

计入结构-介质动力相互作用的地下结构抗爆计算

曹志远 张耀勤

(1983年12月8日收到)

文中建议用一种半解析有限元法进行爆炸载荷作用下地下结构的动力计算。应用该法可将三维地下结构的抗爆计算化为一维数值问题,使计算大为简化。文中通过计算给出计入结构-介质动力相互作用时大型地下结构的内力、变形及接触面上相互作用压力的时空分布。

一、前言

防护工程的一个核心问题是地下结构的动力分析,而地下结构分析的关键又在于结构与介质的相互作用。这一问题在国内外已开展了相当广泛的研究,但一直未能得到比较满意的解决。其主要原因在于结构与周围介质动力相互作用是一个相当复杂的力学、数学问题。一些比较精确的分析方法,如波动理论适用范围十分有限,又如三维有限元目前计算费用很高,很难在工程上推广应用。一些比较粗略的分析(如等效静载、集中参数法等)误差又相当大,急待改进和提高。因此,地下防护工程研究的迫切任务在于创建一些既有相当精度,又适用于工程计算的结构动力分析方法,这就是本文要探讨的课题。

众所周知,有限元法的优点之一是通用性强,但要达到一定精度,节点要相当多。因此用来处理象地下结构-介质那样高维空间问题,就显得单元和节点自由度很可观。而半解析有限元法,则根据结构类型特点及某些解析结果使其解中沿某些方向直接引入已知解析函数系列,而不再离散为数值计算点,因此自由度及工作量大为降低。目前最典型并已得到广泛应用的半解析元法是有限条带法^[1]。这种方法对板壳结构可以分割成一系列条带,并只沿横向用低阶多项式插入,而沿条向采用已知的解析函数不再离散,因此将二维问题降为一维数值计算问题。我们将这一概念用来处理地下结构及其周围介质。

理论研究及计算结果表明,当爆炸波通过地下结构时,介质应力状态与无地下结构自由场应力状态相比要产生扰动,但扰动影响是在结构附近一定范围。其范围又与结构截面尺寸大小等有关。在扰动区之外的应力状态,则接近于未扰动自由场的应力状态。有限元结果分析表明^[2],这一扰动区的尺度大约为截面跨度的 $1/3 \sim 1/2$ 左右(随介质特性与截面形状以及精

度要求不同而有异); 扰动区内的应力状态与厚壁结构相似⁽³⁾。在扰动区外作用着已知的自由场应力。因此在爆炸波通过地下结构的分析时, 可看成衬砌和扰动层的复合体在外侧的自由场应力绕射下的动力分析。这种方法在理论上已得到初步证实⁽⁴⁾。但衬砌和扰动层的复合体的动力分析在理论上也是相当困难的, 故引入半解析元法。三维衬砌一般是薄壳结构, 用一般有限条法分割成一系列条带, 降为一维数值问题。而扰动层是一种厚壁结构, 这里用有限厚条法⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾来处理。衬砌的一般有限条和扰动层的有限厚条相组合在自由场应力作用下求解, 可以将三维柱形地下结构与介质动力相互作用问题化为一维数值计算, 从而计算工作量大大降低。这种复合体的外侧是自由场应力, 全是应力边界。

鉴于篇幅关系, 文中对半解析有限元法方法只作扼要介绍(详细可参阅文献⁽¹⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾), 重点叙述这一方法在地下结构抗爆计算中的应用。

二、方法概述与应用

取一断面形状任意的柱形地下结构。其长度有限, 两端具有一定边界条件。把它连同四周一定厚度的扰动层一起, 沿环向分割成一系列组合壳条(图1)。在衬砌条内采用一般有限条计算公式, 在介质条内采用有限厚壳条计算公式, 则衬砌条内所有位移分量与内力分量及介质条内所有位移分量与应力分量的三维分布取决于组合体的五个独立广义位移: 衬砌内中面环向、轴向位移 u_s, v_s , 衬砌及介质层共同的径向位移 w , 介质层广义转角 β_x, β_y ⁽⁸⁾。而介质层内中面环向位移 u_r 、轴向位移 v_r 根据接触面位移协调条件, 取决于 u_s, v_s 及 β_x, β_y 。它们的关系式如下

