

# 内爆炸荷载作用下地下竖井 的动力响应

翟 桐 曹志远

(1983年12月26日收到)

本文采用计及无限土体与结构相互作用的无限元法计算了地下竖井在内爆炸荷载作用下的动力响应, 给出其变形、内力与土体压力的分布规律。与有限元法比较表明, 本法自由度的数目、计算工作量和所需内存都大为减少。

## 一、前 言

竖井是用于某些国民经济部门和国防设施的一种常见地下结构, 如地下发射井就是其中一种典型结构, 它要求具有足够的抗爆炸能力。

内爆炸荷载的产生包括竖井上空的爆炸波通过井口向井内传播和竖井内部爆炸两种。研究这些荷载作用下竖井的动力响应, 对竖井的安全性具有重要意义。

有限元法是力学分析的一种有效工具, 但若用于地下结构的动力响应计算, 必然要遇到以下两个问题: 首先是如何用有限土体模型来模拟无限土体, 即所谓土体的边界处理问题; 另外, 地下结构的计算, 尽管象竖井受内爆炸荷载作用这样的轴对称问题, 对结构和土体也需要划分许多单元, 其自由度多, 对计算机容量要求高, 计算时间长, 费用也很昂贵。本文采用分析柱形地下结构的无限元法, 计算了竖井在内核爆荷载、内化爆荷载及从井口进入的爆炸波荷载(行波)作用下的动力响应, 总结了竖井位移、内力及与土体相互作用压力的变化规律。

无限元是一种半解析有限元法, 它沿条向用边界条件相应的梁函数来逼近, 沿径向用指数函数的级数来逼近, 而沿环向则采用类似于有限元的低阶多项式插入, 用满足结构-无限土体联合体的泛函变分(等价于结构-土体耦合偏微分方程组—结构动力方程与土体波动方程)来确立结面上广义未知参数(自由度)的联立方程组, 从而得到所取函数级数组合的最优选择, 自动逼近真实的变形函数。这种函数级数间的组合将依赖于结构与土体的形状、材料及荷载特性。

这种方法的原理与有限元相同, 是利用变分原理将结构-土体动力耦合的连续体弹性力学问题简化为求解离散数值方程组。但它又与有限元不同, 它充分发挥解析函数组的作用, 将原来有限元的三维(结点)离散, 改为一维(结面)离散, 从而, 在很大程度上减少了单元数目、所需计算机内存以及计算工作量。同时, 结构-土体联合体泛函本身已计及结构与

无限土体的相互作用,不存在有限元中取有限土体的边界处理问题,这是计算地下结构的一种颇为有效的方法。

## 二、无限元法简述

如图 1 所示,将一具有任意横断面的柱形结构用垂直中面的法平面沿环向分割成一系列壳条,每一壳条两侧结线处的法平面沿径向无限延伸,将土体分割出一扇形体。壳条与扇形土体组成一个单元——无限元。

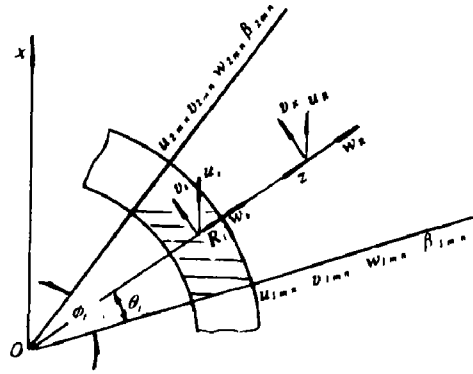


图 1

结构的位移函数沿环向取多项式,沿轴向取满足壳条两端边界条件的梁函数级数。结构位移函数的一般形式是两者的组合,即:

$$\left. \begin{aligned} u_s(x, \xi) &= \sum_{m=1}^i \left[ (1 - \xi) u_{1m} + \xi u_{2m} \right] X'_m(x) \frac{1}{a_m} \\ v_s(x, \xi) &= \sum_{m=1}^i \left[ (1 - \xi) v_{1m} + \xi v_{2m} \right] X_m(x) \\ w_s(x, \xi) &= \sum_{m=1}^i \left[ (1 - 3\xi^2 + 2\xi^3) w_m + R_i \varphi_i \xi (1 - 2\xi + \xi^2) \beta_{1m} + \right. \\ &\quad \left. (3\xi^2 - 2\xi^3) w_{2m} + R_i \varphi_i \xi (\xi^2 - \xi) \beta_{2m} \right] X_m(x) \end{aligned} \right\} (1)$$

