

瞬态波形的频谱分析及在岩石动力学中的应用

李廷芥 洪悯萱

(1984年11月21日收到)

本文根据瞬态波形本身的频谱特点,对常用的频谱分析方法用于瞬态波时的问题进行讨论,并作为谱分析在岩石动力学中的应用实例,分析了爆炸波的频谱特点。

一、前言

频谱是在频域里对波形的一种描述,它给出波形频率结构的有关讯息。频谱分析最早采用的是富里叶分析方法,即认为一个波形可分解成一系列简谐波的迭加。对于以 T 为周期的周期信号,可以分解成一系列以 $1/T$ 为基波的谐波迭加,构成离散谱。

随着科学技术的进步,频谱分析已得到广泛的重视。大规模集成电路和计算机技术的迅速发展,使频谱分析已从原来以窄带技术分析模拟信号为主转为用离散富里叶变换对离散序列进行处理。尤其是快速富里叶变换FFT的出现,为频谱分析的实际应用开辟了广阔的前景。大量FFT分析设备应运而生,使它在频谱分析领域中占有无可置疑的优势。但是,该方法隐含着时域、频域里的周期性,而爆炸、冲击以及很多物理过程中所得到的是瞬态讯号。对单个的瞬态讯号则可看成 $T \rightarrow \infty$ 的特例,此时得到的是连续谱,分布在无限宽的频率范围里。所以对瞬态波形应采用富里叶积分进行计算,所得到的是频谱密度。由于瞬态波形的特点给分析工作带来很多困难,真正适用于瞬态波形的特殊分析方法还几乎没有⁽¹⁾。所以在借用FFT等方法处理瞬态信号时必须对有关问题有足够的认识,才能得到满意的分析结果。

本文从理论上讨论了瞬态波形频谱分析中的主要问题并对不同方法进行比较。作为在岩石动力学中的应用实例,对实测爆炸波作了谱分析并就其频谱特点提出一些看法。

二、频谱分析常用方法的比较

1. DFT、FFT

DFT是对离散序列采用的离散富里叶变换,FFT则为DFT的快速算法。

将DFT或FFT运用于瞬态波形时存在以下问题:

(1). 混叠效应

众所周知, 离散富里叶变换中时域、频域的离散化隐含着波形在时域和频域上的延拓和周期化, 所以待分析的信号必须只有有限带宽, 其最高频率 f_{max} 和波形采样间隔 τ 应满足奈奎斯特采样定理, 即 $f_{max} < (1/2\tau)$, 否则就会产生混叠效应。瞬态波形的频宽为无限宽, 显然不满足这一要求, 因此瞬态波形利用 FFT 分析时必然存在混叠效应。对波形预先进行低通滤波固然可以避免分析过程中的混叠效应, 但此时信号实际上已改头换面, 误差当然难以避免。实际分析中必须合理选取低通滤波器的截止频率, 采样间隔等参数, 使分析误差控制在一个可接受的范围里。

需要指出的是正因为 DFT 中采取的是等间距采样, 才会产生混叠效应^[2]。因为利用这样的规律采样所得到的样点值来计算频谱时, 某些高频成分与所分析频段里的低频成分不能区分, 使这些高频成分混到低频段的频谱中去了。如对图 1 所示的两个正弦波分量

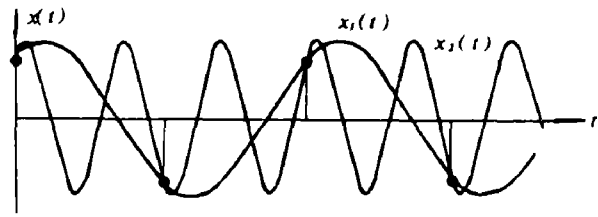


图 1 混叠效应原理图

$$x_1(t) = \sin(\omega t + \phi)$$

$$x_2(t) = \sin[(\omega + \Omega)t + \phi] \quad \Omega < \pi$$

当采样时间满足 $t_n = (2\pi/\Omega)n$, n 为整数, 则 $(\omega + \Omega)t_n = \omega t_n + 2\pi n$ 。在这些点上 $x_1 = x_2$, 即两个分量在均匀采样点上完全相等, 从样点值计算的频谱中无法区分究竟是谁的贡献。由于 $\tau = 2\pi/\Omega$, 可以容易地证明这两个频率正是对称地分布在奈奎斯特频率 $\Omega/4\pi$ 的两侧。当 DFT 中在 $(0, \Omega/4\pi)$ 范围作分析时, 角频率为 $\omega + \Omega$ 的高频成分就镜像地出现在角频率为 ω 的位置上, 这就是混叠现象所造成的假频。若采用不等步长采样, 尽管在上述点上两个分量的值相等, 但多数点上不一致。因而, 这两个分量对频谱的贡献是可以区分的, 就不至于混叠。