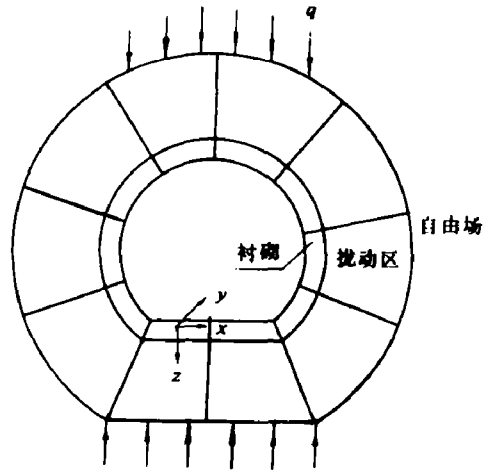


图1

$$\beta_x = \frac{u_r - u_s}{H_i/2}$$

$$u_r = u_s - \frac{h_i}{2} \frac{\partial w}{\partial x}$$

即
$$u_r = \frac{H_i}{2} \beta_x + u_s = \frac{H_i}{2} \beta_x + u_s - \frac{h_i}{2} \frac{\partial w}{\partial x}$$

同理

$$v_r = \frac{H_i}{2} \beta_y + v_s - \frac{h_i}{2} \frac{\partial w}{\partial y}$$

式中 H_i 为第 i 介质条的厚度, h_i 为第 i 结构条的厚度。因此 u_r 和 v_r 是不独立的, 组合壳条内共有五个独立位移分量。

在半解析有限元法中, 这五个独立位移分量沿空间分布在环向用多项式, 在轴向和径向用解析函数表达为节线上广义位移参数值的函数:

$$u_i(x, y, t) = \sum_{m=1}^r [(1-\xi)u_{i,m}(t) + \xi u_{(i+1),m}(t)] y_m(y)$$

$$\begin{aligned}
 v_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^i [(1-\xi)v_{in}(t) + \xi v_{(i+1),n}(t)] y_n^*(y) \\
 w_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^i [(1-3\xi^2 + 2\xi^3)w_{in}(t) + b_i \xi(1-\xi)^2 \varphi_{in}(t) \\
 &\quad + (3-2\xi)\xi^2 w_{(i+1),n}(t) + b_i(\xi-1)\xi^2 \varphi_{(i+1),n}(t)] Y_n(y) \\
 \beta_i(x, y, t) &= \sum_{n=1}^i [(1-\xi)\theta_{in}(t) + \xi\theta_{(i+1),n}(t)] Y_n(y) \\
 \beta_r(x, y, t) &= \sum_{n=1}^i [(1-\xi)\theta_{in}(t) + \xi\theta_{(i+1),n}(t)] \phi_n(y)
 \end{aligned}$$

式中, $\xi = x/b_i$, b_i 为第 i 条的宽度; $y_n(y)$ 为与地下结构两端边界条件相应之梁 m 阶振型函数, 反映衬砌位移函数沿轴向分布规律; $y_n^*(y) = dy_n(y)/d(\alpha_n y)$, α_n 为梁频率系数, 均已知⁽¹⁾; $Y_n(y)$ 、 $\phi_n(y)$ 分别为与地下结构两端边界条件相应之厚板条 m 阶位移及转角振型函数, 反映介质位移函数沿轴向、径向分布规律, 也已知⁽⁵⁾⁽⁶⁾; u_{in} 、 v_{in} 、 w_{in} 、 φ_{in} 、 θ_{xin} 、 θ_{rin} ($i = 1, 2, \dots$) 为分割节线上的未知广义位移参数值, 需要计算确定。

综上所述, 结构与介质层的位移、应力状态 (它们是三维空间和时间函数) 可表达为节线上未知参数值 (它们只是时间函数) 的函数, 通过动力变分原理可建立这些未知参数值所应满足的联立方程组。这样, 将原来结构与介质耦合的偏微分方程组转化为常微分方程组, 将原来三维连续介质问题转化为一维 (环向) 离散数值计算问题。当然, 已知各衬砌各点位移分量, 根据壳体理论基本方程很容易可反算出作用在其表面, 即与介质接触面上相互作用压力, 这只不过是简单微分过程。

上述半解析有限元法将适用于地下结构多种抗爆分析。爆炸荷载可来自空中、地面、地下; 正反射区或马赫反射区; 结构可位于超地震、跨地震、亚地震区。因为输入计算荷载直接取用结构所在处自由场应力及其在结构周围移动过程, 而与爆源及传播方式、过程不发生直接关系。地下结构衬砌截面可以是任意的, 因为在计算中任意形状截面曲线均可被相应闭合折线所代替。衬砌厚度可以是变截面的, 因为刚度是分条计算的。也可用于多跨地下结构, 只要注意隔墙处采用一般有限条分割而不计入介质条。同时还应当注意到不计入介质条时, 也不出现 β_x 和 β_r , 要在刚度矩阵中 β_x 和 β_r 的相应位置消去奇异性。当然更可用于地下结构静力计算。

