

金属表面正规斜碰和射流极限角

王继海

(1984年5月22日收到)

利用激波极曲线方法,研究和计算了金属表面的超音速正规碰撞,给出了金属表面对称和非对称碰撞产生激波的强度,并给出了有关碰撞产生射流的极限角。

一、引言

在爆炸力学中,常常遇到金属表面斜碰撞产生射流问题^[1,2,6,7,10]。一些文章讨论了相同材料表面对称斜碰撞产生射流的极限角^[3,4,5,6]。实际的斜碰撞可能出现两种图象:产生射流和产生两个和碰撞点连接的斜激波。在实际中,判断产生哪种图象往往是非常重要的,例如对于穿甲射流所能达到的极限速度及对爆炸焊接的判据的讨论都是很重要的。对于对称碰撞产生射流的极限角虽有过一些研究,但是对碰撞产生斜激波,特别是不同材料非对称碰撞产生斜激波及射流极限角问题,尚未见到文献中论及。

本文是利用[8,9]中给出的斜激波极曲线,讨论非对称的无射流正规碰撞问题,基本思想在[10]中曾给出。这里具体地研究和计算一些典型轻、重金属的非对称正规斜碰和射流极限角,给出了一种金属的运动表面斜碰另一静止金属表面的有关数据和曲线。

二、激波极曲线^[8,9,10]

讨论定常平面斜激波OS。分别以 P_0 、 ρ_0 、 \vec{q}_0 和 P_1 、 ρ_1 、 \vec{q}_1 表示波阵面前(流体流向阵面)后的压力、密度和粒子速度,而以 N_1 和 L_1 表示相应的速度矢量在波阵面法向和切向上的投影。由跨越波阵面的质量、动量守恒和切向速度连续,得到

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 N_0 &= \rho_1 N_1 \\ P_0 + \rho_0 N_0^2 &= P_1 + \rho_1 N_1^2 \\ L_0 &= L_1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

由前两式解出 N_1 和 N_0 ,得

$$N_0 - N_1 = \sqrt{(P_1 - P_0) \left[(1/\rho_0) - (1/\rho_1) \right]} \quad (2)$$

令 X 轴和 \vec{q}_0 方向重合, y 轴与之垂直, 如图 1 所示, 并令 \vec{i} 和 \vec{j} 为相应方向上的单位矢, 则

$$\left. \begin{aligned} \vec{q}_0 &= q_0 \vec{i} \\ \vec{q}_1 &= u_1 \vec{i} + v_1 \vec{j} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

利用切向速度连续, 动量方程改写为

$$\begin{aligned} P_1 - P_0 &= \rho_0 N_0 (N_0 - N_1) = \\ &= \rho_0 \{ N_0 (N_0 - N_1) + L_0 (L_0 - L_1) \} \\ &= \rho_0 \vec{q}_0 \cdot (\vec{q}_0 - \vec{q}_1) = \rho_0 q_0 (q_0 - u_1) \end{aligned}$$

由此得

$$u_1 = q_0 - \frac{P_1 - P_0}{\rho_0 q_0} \quad (4)$$

再由切向速度连续, 有:

$$(\vec{q}_0 - \vec{q}_1)^2 = (N_0 - N_1)^2 = (q_0 - u_1)^2 + v_1^2$$

上式再利用 (2) 和 (4) 得

$$v_1^2 = (N_0 - N_1)^2 - \left(\frac{P_1 - P_0}{\rho_0 q_0} \right)^2 = (P_1 - P_0) \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1} \right) - \left(\frac{P_1 - P_0}{\rho_0 q_0} \right)^2 \quad (5)$$

从而得到 \vec{q}_1 对 \vec{q}_0 的转角为

$$\tan \theta = \frac{v_1}{u_1} = \pm \frac{\sqrt{(P_1 - P_0) \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1} \right) - \left(\frac{P_1 - P_0}{\rho_0 q_0} \right)^2}}{q_0 - \frac{P_1 - P_0}{\rho_0 q_0}} \quad (6)$$