(2). 频率分辨率

频率分辨率是指在频谱分析中所能区分的相邻谱线之间的最小间隔。在 DFT、FFT 中相邻谱线间隔为 $1/T$, 即对于截取时间长度为 T 的波形, DFT 的最佳分辨率为 $1/T$ 。

对周期为 T 的周期信号, 如前所述, 其频谱是以 n/T 决定的离散谱。只要截取时间为一个整周期, 用 DFT 分析所得到的分辨率正好满足要求。而对于有限长度的瞬态信号, 虽然也可以用 DFT 分解成以 $1/T$ 为基波的离散谱, 在满足信号最高频率不大于奈奎斯特频率的条件下, 离散谱可以唯一地还原出时间信号, 而时间信号又唯一地对应了连续谱。所以, 这时连续谱和离散谱是等价的^[2]。但瞬态波本身的频谱是连续谱, 分析频率可任意取值或者说其谱线的频率间隔可为无穷小量, 而 DFT 却不能满足此要求。由于瞬态波形的 T 很小, 因此用 DFT 分析时分辨率很低 (Δf 很大), 往往不能满足科研工作的要求。很多人虽然采用增加零点的办法来加大 T , 但这样做实际上只是减小了谱线的间隔而并不能真的改善此方法分辨两个非常接近的谱分量的能力^[1]。

2. 拟合法

本文所称的拟合法, 是对波形的离散样点值以某种形式的函数来逼近, 从而得到波形的

拟合连续函数表达式,再用富里叶积分求频谱。所以,它是用数值积分法计算的富里叶连续变换。该方法可以采用不等步长采样,这样不但可能减少样点数提高分析效率,若完全随机采样还可能避免和减小混叠效应。而且拟合的过程实际上是对离散数据以函数形式进行分段平滑,也在一定程度上减小了离散化所带来的误差。从分辨率考虑,由于该方法进行的是连续富里叶变换,分析频率可以任意取值,这正符合瞬态波形的要求。根据以上理论分析,可以推论对于瞬态波形的谱分析,拟合法从理论上考虑比较合理。在具有足够的拟合精度的前提下,也有可能达到比DFT更可靠的分析结果。

我们曾用拟合法以三阶样条函数作拟合函数^[1],对一个前沿3.0毫秒,作用时间9.0毫秒的三角波进行分析,并与FFT及理论计算结果比较,拟合法与理论值吻合得很好。振幅谱值的绝对误差不大于 1.9×10^{-4} ,相对误差不大于0.02%,见图2中曲线1。而FFT在相似条件下计算,其绝对误差达 4.3×10^{-4} ,见曲线2。图中误差系在离散频率样点上求得,为便于看图,以折线连接。