半解析有限元法特点在于将地下结构的内力场、接触面压力场与该结构所在处自由场直接相联系, 故特别方便于实际地下结构工程抗爆计算。又鉴于半解析有限元法所占内存与计算时间极少 (一般只需几个单元, 几十个自由度), 这样就有可能针对特定地下结构及特定荷载类型进行大量变化结构参数与介质参数的研究, 从而总结出接触面压力沿接触面分布规律与参数关系以及相应简化计算公式。这样就可将复杂的地下结构问题化为在接触面压力作用下无介质一般结构的工程计算, 而接触面压力值已反映了原始自由场强度及结构—介质相互作用效应。这正是地下防护工程结构计算所希望达到的。

三、大型地下结构的抗爆分析

一大型地下仓库为三维柱形结构, 截面为直墙半圆拱顶 (图 2)。跨度 20 米, 墙高 10 米, 拱

高10米，直墙、拱顶厚0.5米，底板厚0.2米，长50米，两端简支。一空中核爆冲击波垂直均布作用于地面，传到结构附近自由场压力为 10^5 公斤/米²，不计升压时间，正压作用时间为1秒。衬砌材料常数为： $E_s = 2.6 \times 10^9$ 公斤/米²， $\mu_s = 1/6$ ， $\rho_s = 2.4 \times 10^3$ 公斤/米³；介质材料常数为： $E_r = 10^9$ 公斤/米²， $\mu_r = 0.25$ ， $\rho_r = 2.0 \times 10^3$ 公斤/米³；材料阻尼比 $\lambda = 0.03$ 。由于结构、荷载对称，只计算半跨，分为七条(单元)， $\nu = 2$ ，扣除约束后计84个自由度。在正压作用时间内计算200个步长。在12万次/秒计算机上计算共化18分钟(包括计算结果的打印时间)。

图3是荷载、位移、加速度、内力、相互作用压力的波形图。拱顶位移波形(图3(b))表明，开始具有一定高频成份振动，由于衰减，高频成份很快消失而变成比较单纯基频振动—标准的简谐波(基本周期约0.105秒)。由于衰减，简谐波振幅不断减小，所有振荡中心的连线恰好为一与时间轴交于1秒处的衰减直线—即与荷载波形相似且作用时间相同。这些结果与理论分析符合很好。拱顶加速度波形(图3(c))表明，加速度为位移对时间二阶导数，比位移波形有更多的高频成份。但由于衰减，这种高频成份衰减得较快，因此四、五个波后主要成为基频成份，但还叠加一定高频分量引起的畸变。在进一步衰减后，这种少量高频成份也消失。因此七、八个波后变成比较标准的简谐波(周期也为0.105秒)，并继续衰减。内力波形(图3(d)(e))表明，内力也具有位移波形类似规律。开始有高频成份，后来变成比较标准的同周期简谐波，振幅不断衰减，中心线符合荷载波形线性衰减规律，但由于内力为位移对空间的导数，因此与空间多波动振型相应的高频分量要比位移稍多一些。这些结果都与理论分析相一致。接触面压力波形(图3(f))与变形成正比例，故与位移波形类似，基本上为同周期振荡衰减曲线，开始也有少量高频畸变，并有一定正向压力。当然，当系统阻尼较大时，也可能不出现简谐振荡；当地下爆炸波通过断层、裂隙产生高频荷载波也会导致压力波的局部高频分量。

表1给出结构各位移分量、内力分量和接触面压力波形峰值在中截面(f截面)沿环向分布情况。点号位置见图4(a)，括号内数值为出现峰值的时刻(秒)。法向位移 w (外法向为正)分布表明，在拱顶及底板中部有较大峰值，在直墙处较小，峰值均为向内。由于荷载传播过程，