若已知内能函数的具体形式, P_1 和 ρ_1 的关系可由 Hugoniot 方程确定, 因而 (6) 式表达了 P_1 和 θ 之间的函数关系, 画在图上称之为 (P, θ) 平面上的激波极曲线。本文仅讨论 $P_0 = 0$ 的凝聚物质中的激波, 常用相对于波前为静止时的波速 D 和粒子速度 U 之间的经验关系

$$D = C_0 + \lambda U \quad (7)$$

这里 C_0 为波前声速, λ 为常数。这样 $U = N_0 - N_1$ 。动量方程写为

$$P = \rho_0 U (C_0 + \lambda U) \quad (8)$$

这样 (6) 式可写成

$$\tan \theta = \pm \frac{U \sqrt{q_0^2 - (C_0 + \lambda U)^2}}{q_0^2 - U(C_0 + \lambda U)} \quad (9)$$

显然, 激波存在条件为 $q_0 > C_0$ 。

三、对称碰撞

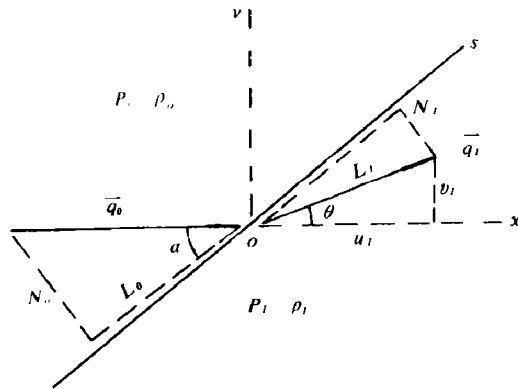


图 1

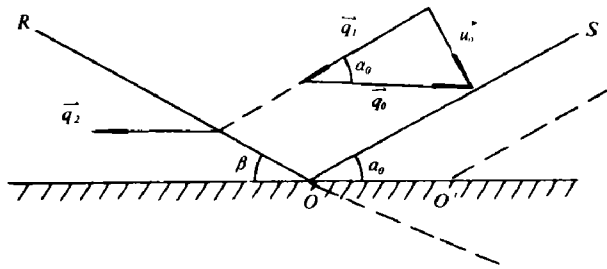


图 2

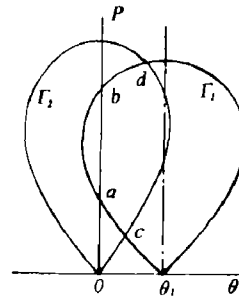


图 3

两相同材料表面对称斜碰可视为其中一个表面和以对称为固壁的斜碰，如图 2 所示。为简单起见，本节仅讨论粒子速度和表面相垂直的情形，复杂情况放到后面去研究。由于仅考虑碰撞点附近的区域，物质表面和激波都可看成是平面的。设材料表面和“固壁”夹角为 α_0 ，激波和“固壁”夹角为 β 。碰撞点沿“固壁”移动速度为

$$q_0 = \frac{u_0}{\sin \alpha_0} \tag{10}$$

这里 u_0 为垂直于表面的粒子速度。取和碰撞点一道运动的坐标系，在此动坐标系中物质表面上的粒子速度 $\vec{q}_i = \vec{u}_0 - \vec{q}_0$ 由图 2 上的矢量关系可见

$$q_i = \frac{u_0}{\tan \alpha_0} = q_0 \cos \alpha_0 \tag{11}$$

这个速度 \vec{q}_i 和“固壁”的夹角为 α_0 ，这相当于绕半顶角为 α_0 的楔的流动，当 $q_i > C_0$ 时产生激波。这个激波可能是和 O 点相连的“附体”激波，也可能是离开 O 点的“脱体”激波。“附体”激波的定解条件是穿过激波 OR 后的流速 \vec{q}_2 平行于固壁，即由 \vec{q}_i 到 \vec{q}_2 的转角应等于 α_0 。这个问题可用激波极曲线方法求解。具体的做法是将 (9) 式的 q_0 换成 q_i ，利用 (8) 和 (9) 式联立，在 (P, θ) 平面上由 $\theta = \alpha_0$ 的点出发，作出如图 3 所示的激波极曲线 Γ_1 。此曲线 Γ_1 和 $\theta = 0$ 即 P 轴的交点 a 和 b 满足上述定解条件，因而是上述“附体”激波问题的解。两个解中 $P_a < P_b$ ，压力较低的值在实验中能够观测到，称为正规碰撞的“弱支”， b 点的值称为强支。对于确定的材料和固定的 u_0 而言，当 α_0 增大时， Γ_1 曲线向 θ 增大的方向移动， a 和 b 两点接近。当 $\alpha_0 = \alpha_{crit}$ 时，极曲线 Γ_1 和 P 轴相切， a 和 b 两点合二为一，出现重根。 $\alpha_0 > \alpha_{crit}$ 时，满足上述正规碰撞条件的解不存在。利用极曲线方法求出 P 后，可由 (8) 式求 U 、由 (7) 式求 D ，然后确定反射激波 OR 的方向。图 4 和图 5 分别给出在 $u_0 = 1 \text{ km/s}$ 和 $u_0 = 2 \text{ km/s}$ 时 W、Fe、Cu 和 Al 四种金属面对称碰撞时压力随 α_0 的变化，实线表示弱支，虚线对应强支。有关材料的参数取自文献 [12]。这里压力均以吉帕为单位。 q_0 以度计。