式中,  $u_s$ 、 $v_s$ 、 $w_s$  为结构内任一点沿轴向、环向、径向的位移;  $R_i$  为结构外半径,  $\varphi_i$  为两结面间的夹角;  $u_{i,m}$ 、 $v_{i,m}$ 、 $w_{i,m}$ 、 $\beta_{i,m}$  ( $i=1,2$ ) 为结构壳条两结面处的广义位移,无量纲坐标  $\xi = \theta/\varphi_i$ ,  $X_m(x)$  为  $m$  阶梁振型函数,  $a_m$  为  $m$  阶梁振型函数的频率系数。

土体的位移函数沿环向和轴向与结构相同,沿径向取反映波扰动弥散的指数函数级数。土体位移函数的一般形式是上述三者的组合,即:

$$\left. \begin{aligned} u_R(x, \xi, \eta) &= \sum_{m=1}^i \sum_{n=1}^j \left[ (1 - \xi) u_{1mn} + \xi u_{2mn} \right] X'_m(x) \frac{1}{a_m} e^{-n(\eta-1)} \\ v_R(x, \xi, \eta) &= \sum_{m=1}^i \sum_{n=1}^j \left[ (1 - \xi) v_{1mn} + \xi v_{2mn} \right] X_m(x) e^{-n(\eta-1)} \\ w_R(x, \xi, \eta) &= \sum_{m=1}^i \sum_{n=1}^j \left[ (1 - 3\xi^2 + 2\xi^3) w_{1mn} + R_i \varphi_i \xi (1 - 2\xi + \xi^2) \beta_{1mn} + \right. \\ &\quad \left. (3\xi^2 - 2\xi^3) w_{2mn} + R_i \varphi_i \xi (\xi^2 - \xi) \beta_{2mn} \right] X_m(x) e^{-n(\eta-1)} \end{aligned} \right\} (2)$$

式中  $\eta = Z/R_i$ ;  $u_R$ 、 $v_R$ 、 $w_R$  为土体任一点的位移,  $u_{i,mn}$ 、 $v_{i,mn}$ 、 $w_{i,mn}$ 、 $\beta_{i,mn}$  为土体两结面处的广义位移,其它符号意义同(1)式。

当取  $u_{im} = \sum_{n=1}^j u_{imn}$ ,  $v_{im} = \sum_{n=1}^j v_{imn}$ ,  $w_{im} = \sum_{n=1}^j w_{imn}$ ,  $\beta_{im} = \sum_{n=1}^j \beta_{imn}$

时,可保证结构与土体接触面处位移连续。

在整个无限元内位移可简写为:

$$\{f\} = \sum_{m=1}^j \sum_{n=1}^i [N]_{mn} \{\delta\}_{mn} \quad (3)$$

式中

$$\{f\} = [u, v, w, u_R, v_R, w_R]^T \quad (3.1)$$

$$\{\delta\}_{mn} = [u_{1mn}, v_{1mn}, w_{1mn}, \beta_{1mn}, u_{2mn}, v_{2mn}, w_{2mn}, \beta_{2mn}]^T \quad (3.2)$$

$$[N]_{mn} = \begin{Bmatrix} [N_s]_{mn} \\ [N_R]_{mn} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

$$[N_s]_{mn} = \begin{Bmatrix} (1-\xi) \frac{X'_m}{\alpha_m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1-\xi) X_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1-3\xi^2+2\xi^3) X_m & R\varphi_1 \xi (1-2\xi+\xi^2) X_m \\ \xi \frac{X'_m}{\alpha_m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \xi X_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (3\xi^2-2\xi^3) X_m & R\varphi_1 \xi (\xi^2-\xi) X_m \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

$$[N_R]_{mn} = [N_s]_{mn} e^{-\alpha_m r} \quad (3.5)$$

写出位移函数的表达式后,无限元单元刚阵和单元质量矩阵的形成与一般有限条法<sup>[1]</sup>基本相同,所不同的是考虑了无限土体。形成土体单元刚阵和单元质量矩阵时,沿径向积分的积分限是从土与结构的接触面至无穷远处。这也就是用无限元法分析地下结构不存在土体边界处理问题的原因。