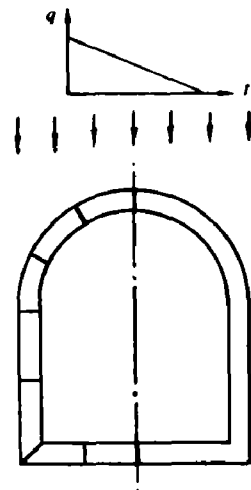
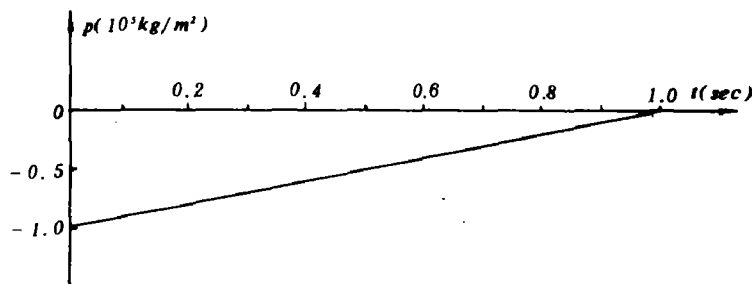
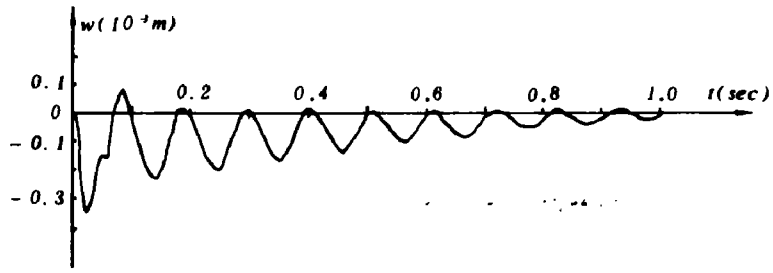