当 $\alpha_0 > \alpha_{crit}$ 时，正规碰撞解不存在，这时或者是由于 $q_i < C_0$ 而不产生激波，或者是 $q_i > C_0$ 虽然能产生激波，而这样的激波后的流动不能平行于“固壁”，因而该激波将离开壁面，即在 O 点附近无激波，界面将向前移动而产生射流。因此 α_{crit} 是产生射流的极限角。图 6 给出上述各金属的射流极限角和速度 u_0 的关系曲线。由公式 (9) 可见，激波极曲线 Γ_1 存在的条件是 q 和 D 之间的关系，即 $q > D$ ，而 D 又与 C_0 和 λ 两个常数有关。由 (11) 式可见，增加 u_0 ， q_i 增大，极曲线 Γ_1 的高度和宽度都增加，因此 α_{crit} 是 u_0 的单调递增函数。但是 D 在速度

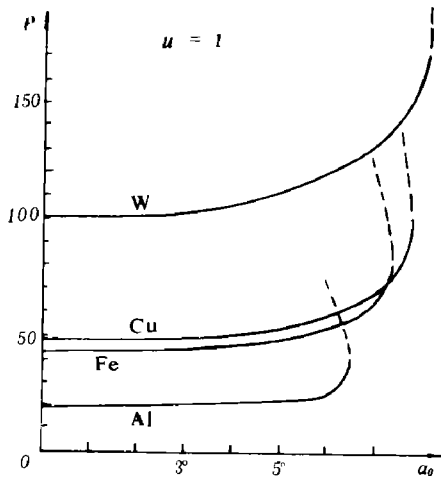


图 4

低时主要取决于 C_0 。 C_0 越大, a_{ex} 值越小, 可是随着速度的增加, λ 的作用愈显著, 结果使得 Fe ($\lambda = 1.92$) 的极限角在 $u_0 > 2$ 时增长显著变慢, 甚至低于声速较大的 Al 的极限角, 这从图 6 可以看出。

四、运动和静止表面的斜碰

现在把上面的结果推广到运动和静止表面的斜碰。两种材料可以是不同的, 在两个物质中都可能产生和碰撞点相连的激波, 如图 7 所示。同样选取和碰撞点 O 一道运动的坐标系, 仍假定 u_0 垂直于运动表面。在运动坐标系中, (1) 介质和 (2) 介质将分别获得公式 (11) 和 (10) 所确定的 \vec{q}_1 和 \vec{q}_0 速度。在激波 OR_1 和 OR_2 之后, 两物质将发生接触, 而产生一个切向间断 OS' , 该间断两侧应满足

$$\left. \begin{aligned} P_3 &= P_4 \\ \vec{q}_3 // \vec{q}_4 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

而第二条件又可表示为和静止面夹角为 α_0 的 \vec{q}_1 矢量转变到 \vec{q}_3 时经过转角 θ_1 的代数和等于由 \vec{q}_0 到 \vec{q}_3 的转角 θ_2 , 即

$$\alpha_0 + \theta_1 = \theta_2 \quad (13)$$

在 (P, θ) 平面上可以做出 OR_1 和 OR_2

所对应的 Γ_1 极曲线和 Γ_2 极曲线。 Γ_1 仍由 $(0, \alpha_0)$ 点出发, 而 Γ_2 则由 $(0, 0)$ 出发, 两极曲线的交点 (图 3) 上的 c 和 d 点显然满足碰撞后的定解条件, c 是弱支解, d 是强支解。 Γ_1 曲

