过修正的^[11]，我们知道 Gurney 公式是从一维导出的，如果当爆轰真正处于一维状态时，其 V_p 值按 (1) 式计算，但如果把 Gurney 公式用于二维时，爆轰方向与膨胀方向适好垂直，亦即产物质点速度有二个分量，随飞板运动的方向与沿着爆轰方向，沿爆轰方向的质点运动的动能将是 $1/2 u_d^2 = 1/2 [V_d^2 / (\gamma + 1)^2]$ ，因此，在二维中有效的 Gurney 能应是

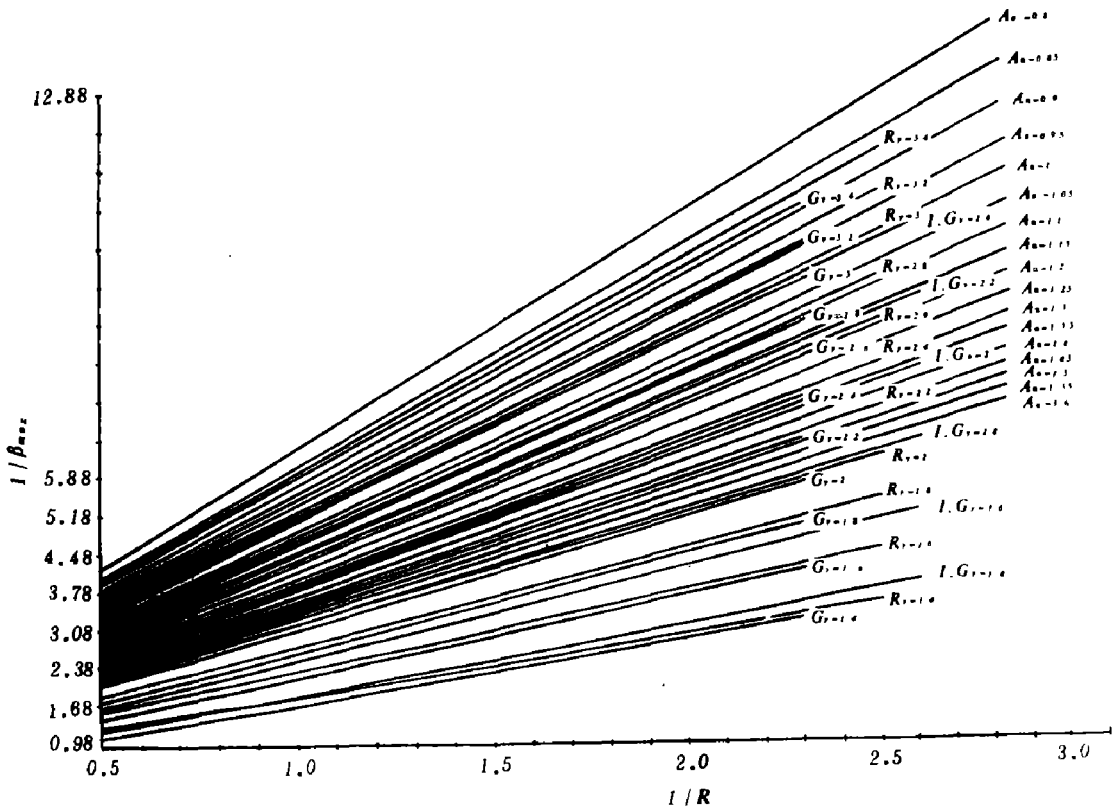


图 3 $1/\beta_{max} \sim 1/R$ 曲线

R —(13)₁ 式; G —(13)₄ 式; $I.G$ —(13)₃ 式; A —(13)₂ 式

$$E_2 = E_0 - \frac{1}{2} \frac{V_d^2}{(\gamma + 1)^2}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{E_2}}{\sqrt{E_0}} = \left[1 - \frac{(V_d / (\gamma + 1))^2}{2 E_0} \right]^{1/2}$$

用 $\sqrt{E_2}$ 去代替 (1) 式中 E_0 ，就得到

$$V_p = \sqrt{E_0} \left[1 - \frac{(V_d / (\gamma + 1))^2}{2 E_0} \right]^{1/2} \cdot \sqrt{\frac{6 R^2}{R^2 + 5 R + 4}}$$

代入 $V_{pmax} = 2 V_d \sin(\beta_{max} / 2)$ 式中就得到 (13)₂ 式。(13)₂ 与 (13)₃ 式看来函数很复杂，可是事实上，几乎都近于线性式 (图 3)，相应地对每一公式给不同的 γ 值，这些曲线是在 $0.4 < R < 2$ 范围内与最终弯折角 β_{max} 之间的关系曲线，一般的爆炸焊接都在这个范围内，根据图形我们可以得出以下结论：