整个无限元的单元刚阵和单元质量矩阵分别由结构、土体的单元刚阵和单元质量矩阵相加而得到。

### 三、内爆炸荷载作用下竖井的动力响应

#### 1. 基本数据

竖井埋于地下,底部固定于基岩,顶端与地面平齐。

竖井的结构参数: 高度  $L = 10^4 \text{cm}$ ; 半径  $R = 500 \text{cm}$ ; 壁厚  $h = 50 \text{cm}$ 。

材料常数:

竖井: 杨氏模量  $E_s = 0.3 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$ ; 泊松比  $\mu_s = 0.167$ ; 质量密度  $\rho_s = 2.4 \times 10^{-3} \text{kg/cm}^3$ ;

土体: 杨氏模量  $E_R = 10^5 \text{kg/cm}^2$ ; 泊松比  $\mu_R = 0.25$ ; 质量密度  $\rho_R = 2 \times 10^{-3} \text{kg/cm}^3$ 。

#### 2. 载 荷

内爆炸荷载是垂直作用于竖井内壁的分布载荷,强度为  $P$ ,单位面积上的载荷向量为

$$\{q_s\} = [0 \quad 0 \quad P]^T \quad (4)$$

在内核爆情况下,  $P$  随时间的变化取为线性衰减型, 如图 2 虚线所示, 即

$$P(t) = \begin{cases} P_m(1-t/T) & t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases} \quad (4.1)$$

内化爆情况  $P(t)$  假定是一种突加限时恒定载荷, 如图 4 虚线所示, 即

$$P(t) = \begin{cases} P_m & t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases} \quad (4.2)$$

行波是竖井上空的爆炸波进入井口后, 向竖井深处前进的载荷, 在爆炸波尚未波及之处载荷强度为零, 可用下式表示:

$$P(x, t) = \begin{cases} 0 & t < \frac{L-x}{V} \\ P_m \left( 1 - \frac{t - (L-x)}{T} \right) & t > \frac{L-x}{V} \end{cases} \quad (4.3)$$

式 (4.1)、(4.2)、(4.3) 中,  $T$  为载荷总作用时间,  $P_m$  为载荷强度峰值,  $V$  为行波前进速度。

各种爆炸时的载荷列阵可由下式求得:

$$\{F\}_{mn} = R_i \varphi_i \int_0^t \int_0^L [Ns]_{mn}^T \{q_s\} dx d\xi \quad (5)$$

将 (3.4)、(4) 式代入上式, 对内核爆和内化爆可得

$$\{F\}_{mn} = R_i \varphi_i P(t) \left( \int_0^L X_m(x) dx \right) \left[ 0 \quad 0 \quad \frac{1}{2} \frac{R_i \varphi_i}{12} \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{2} - \frac{R_i \varphi_i}{12} \right]^T \quad (5.1)$$

对行波可得式

$$\{F\}_{mn} = R_i \varphi_i \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \frac{P_m}{TV} \left[ (TV + L - x_0) \int_{L-x_0}^L X_m(x) dx - \int_{L-x_0}^L x X_m(x) dx \right] \\ \frac{R_i \varphi_i}{12} \frac{P_m}{TV} \left[ (TV + L - x_0) \int_{L-x_0}^L X_m(x) dx - \int_{L-x_0}^L x X_m(x) dx \right] \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \frac{P_m}{TV} \left[ (TV + L - x_0) \int_{L-x_0}^L X_m(x) dx - \int_{L-x_0}^L x X_m(x) dx \right] \\ - \frac{R_i \varphi_i}{12} \frac{P_m}{TV} \left[ (TV + L - x_0) \int_{L-x_0}^L X_m(x) dx - \int_{L-x_0}^L x X_m(x) dx \right] \end{array} \right\} \quad (5.2)$$

式中,  $x_0 = tV$ , 为行波抵达的深度。与一般有限条法相同, 将  $\{F\}_{mn}$  迭加可得总的载荷列阵。

### 3. 竖井的动力响应

利用载荷和结构的轴对称性, 只计算一半结构, 沿环向划分为两个单元。采用 Wilson  $\theta$

法 ( $\theta = 1.4$ ), 计算了上述三种荷载作用下竖井的动力响应。计算结果表明:

(1) 在内核爆荷载 ( $T = 1 \text{ sec}$ ,  $P_m = 10 \text{ kg/cm}^2$ ) 作用下, 竖井各横截面基本上按自振频率<sup>2</sup> 做扩展 (沿环向  $w = \text{const}$ ) 振动, 各点位移以  $w$  为主, 伴随有小量的轴向位移  $u$ , 而无切向位移  $V$ 。由于土体几何阻尼,  $w$  的振幅随时间减小, 振动的中心位置基本上随时间呈线性衰减。这些都和理论上的分析是一致的。竖井顶端各点  $w$  的时间历程如图 2 实线所示。位移  $w$  的最大值发生在 0.03 秒, 此时刻  $w$  沿  $x$  方向的分布如图 3 所示 (级数项数  $r$  分别取 2 和 3)。

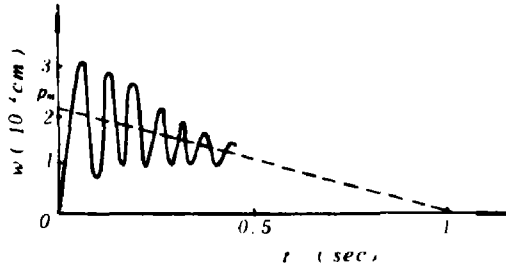


图 2

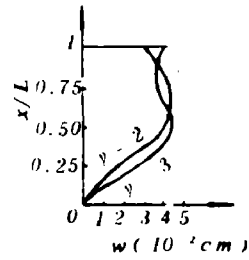


图 3

在内化爆荷载 ( $T = 0.003 \text{ sec}$ ,  $P_m = 10 \text{ kg/cm}^2$ ) 作用下, 竖井在爆炸初时受到短时间强扰动, 随后以自振频率做扩展振动。在卸载后, 振动中心为平衡位置, 并由于土体几何阻尼, 振幅逐渐减小。这些也都和理论上是一致的。竖井顶端各点位移  $w$  的时间历程如图 4 实线所示。

在行波荷载 ( $T = 1 \text{ sec}$ ,  $P_m = 10 \text{ kg/cm}^2$ ,  $V = 400 \text{ m/sec}$ ) 作用下, 随着行波波及的深度逐渐增加,  $w$  的最大值发生位置也随之向井深方向推进。图 5 给出了各时刻  $w$  沿轴向的分布规律。

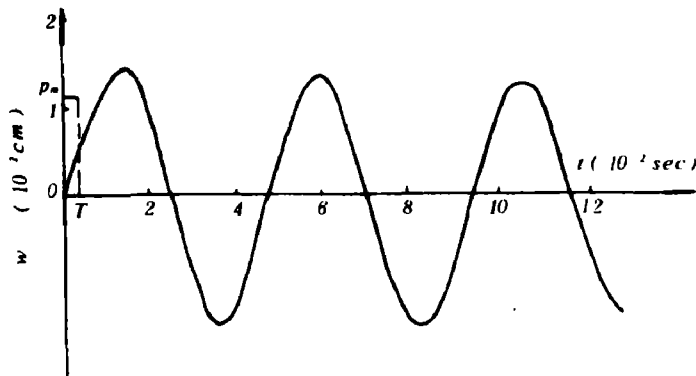


图 4

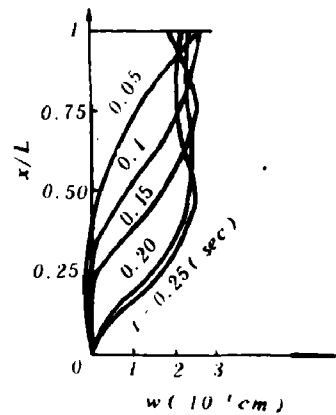


图 5

(2) 三种爆炸载荷作用下的内力均是轴对称的。对于竖井来说, 环向轴力  $T_y$  是最主要的内力。它的最大值发生时刻与径向位移  $w$  最大值发生时刻相同。图 6 给出了内核爆载荷作用下  $T_y$  最大值沿轴向的分布。图 7 给出了在行波载荷作用下不同时刻  $T_y$  沿轴向的分布。