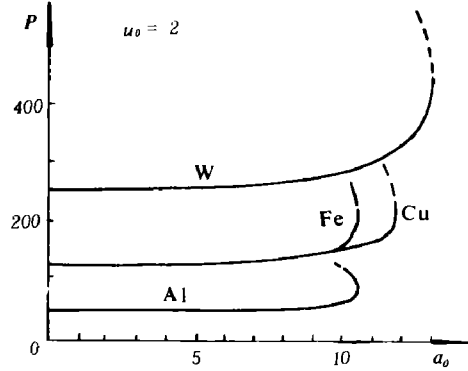


图 5

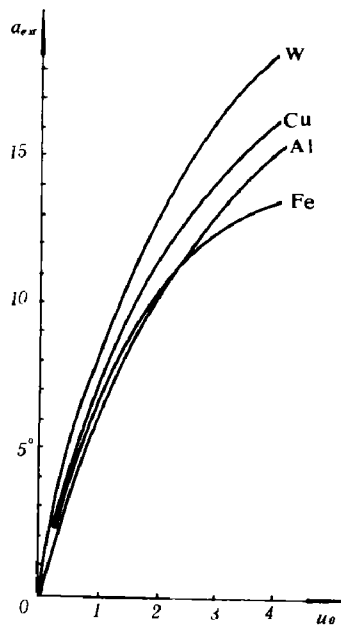


图 6

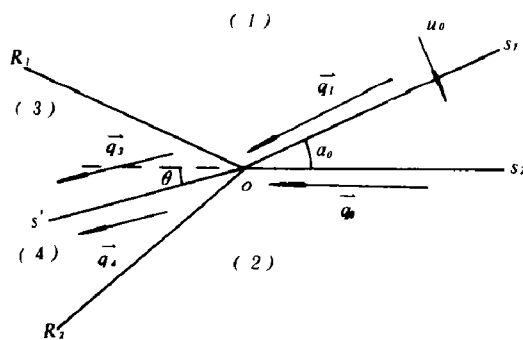


图 7

线的做法同前节，而 Γ_2 曲线波前的速度用 q_0 。两种材料如不同，则采用的 C_0 和 λ 亦不同。

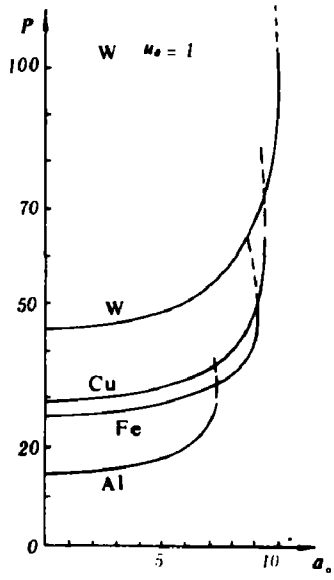


图 8

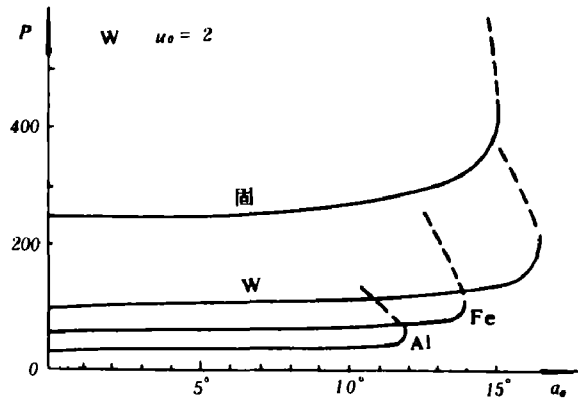


图 9

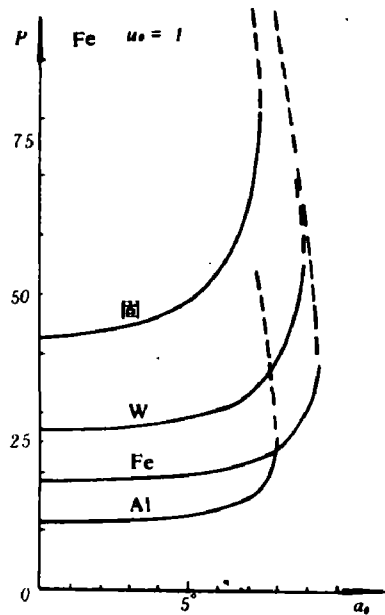


图 10

图8—图13给出了在 $u_0 = 1$ 和 $u_0 = 2$ (单位均为 km/s) 情况下一些运动的金属表面和另一静止金属面正规碰撞得到的压力曲线，实线表示弱支解，虚线对应强支。图8和图9给出运动的W表面和静止的W、Cu、Fe和Al表面相碰的 (P, α_0) 图。图10和图11是运动的Fe表面和一些金属相碰的结果，而图12和图13则是运动的Al表面和一些静止的金属表面相碰的压力曲线。由于篇幅的限制其他的速度范围不能一一给出，只是在图14上给出运动的Fe表面和一些金属表面正规碰撞的极限角和运动表面法向速度之间的关系曲线。随着速度增加，极限角 α_{cr} 亦增加，这是显而易见的。极限角的大小不仅取决于运动表面的性质 (Γ_1 的大小)，同时还取决于静止表面的性质 (Γ_2 的情况)。而这些性质中，起作用的首先是 C_0 ，其次则是 λ 的值。这些规律都和同种材料对称碰撞的结果相似。图15给出运动的Al表面和一些静止金属碰撞的极限角，图16则是运动的W表面碰撞有关金属的极限角。从这三个图我们可以看到相同材料非对称碰撞的极限角总是大于不同材料碰撞的极限角。这是由于夹角 α_0 不大时， q_0 和 q_1 值相近，因而对于同种材料的 Γ_1 和 Γ_2 曲线亦很相近，两者配合较好，比较对称，可以得到较大的极限角。但是对于不同材料碰撞时，由于 Γ_1 和 Γ_2 所使用的 C_0 、 λ 和 ρ_0 不同，或者一个过分陡峭，或者一个过分低小，都很容易出现不相交的现象，因而得到的极限角 α_{cr} 都较小。特别是对这几种金属中 C_0 较大的Al而言，如果运动表面不是Al，则对相同的 u_0 而言，极限角则较小。这个现象和爆轰波在金属面上折射⁸，激波折射中⁹也同样存在。如果在爆炸焊接上以出现射流作为焊接判据的话，这个现象将是十分重要的。