1) 在 $\gamma = 1.4 \sim 3$ 的范围内，(13)₁ 与 (13)₂ 式非常接近，亦即 Richter 公式与未经修正过的 Gurney 公式几乎一样，但随着 γ 值的增加，差别有少许增加，这种能够接近的物理意义可这样来解释，我们可仔细回忆一下 Gurney 公式的推导过程，Gurney 是假定瞬时爆轰的，如果在二维模型中也同样取出一小段 $aabb$ 来，由于假定了爆轰波面是一平面，这一小段就是接近瞬时爆轰状态 (图 4)，至于爆热 $Q =$

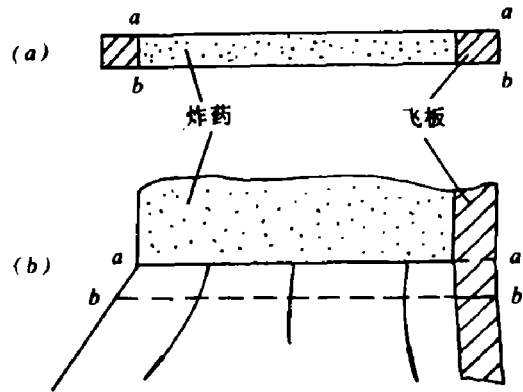


图 4 Gurney 模型

$\frac{V_d^2}{2(\gamma^2 - 1)}$ 中确有一部分为了维持爆轰

对前方炸药作了功，变成了动能 $1/2 u^2$ ，但是由于爆轰是稳定的，在 aa 面支出的，在 bb 面早已经得到了，因而可不必考虑修正的公式 (13)₃，这就是我们对能够接近的物理意义的解释，因而在计算 β_{max} 或 V_{pmax} 时，在确定 γ 值后，特别是低爆速炸药 (其 γ 值较低)，使用 Gurney 公式有很好的精确度。

2) Richter 公式 (13)₁ 与经过系数 a 修正后的 Aziz 公式 (13)₂ 和经过修正后的 Gurney 公式 (13)₃ 式只要彼此间取不同的 γ 值后，就有很好的相互对应 (见表 1)，这样，计算 V_{pmax} 时，其公式就可以相互替换，只要选取不同的 γ 值就行，其结果不会导致大的误差，这对工程上是很有用的。

表 1

Richter 公式 (13) ₁ 中的 γ	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
修正的 Aziz 公式 (13) ₂ 中的 a			1.65	1.45	1.3	1.18	1.08	1
修正后的 Gurney 公式 (13) ₃ 中的 γ	1.51	1.655	1.8	1.93	2.05	2.2	2.3	2.4
Gurney 公式 (13) ₃ 中的 γ (近似值)	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3

[注] 表中每一列是表示相互对应的。

陈火金同志对本文曾提出宝贵意见,作者在此深表谢意。

参 考 文 献

- [1] Gurney, R. W., The Initial Velocities of Fragments from Bombs Shells and Grenades, *B. R. L. Report 405* (1943).
- [2] Aziz, A. K., Hurwitz, H., Sternberg, H. M., *Phys. Fluids*, 4 (3) (1961), 380-384.
- [3] Дерibas А. А., Кудинов, В. М., Магвеевков Ф. И., Симинов, В. А., *Ф. Г. В.* 3 (1) (1967), 111-118.
- [4] 朱兆祥, 蒋大和, 应用数学和力学, 1 (3) (1980), 275-285.
- [5] Дерibas, А. А., Кузьмин, Г. Е., *Ж. Прикл. Мех. и Техн. Физ.*, вып. 1 (1970), 177-183.
- [6] 陈火金, 铍油系炸药爆炸性能的试验研究, 全国第四届爆炸加工会议文集 (1982年)。
- [7] 邵丙瓚等, 滑移爆轰作用下复板运动速度的二维近似解, 全国第四届爆炸加工会议文集 (1982)。
- [8] 张凯, 滑移爆轰作用下二维飞板飞行姿态的数值解, 全国第四届爆炸加工会议论文 (1982)。
- [9] 吕洪生, K 值对抛体速度的重大影响与不同 K 值下抛物极限速度的关系, 私人通讯 (1983)。
- [10] 邵丙瓚、陈维波等, 爆炸与冲击, No. 2 (1981), 30-36.
- [11] *Shock Waves and High-Strain-Rate Phenomena in Metals (Concepts and Applications)*, Edited by Marc A. Megers and Lawrence E. Murr, Plenum, New York (1981), 1035-1036.

THE THEORETICAL DEVELOPMENT AND APPLICATION OF CALCULATION OF THE FLYING ATTITUDE OF A FLYER PLATE UNDER LATERAL SLIPPING DETONATION

Chang Kai Jin Xiaoshi

Abstract

The theoretical development of the flying attitude of a flyer plate in explosive welding has been reviewed in this paper. Comparison between the calculated curves and the experimental ones has been made, and a method for calculating β_{\max} in engineering applications have been given.