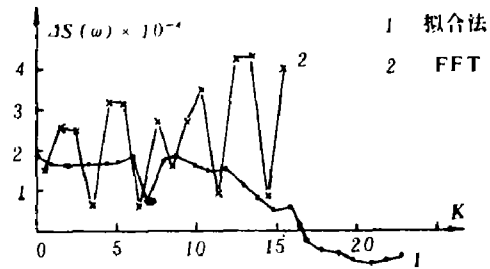


图2 振幅谱误差比较

3. 拟合法高频段误差分析

拟合法在频率较高时误差较大,这在相位谱上看得特别明显。图3是用拟合法求得的三

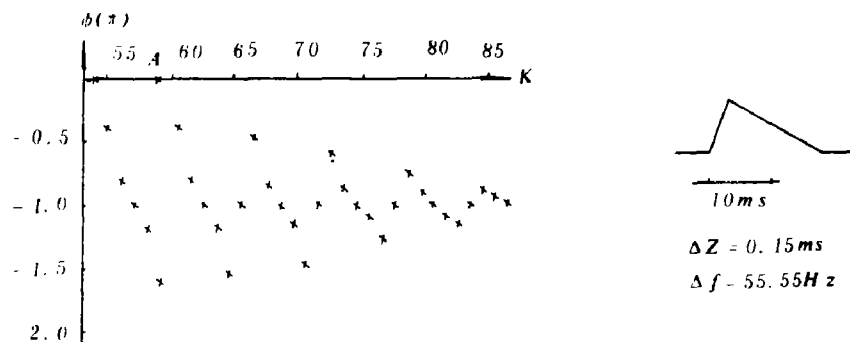


图3 三角波高频段相位谱

角波相位谱,在频率较低处,如图中A点以前,相位很规则地在 2π 内呈周期变化,与理论结果相符,而在A点以后却大大偏离理论值。值得注意的是,A点正对应了奈奎斯特频率3333赫兹,而在图2中,也是在奈奎斯特频率(相应于 $K=15$)附近,振幅谱的误差出现从正到负的变化(分析值大于理论值为正)。这些现象启发我们连系上面讨论的混叠效应来分析其原因。从波形拟合公式可知,拟合的过程实际上是建立频谱和离散样点值的某种关系,尽管这关系很复杂却仍是样点值的线性函数。根据线性叠加定理,它的富里叶变换也就是离散样点的富里叶变换之线性组合。所以,时域离散化所带来的影响也必然会有所反映。在奈奎斯特频率前此影响同样存在,只是严重程度有所不同而已。由于拟合法是由富里叶积分求得的,分析频率范围可从零至无穷。所以,人们并不注意可靠分析的频率范围和离散采样的关系,而把这种方法在高频段误差大的现象归因于拟合误差的积累或其它原因。根据上述分析,我们认为只有联系时域离散化的影响才能对此有深刻的认识,这对其他类似方法也有参考意义。

通过理论上的分析和计算结果的比较,我们认为这两种方法各有特长。DFT、FFT方法简单,运算速度快,用减少采样间隔等办法可以进一步提高精度,为谱分析开辟了广阔的前景。拟合法计算复杂,速度较慢,但有可能达到较高的精度,而且可以在任一频率上考察其频谱,对瞬态波形比较适合。随着计算机技术的发展,已出现不等间隔采样的高速模数转换器,有可能使该类方法得到新的生命力。但不管哪一种方法,离散化所带来的混叠效应和其他误差都不同程度地存在着,分析时必须注意采样间隔、最高分析频率等参数的合理选取和窗函数、滤波器的正确使用,才能得到可靠的分析结果。

三、频谱分析在岩石动力学中的应用

由于频谱分析能揭示出时域上得不到的一些信息,故在岩石动力学中得到广泛的应用。为研究爆炸波频谱,我们用三阶样条函数拟合法与FFT对岩土工程中实测的应力、应变、加速度波形进行分析。图4、图5为某工程洞库爆破应力、应变波形的分析图例。图6为试验炮应力波形的分析结果。为了从理论上分析各种因素的影响,还对以应力表示的模拟爆炸荷载三角波也作了分析,如图7所示。

归纳分析结果,可对爆炸应力、应变波形的频谱特点提出以下看法。

1. 爆炸波形的能量范围

爆炸应力、应变波形的频谱中直流分量(不加偏置时)和低频分量都很大,且基本上以单调形式迅速下降至某一频率呈波谷;以后虽然等间隔或不等间隔地出现波谷,但波谷之间的小峰的峰值在低频段随频率增长迅速减小。对前沿 t ,与作用时间 T 成一比三的三角波,其振幅谱如图7所示的第一个小峰值约为直流分量的0.025,第二个小峰为第一个峰的0.33,第三个峰为第二个峰的0.5,依次下去后一个峰为前一个峰的0.575,0.65,0.76,……。实测波形图4的上述比例是0.024,0.32,0.47,0.56,0.64,……。图5、6及其它波形的分析结果也有相似关系。若以第一个波谷作为主要能量所在的频率范围,则爆炸波形的主要能量一般集中在直流到几百赫兹的范围(化爆)。小药量爆炸试验中则可达一、二千赫兹,具体情况应视药量、爆源特征、距离等因素而定。因此爆炸波测试系统的低频响应是很重要的。