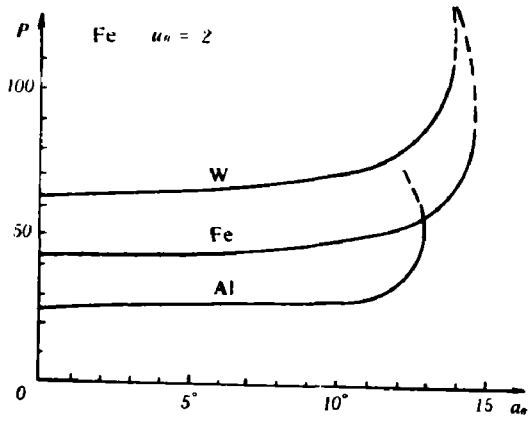


图 11

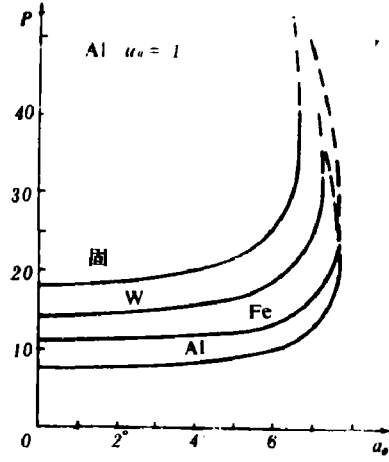


图 12

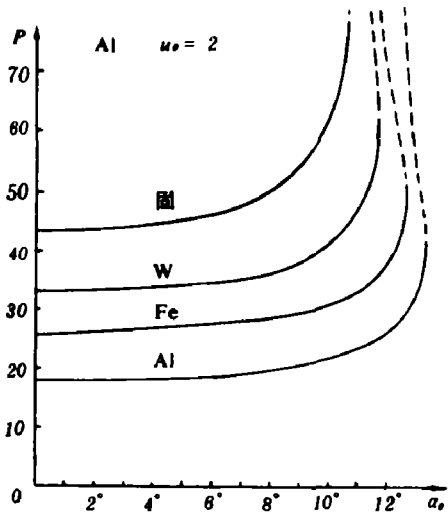


图 13

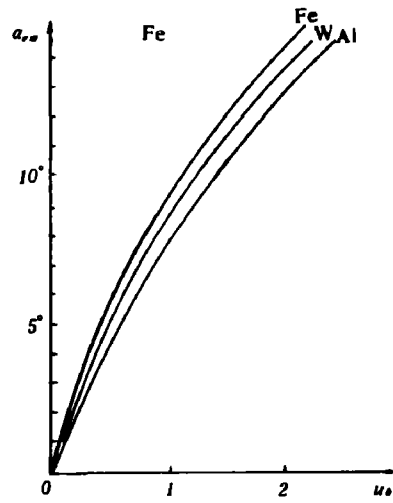


图 14

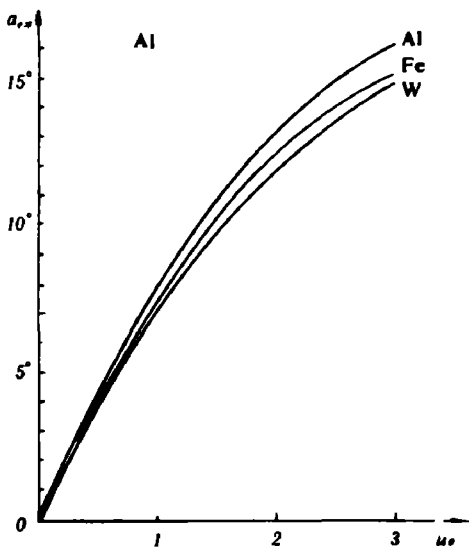


图 15

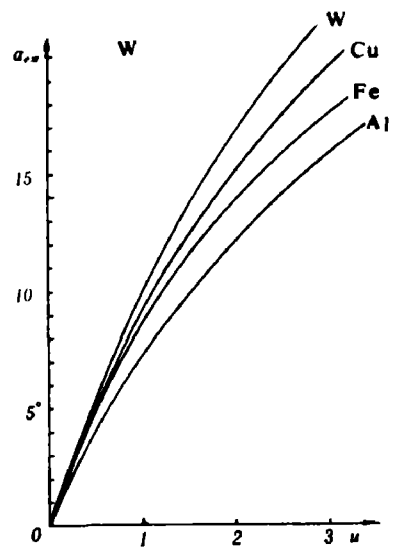


图 16

五、一般情况

上述结果可以推广到更为一般的情形⁽¹⁰⁾。设两物质表面的夹角为 a_0 , 如图 17 所示。 OS_1 和 OS_2 的法向速度分别为 u_{n1} 、 u_{t1} 及 u_{n2} 、 u_{t2} , 显然碰撞点 O 的速度为 q_0 , 则有

$$\left. \begin{aligned} q_0 &= \frac{u_{n1}}{\sin a_1} = \frac{u_{n2}}{\sin a_2} \\ a_0 &= a_1 + a_2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

这里 a_1 和 a_2 分别为 \vec{q}_0 和 OS_1 及 OS_2 的夹角, 解出其中一角

$$\cot a_1 = \frac{1}{\sin a_0} \left(\frac{u_{n2}}{u_{n1}} + \cos a_0 \right) \quad (15)$$