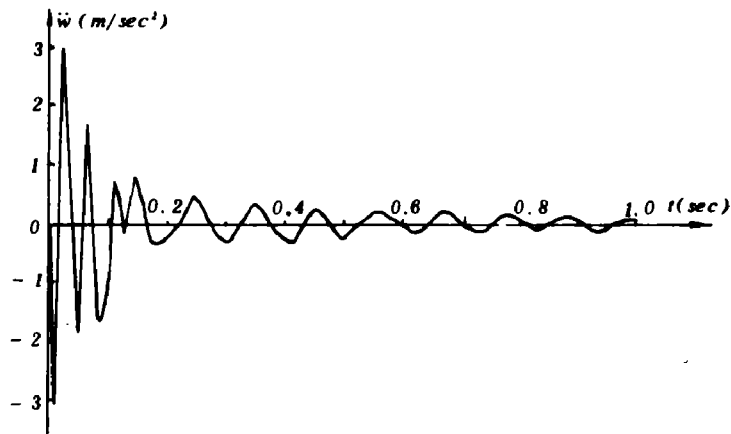
图 2



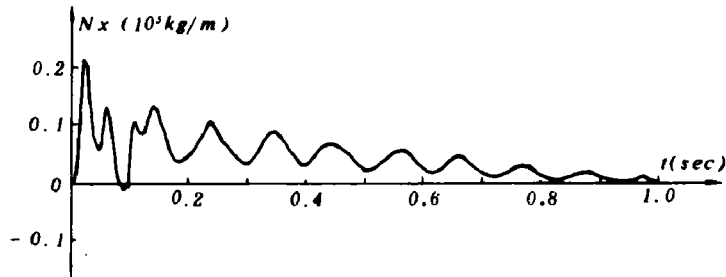
(a)地表载荷波形



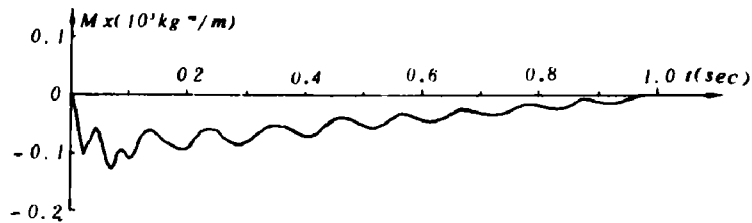
(b) 拱顶位移波形



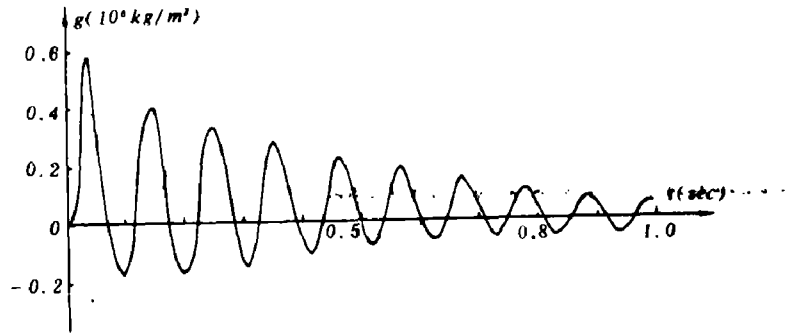
(c) 拱顶加速度波形



(d) 拱顶环向轴力波形



(e) 拱顶环向弯矩波形



(f) 拱顶接触面压力波形

图 3

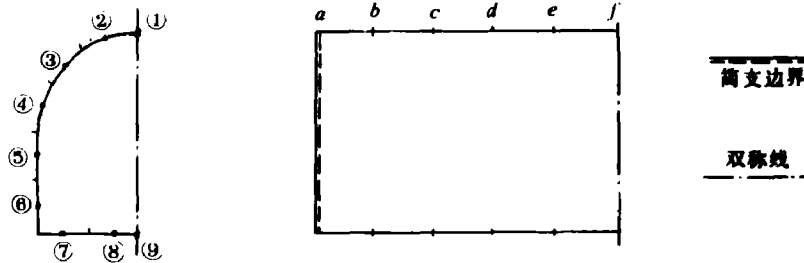


图 4 (a) 截面上点号

(b) 沿坑道轴向所取截面位置

表1.

位置 变量	拱 顶				直 墙		底 板			单 位
	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	
w	-0.367 (0.03)	-0.360 (0.03)	-0.250 (0.03)	-0.108 (0.03)	-0.0421 (0.03)	-0.0257 (0.03)	-0.322 (0.09)	-0.478 (0.08)	-0.502 (0.08)	$10^{-3}m$
\dot{w}	-0.203 (0.01)	-0.196 (0.01)	-0.141 (0.02)	-0.0740 (0.02)	-0.0328 (0.02)	-0.0236 (0.02)	-0.114 (0.07)	-0.154 (0.07)	-0.160 (0.07)	$10^{-4}m/sec$
\ddot{w}	-3.08 (0.005)	-2.89 (0.005)	-1.77 (0.01)	1.05 (0.03)	0.405 (0.03)	0.191 (0.03)	1.04 (0.01)	1.70 (0.03)	1.98 (0.03)	m/sec^2
N_x	2.10 (0.03)	2.07 (0.03)	1.47 (0.03)	1.49 (0.03)	1.44 (0.03)	1.47 (0.09)	-0.438 (0.03)	0.724 (0.03)	0.738 (0.03)	$10^3kg/m$ $10^4kg/m$
N_y	1.79 (0.02)	1.64 (0.02)	1.09 (0.02)	0.480 (0.02)	-0.253 (0.04)	-0.324 (0.02)	0.560 (0.09)	1.01 (0.09)	1.09 (0.09)	$10^4kg/m$
M_x	-1.31 (0.07)	-0.783 (0.02)	0.244 (0.01)	-0.357 (0.01)	-0.205 (0.09)	0.272 (0.02)	0.0694 (0.03)	-0.128 (0.03)	-0.207 (0.03)	$10^2kg \cdot m/m$
M_y	-1.48 (0.02)	-1.39 (0.02)	-0.769 (0.02)	-0.371 (0.02)	-0.172 (0.02)	-0.0213 (0.03)	-0.0653 (0.09)	-0.154 (0.09)	-0.177 (0.09)	$10^2kg \cdot m/m$
q	-0.586 (0.04)	-0.579 (0.04)	-0.429 (0.04)	-0.191 (0.04)	-0.0878 (0.04)	-0.0723 (0.04)	-0.0363 (0.09)	-0.0537 (0.08)	-0.0570 (0.08)	$10^4kg/m^2$

底板达峰值时刻较拱顶、直墙晚。法向速度 \dot{w} 、加速度 \ddot{w} 峰值沿环向分布和位移类似，但峰值到达时刻有所提前。这是因为速度、加速度对高频分量敏感，在波形前段有较多高频分量，从

而峰值提前。轴力 N_x 、 N_y (受拉为正), 弯矩 M_x 、 M_y (向内翻为正) 峰值在拱顶最大, 从拱顶到墙脚逐步减小, 而在底板处比在拱顶处小, 因为底部接触压力小。表 2 分别表示 x, y 二方向最大应力 (公斤/米²) 中轴力及弯矩分量 (绝对值) 大小。比较表明结构中应力主要是轴力产生, 而底板与拱顶应力差不多大小。虽然底板较薄, 但其接触压力较小。

表 2

产生应力的位置 应力/内力	拱 顶 中 点		底 板 中 点	
	N	M	N	M
σ_x	4.20×10^4	0.314×10^4	3.69×10^4	0.311×10^4
σ_y	3.58×10^4	0.355×10^4	5.45×10^4	0.266×10^4