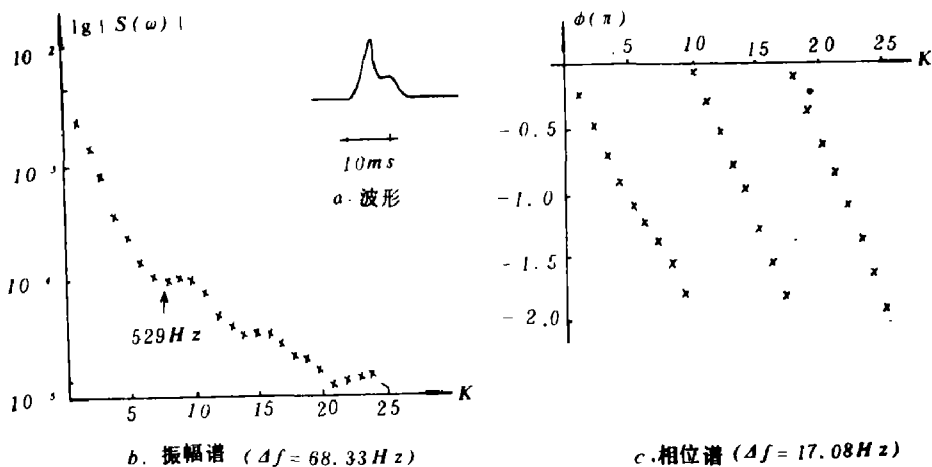


图4 No.7 应力测试波形 σ_s 及频谱(拟合法)

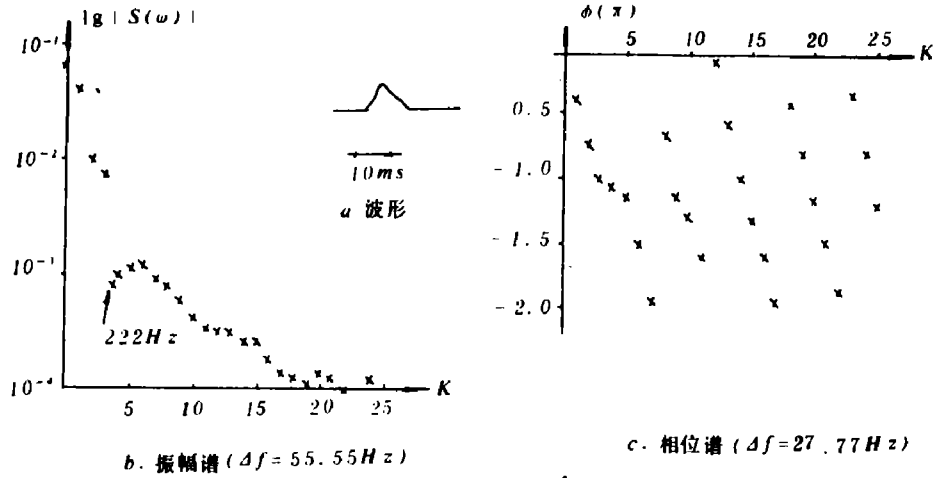


图5 No. 10应力测试波形 σ_{10} 及频谱(拟合法)

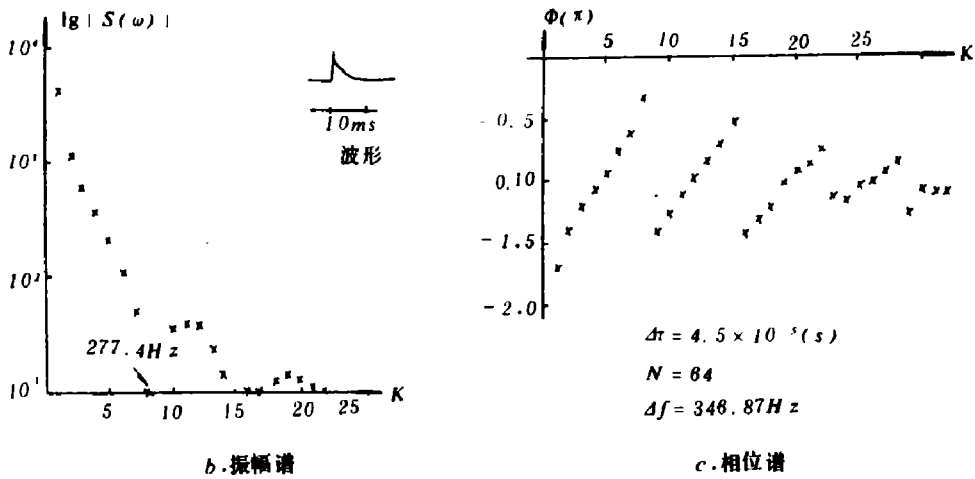


图6 No. 3试验地10应力波形及频谱(F F T)