不难由 (14) 第二式得另一角。选取和碰撞点 O 一道运动的坐标系, 该坐标系中的流体速度 \vec{q}_i 为:

$$\vec{q}_i = \vec{u}_i - \vec{q}_0 \quad i = 1, 2 \quad (16)$$

\vec{u}_i 为实验室坐标系中的粒子速度。由于激波前的 \vec{u}_i 分别分解为 u_{n1} 和 u_{t1} , 如第三节中所做的那样, 先使 $-\vec{q}_0$ 和 u_{n1} 迭加, 然后再和 u_{t1} 迭加, 得到:

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= u_{n1} \cot a_1 + u_{t1} \\ q_2 &= u_{n2} \cot a_2 + u_{t2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

\vec{q}_i 的方向仍和 OS_i 方向平行, 即 \vec{q}_1 和 $-\vec{q}_0$ 夹角为 a_1 , 而 \vec{q}_2 和 $-\vec{q}_0$ 夹角为 a_2 。即 $\theta_1 = a_1$, $\theta_2 = a_2$ 。如果 \vec{q}_1 和 \vec{q}_2 的值均大于本介质的声速, 则可能形成激波 OR_1 和 OR_2 。假定两个激波均是“附体”的, 则两激波后形成的切向间断, 两侧应满足压力相等和速度平行:

$$\left. \begin{aligned} P_3 &= P_4 \\ \vec{q}_3 // \vec{q}_4 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