当爆炸波绕射地下结构时, 介质给结构的荷载 q (外法向为正) 的峰值沿四周均为压力值, 从拱顶往下逐渐减小。在拱顶处比在底板处大, 其原因是顶部为厚度较大的拱形结构, 刚度大, 而底部是厚度较小的平板结构, 刚度小。由于计入相互作用效应, 自由场应力从相对柔性区转移到刚性区。由于绕射, 作用到拱顶、直墙的荷载峰值与作用到底板的荷载峰值有一定时差。

表 3.(a)(b) 分别列出主要内力分量 N_x (10^4 公斤/米) 及接触面压力 q (10^4 公斤/米²) 峰值

表 3. (a)

点号/截面	a	b	c	d	e	f
①	0	0.420	0.839	1.26	1.68	2.10
②	0	0.415	0.830	1.25	1.66	2.07
③	0	0.294	0.588	0.833	1.18	1.47
④	0	0.299	0.597	0.896	1.19	1.49
⑤	0	0.288	0.575	0.863	1.15	1.44
⑥	0	0.294	0.587	0.881	1.17	1.47
⑦	0	-0.0872	-0.174	-0.262	-0.349	-0.438
⑧	0	0.145	0.289	0.434	0.579	0.724
⑨	0	0.148	0.295	0.443	0.590	0.738

表 3. (b)

点号/截面	a	b	c	d	e	f
①	-0.00327	-0.254	-0.436	-0.519	-0.568	-0.586
②	-0.00740	-0.247	-0.428	-0.508	-0.561	-0.579
③	-0.00513	-0.171	-0.296	-0.360	-0.412	-0.429
④	-0.00221	-0.0728	-0.123	-0.155	-0.182	-0.191
⑤	-0.000852	-0.0295	-0.0548	-0.0733	-0.0841	-0.0878
⑥	-0.000554	-0.0220	-0.0420	-0.0581	-0.0686	-0.0723
⑦	-0.000429	-0.0168	-0.0290	-0.0349	-0.0363	-0.0363
⑧	-0.000626	-0.0242	-0.0405	-0.0489	-0.0527	-0.0537
⑨	-0.000258	-0.0258	-0.0429	-0.0522	-0.0560	-0.0570

沿整个结构半跨表面的空间分布值(点号位置见图 4)表明衬砌内力呈壳体状态, 计入相互作用后介质对结构作用荷载是不均匀的, 顶部大于底部, 中部大于两端部。

四、结束语

用半解析有限元法进行地下结构抗爆分析将能大幅度节省单元、内存和计算工作量(对同样问题, 用一般有限元计算自由度将增加一个量级, 计算时间将增加二个量级); 将能从所取自由场应力直接计算地下结构的内力场及接触面压力场, 而不需要从地面或地下爆源附近开始算; 所提供的计入结构与介质动力相互作用效应后的接触面压力三维时空分布将有助于地下结构动力荷载分布的探讨。

参 考 文 献

- [1] 张佑启, 结构分析的有限条法, 人民交通出版社, (1980)。
- [2] 杨昇田, 爆炸与冲击, 2(4)(1982), 24。
- [3] 曹志远, 杨昇田, 厚板动力学理论及其应用, 科学出版社(1983)。
- [4] 杨昇田, 曹志远, 应用数学与力学, 4(6)(1983)。
- [5] 张耀勤, 曹志远, 上海力学, 3(1)(1982), 34。
- [6] 曹志远, 张耀勤, 振动与冲击, 4(1982), 1。
- [7] 曹志远, 张耀勤, 地震工程与工程振动, 3(3)(1983), 12。
- [8] 曹志远, 地震工程与工程振动, 1(1)(1981), 78。

RESPONSE ANALYSIS ON THE UNDERGROUND STRUCTURES INCLUDING STRUCTURE-SOIL DYNAMIC INTERACTION UNDER BLAST LOADING

Cao Zhiyuan Zhang Yaoqin

Abstract

A semi-analytical finite element method is presented for dynamic response analysis of underground structures subjected to blast loading. By means of this method for dynamic interaction analysis between underground structure and the infinite medium, the problem of three-dimensional underground structure under blast loading may be transformed into one-dimensional and the corresponding calculations required are simplified considerably. In addition, by practical calculation the time-history and distribution of internal forces, deformation and interaction pressures on the interface of a large-scale underground structure including structure-soil dynamic interaction are given in the paper.