

短纤维增强对聚碳酸酯非线性粘弹性性能的影响

杨黎明 朱兆祥 王礼立

(1984年12月16日收到)

本文采用SHPB装置研究了聚碳酸酯和短玻璃纤维增强聚碳酸酯在 10^{-4} ~ 10^3 /秒应变率范围和有限应变条件下的非线性粘弹性力学行为。根据Coleman和Noll的材料本构关系理论和本文实验结果,提出聚碳酸酯的本构方程

$$\sigma_m(e, \dot{e}) = E_0 e + \alpha e^2 + \beta e^3 + E_1 \int_0^t \dot{e} \cdot \exp\left(-\frac{t-\tau}{\theta_1}\right) d\tau$$

$$+ E_2 \int_0^t \dot{e} \cdot \exp\left(-\frac{t-\tau}{\theta_2}\right) d\tau + \eta \dot{e}$$

并进而得到短纤维增强聚碳酸酯的一个相当简单的本构方程

$$\sigma_{f,m} = \phi \cdot \sigma_m(e, \dot{e})$$

在加卸载全过程,两种本构方程的理论计算值都能满意地与实验结果相一致。

一、前言

高分子材料和以高分子材料为基体的纤维增强复合材料,已在许多部门得到广泛使用,其粘弹性力学性质的研究也相应地受到许多学者的重视。

当前的研究趋势之一,是由小变形下的线性粘弹性向大变形下的非线性粘弹性研究发展⁽¹⁾;趋势二是由低应变率向高应变率发展,如唐志平等^(2,3)研究了典型热固性材料环氧树脂在 10^{-4} ~ 10^3 s⁻¹应变率和大应变下的力学性质,提出其本构方程可表为

$$\sigma = E_0 e + \alpha e^2 + \beta e^3 + E_1 \int_0^t \dot{e} \cdot \exp\left(-\frac{t-\tau}{\theta_1}\right) d\tau$$

$$+ E_2 \int_0^t \dot{e} \cdot \exp\left(-\frac{t-\tau}{\theta_2}\right) d\tau \quad (1-1)$$

趋势之三是研究纤维增强的效应,但有关短纤维增强材料非线性粘弹性本构方程的研究还未见到报道。

纤维增强效应的研究目标之一,是期望由基体及纤维的本构方程来预估复合材料的本构关系。在理论研究方面Cox(1952)⁽⁴⁾最早涉及这一研究。而自1965年Hill^(6,7)采用自洽方法

把Eshelby理论⁽⁵⁾运用到短纤维增强材料力学性质的研究之中后,这一研究在微力学的基础上有了较大的发展。80年代初Takao等⁽⁸⁾用微力学的方法研究了单轴取向短纤维增强体的弹性本构关系。Chou和Nomura⁽⁹⁾研究了短纤维取向分布对弹性体本构关系的影响。Mura⁽¹⁰⁾, Laws和McLaughlin⁽¹¹⁾通过Laplace变换,用微力学方法研究了短纤维增强粘弹性体的本构方程。但这些研究均限于线性本构关系。在实验研究方面,Blumentritt等⁽¹²⁾,Curtis等⁽¹³⁾以及Gupta等⁽¹⁴⁾都曾对短纤维增强高分子材料的力学行为做了实验研究,但都限于准静态或低应变率的,而有关高应变率下的实验研究,则迄今未见报道。

本文通过对新型热塑性工程塑料——聚碳酸酯(以下简称PC)和相应的短玻璃纤维增强聚碳酸酯(以下简称SGFR-PC)在大应变和大范围应变率下的实验来研究它们的非线性粘弹性本构方程,并试图得到描述短纤维增强影响的简洁关系。

二、试验材料和实验方法

试验材料是工程上有重要应用的国产PC和SGFR-PC,后者含15~20%(体积百分比)的无捻E玻璃短纤维,其拉伸模量为 7×10^{10} 帕,直径8~10微米,长度0.5~1毫米。两种材料的试样均由棒材经机床加工制成。

高应变率压缩试验在 $\phi 14.5$ 分段式Hopkinson压杆装置(简称SHPB)上进行。试验装置和技术的细节详见〔15〕。在100~2200/秒应变率范围对PC和SGFR-PC各做了五组不同应变率的实验,每组五个试样。试样直径13.8毫米,长7毫米。低应变率试验在普通材料试验机上进行,做了两组应变率分别为 7×10^{-3} /秒和 7×10^{-4} /秒的压缩试验,每组五个试样,试样直径13.8毫米,长14毫米。所有试验均在室温(约10°C)下进行。