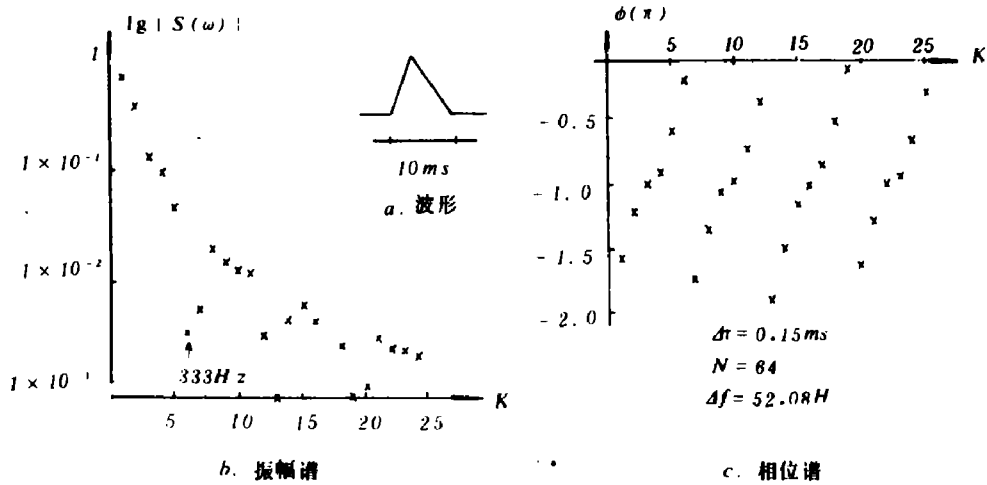


图7 三角波及频谱(F F T)

2. 波形前沿、作用时间对频谱的影响

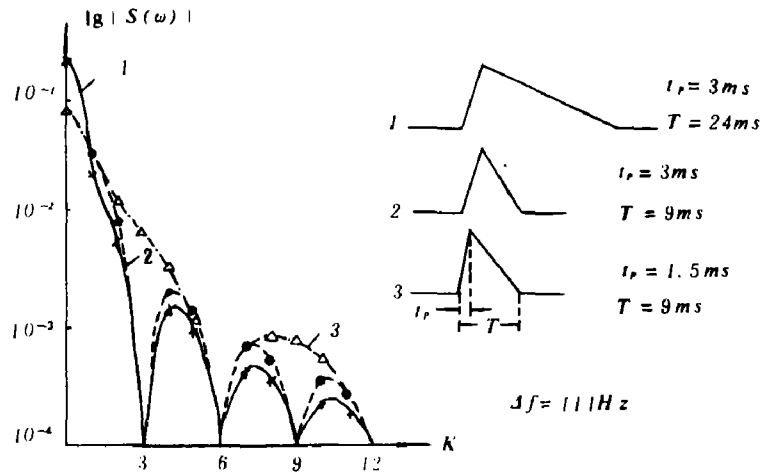


图8 前沿与作用时间的影响(理论值)

图8为不同前沿和作用时间的三角波的振幅谱,可见前沿的倒数正是第一波谷。故前沿大小对频谱有重要影响,而作用时间的长短只使分佈略有改变。很多实测波形的振幅谱也基本符合这一规律。如图5中 t_r 为5.4毫秒,相应频率192赫兹,第一波谷为222赫兹。图6中 t_r 为0.40毫秒,相应于2500赫兹,第一波谷为2774赫兹。从物理上分析爆炸波形的前沿对应于加载过程,上述结果说明爆炸过程中加载速率的快慢决定了讯号主要能量的频率范围,而波形的变化则影响内部的能量分佈。