令 \vec{q}_1 到 \vec{q}_3 之转角为 θ_3 , \vec{q}_2 至 \vec{q}_4 之转角为 θ_4 , 则 (18) 式的第二式可写为:

$$\theta_1 + \theta_3 = \theta_2 + \theta_4 = \theta \quad (19)$$

θ 为产生的切向间断对于 $-\vec{q}_0$ 之夹角。此问题同样可以如图 3 那样做激波极曲线相交求解。两个极曲线的起点在 (P, θ) 平面上显然是 $(0, a_1)$ 和 $(0, a_2)$ 。而相应的 (P, θ) 关系可由 (8) 式和 (9) 式得到, 即:

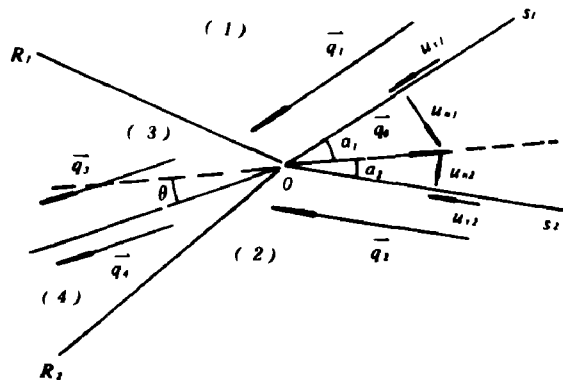


图 17

$$\left. \begin{aligned} P_{i+2} &= \rho_{0i} U_i (C_{0i} + \lambda_i U_i) \quad i = 1, 2 \\ \tan \theta_{i+2} &= \pm \frac{U_i \sqrt{q_i^2 - (C_{0i} + \lambda_i U_i)^2}}{q_i^2 - U_i (C_{0i} + \lambda_i U_i)} \quad i = 1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

这样针对给定的金属, 可有相应的 C_0 和 λ , 然后根据给定的 u_{n1}, u_{n2}, a_0 可以解出 $\theta_1 = a_1, \theta_2 = a_2$ 。由 $(0, a_1)$ 出发可做出 Γ_1 曲线, 由 $(0, a_2)$ 出发可以做出 Γ_2 曲线 (图 3 上 $a_2 = 0$), 可以得到完全类似图 3 上的两曲线 Γ_1 和 Γ_2 , 两曲线的交点 c 和 d 就是对应本问题的弱解和强解。由于 u_i 的存在, 往往会使 q_i 增加或减少, 图象比上节复杂些, 而碰撞后的压力将由 $u_{n1}, u_{n2}, u_{n3}, u_{n4}$ 和 a_0 五个参数确定, 而产生射流的极限角则由前四个参数确定。由于参数较多, 这里仅介绍具体做法, 而无法给出具体的结果。

最后我们想强调一下, $q_1 > C_{01}$ 和 $q_2 > C_{02}$ 仅仅是产生正规碰撞的条件, 而不是充分条件, 因而也是产生无射流碰撞的必要条件, 而不是充分条件。

参 考 文 献

- [1] Birkhoff, G. et al., *J. Appl. Phys.*, 19 (1948), 563.
- [2] Лаврентьев, М. А., *УМН*, 11 (1957), 4.
- [3] Walsh, J. M. et al., *J. Appl. Phys.*, 24 (1953), 3.
- [4] Harlow, F. H. et al., *Phys. Fluids*, 9 (1966), 1951.
- [5] Chou, P. C. et al., *J. Appl. Phys.*, 47 (1976), 7.
- [6] Кинеловский, С. А. и др., *Физ. Гор. Взрыва*, 8 (1980), 26.
- [7] Дерибас, А., *Физика Сварки и Упрочнения Взрывом* (1980).
- [8] 王继海, *爆炸与冲击*, 2 (1981), 1.
- [9] 王继海, 全国第二届爆炸力学会议文集 (1981).
- [10] 王继海, 二维不定常流体力学若干问题, 未发表.
- [11] 王继海, 全国第二届爆轰会议文集 (1983).
- [12] *Shock Waves and High Strain Rate Phenomena in Metals*, 1981, Appendix.

REGULAR OBLIQUE COLLISION OF METAL SURFACES AND CRITICAL ANGLE OF JET FORMATION

Wang Jihai

Abstract

By application of shock polar method, the regular (jetless) oblique collision of metal surfaces is investigated. Strength of the forming shocks in dependence on the angle between colliding surfaces in symmetric and asymmetric impact of different metals and critical angle of jet formation are calculated. A short discussion of the results is given. The treatment applied in this work may be extended to more general cases.