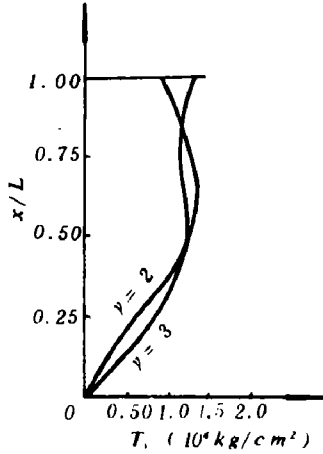


图 6

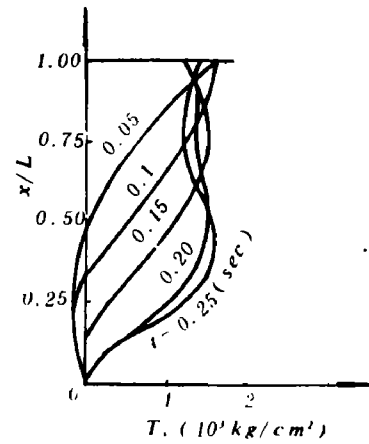


图 7

土体与结构间相互作用力的产生主要是由于两者单独承受相同载荷时产生的位移不同。当结构与土体共同存在, 接触面位移保持协调时, 便产生彼此间的相互作用力, 使其不产生两者间的相对位移。在内核爆炸载荷作用下, 这种相互作用力主要有接触面上沿径向的正应力  $\sigma_x$ 、沿轴向及环向的剪应力  $\tau_{xz}$  和  $\tau_{yz}$ 。剪应力与正应力相比要小一两个量级。图 8 和图 9 分别给出了在内核爆载荷作用下相互作用力  $\sigma_x$  最大值沿轴向的分布和在行波载荷作用下各时刻  $\sigma_x$  沿轴向的分布。

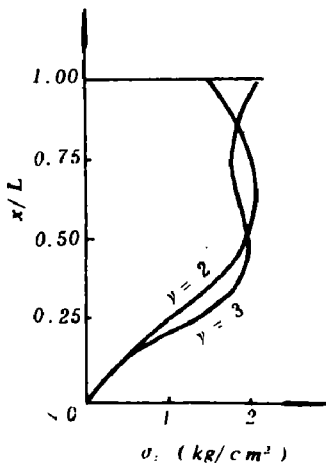


图 8

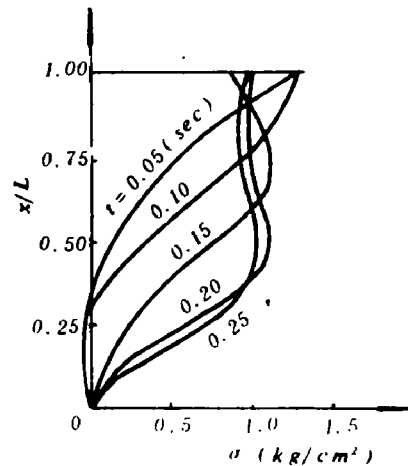


图 9

#### 四、结 束 语

采用无限元法计算内爆炸载荷作用下地下结构的动力响应, 所用自由度很少, 如取  $r = 2$ ,

$s=2$ , 自由度总数为32, 取  $r=3$ ,  $s=2$ , 自由度总数为48, 这是用一般有限元法计算结构与无限土体相互作用所不及的。至于精度, 级数项数取2至3项一般可满足工程需要, 适当增加级数项数, 精度可进一步提高。

从文中分析可以看到: 无限元法能计及无限土体的相互作用效应, 比一般有限土体的数值方法有明显优点; 无限土体的能量滞散得到自然体现, 显然比一般人工阻尼边界要好。

还要说明一点, 本文的计算虽是将结构连同土体的一半划分成两个单元, 由于结构是圆柱形的, 荷载是轴对称的, 而本文采用的又是柱坐标, 所以, 用一个单元来计算, 也可得到同样的结果, 实际计算也说明了这一点。此外, 行波作用下的计算只计入了井内载荷引起的反应, 没有涉及行波作用于地表引起的结构和土体的变形。

#### 参 考 文 献

- [1] 张佑启, 结构分析的有限条法, 人民出版社, (1980)。
- [2] 曹志远, 翟桐, 结构-土体耦合振动的半解析元法, 第二届振动理论及应用学术交流会议文集, 第8册, 第75号, (1984)。

## DYNAMIC RESPONSE OF UNDERGROUND VERTICAL WELL SUBJECTED TO INTERIOR EXPLOSION

Zhai Tong Cao Zhiyuan

#### Abstract

In this paper, the infinite element method including infinite soil-structure interaction is proposed to calculate dynamic response of underground vertical well subjected to interior explosion. The distribution of displacements, internal forces of the well and the soil pressure on the interface is presented. The degrees of freedom, computational efforts and memory capabilities of this method are reduced considerably as compared with the finite element method.