3. 爆炸波形频率范围

分析表明,爆炸波的振幅谱在低频部分随频率的增长迅速下降,但到频率稍高时则下降缓慢。仍以 t_r 与 T 成1:3的三角波为例,以直流分量为1,峰值 1×10^{-3} 为第7个峰,频率2440赫兹,相当于 $7f_1$, f_1 表示前沿之倒数。 0.75×10^{-4} 时为8333赫兹,相当于 $25f_1$, 1×10^{-5} 时为16333赫兹即 $49f_1$ 。实测波形图4在 1.18×10^{-3} 时为第6个峰,2511赫兹,相当于 $14f_1$ 。图5中 1×10^{-3} 时为第7个峰,1666赫兹即 $9f_1$ 。从这些结果看出爆炸波的频谱要延续相当宽的范围, 1×10^{-3} 时可用 $10 \sim 20f_1$ 估算, 1×10^{-5} 时则达 $50f_1$ 以上。波形的高频分量会影响波形的峰值和前沿,不同分析目的所要求的测量精度不同,上述结果可为在一定精度要求下仪器频响范围的选择提供参考。

实测波形的频谱是千变万化的,不可能用一种模式简单描述。从所分析的实例看,爆炸应力、应变波形的频谱基本上符合以上规律,故指出这点还是有意义的。

四、略谈频谱分析工作的现状

频谱分析的理论正在迅速发展,对于长期沿用的各种富里叶分析法中所存在的一些弱点,国内外学者做了大量的工作,如用Zoom技术提高FFT分辨率;用Gan法、Nicoson法解决FFT计算阶跃波的问题。近十年来还提出了一些新的非线性谱分析方法,如最大熵谱(MEM),最大协方差法(CLSA)等^{2,3,6},它们从不同方面克服了富里叶方法中对波形在时窗以外部分的不合理假设,使分析结果更加合理,且大大提高了分析短时间序列时的

分辨率。也有学者把谱分析过程和一个信号的“白化”和求一个AR滤波器的系数的过程联系起来,从而有可能用该方面比较成熟的技术来进行谱分析。为了摸索瞬态波形的谱分析技术,有人尝试在平稳信号的包络上叠加瞬态因子⁽⁷⁾。所有这一切都为频谱分析,特别是瞬态波形的谱分析开辟了有意义的探索方向。由于这些算法比较复杂,很多方面还有待于大量的工作。

五、结 论

1.瞬态波由于波形本身的特点带来了谱分析的更大难度。应注意根据实际要求正确选用分析方法,合理解决混叠效应、分辨率等问题。

2.拟合法与FFT各有特点,都有实用价值。拟合法高频部分的误差也与时域信号的离散化有关,分析中应通过滤波等办法减少其影响以保证分析结果的可靠性。

3.频谱分析在岩石动力学中有广泛的应用。通过实测波形的分析可知爆炸应力、应变波形的主要能量集中在低频段,其范围可用前沿之倒数近似估算,对于工程爆破一般为几百赫兹。爆炸波形含有较宽的高频范围,在直流分量的 1×10^{-3} 范围内可用 $10 \sim 20 f_1$ 估算, 1×10^{-5} 范围则可达 $50 f_1$,应根据测试精度的不同要求提出对测试系统频响范围的合理要求。

数据处理工作得到朱瑞骥同志的指导和支持,在此向他及测试有关人员表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Chen, C. H., Digital Waveform processing and Recognition, (1982).
- [2] Hamming, R. W., Digital Filters, (1977).
- [3] 程乾生, 信号数字处理的数学原理, 石油工业出版社, (1979)
- [4] 李柏松, 防护工程, (3) (1980).
- [5] Chen, W. Y., Stegen, G. R., J. Res. Geo. 79(20) (1974), 3019.
- [6] Radoski, H. R., etc., J. Geo. Res. 80(4) (1975), 619.
- [7] Chrysostomos L. N., etc., IEE. Trans. on Geo. And R. S. 21 (2) (1983).

SPECTRAL ANALYSIS OF TRANSIENT WAVEFORMS AND ITS APPLICATIONS IN ROCK DYNAMICS

Li Tingjie Hong Minxuan

Abstract

In view of the spectrum characters of transient waveforms, the problem in the application of current spectral estimation to transient signals is discussed. As an example of the spectral analysis applied in rock dynamics, the spectral features of blast waveforms is analysed in this paper.