关于试样的平均应变率,在低应变率试验中,由试样长度 l 和试验机压头速度 v 确定, $\bar{\dot{e}} = (v/l)$;在高应变率试验中,则由试样受冲击加载时的最大应变或即卸载点的应变 e_m 和压缩脉冲的历时 τ 确定, $\bar{\dot{e}} = (e_m/\tau)$ 。应该说明,冲击试验中试样的实际应变率是随时间变化的。而实测表明, $\dot{e}(t)$ 实际上在平均应变率附近变化,如图1所示。这样,本试验中总共可得到七组不同的恒应变率下的应力应变关系。但在下文由实验结果确定材料参数时,采用实测的瞬时应变率值。

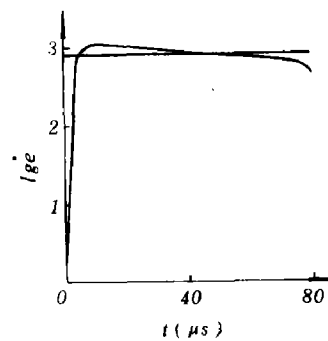


图1 $\dot{e} = 820$ /秒应变率时程实验曲线

三、实验结果

对每一组实验数据取算术平均值后PC和SGFR-PC在不同恒应变率下的应力应变曲线分别如图2和图3中的点所示。由加载、卸载过程应力应变曲线呈迟滞迴线形状,应力应变曲线对应变率的显著敏感性,以及对试验后的试样尺寸进行实测未发现残余变形,可说明两种材料均具有明显的粘弹性特性。为进一步考察应变率效应,把上述实验曲线改绘成恒应变下的应力~平均应变率曲线, $\sigma \sim \bar{\dot{e}}$,对两种材料分别如图4和图5所示;或平均应变率取对数坐标时,相应的曲线分别如图6和图7所示。值得注意的是:两种材料的 $\sigma \sim \log \bar{\dot{e}}$ 关

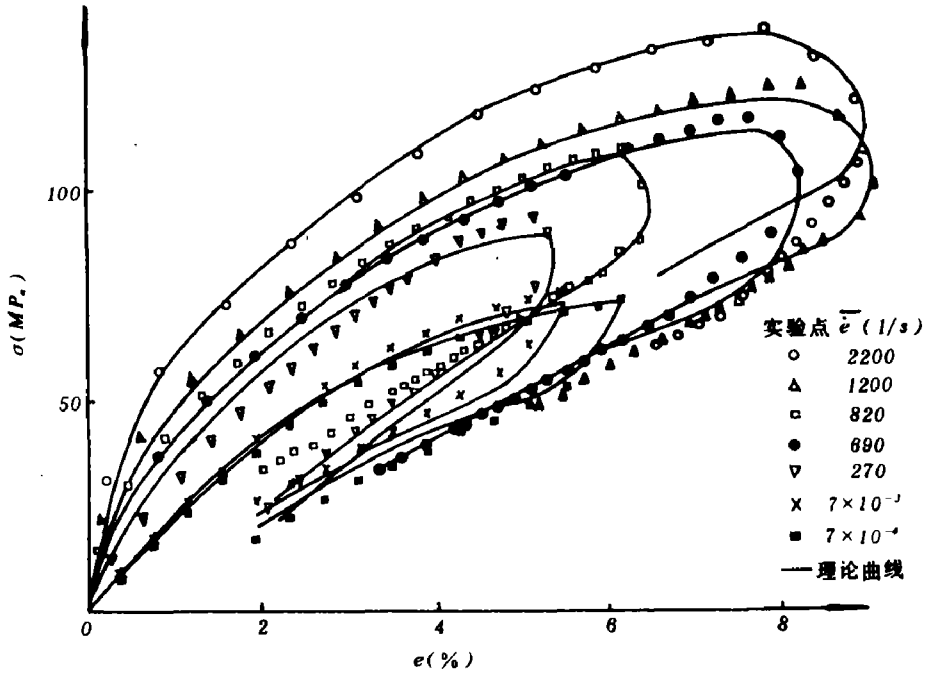


图2 PC理论曲线与实验结果的比较

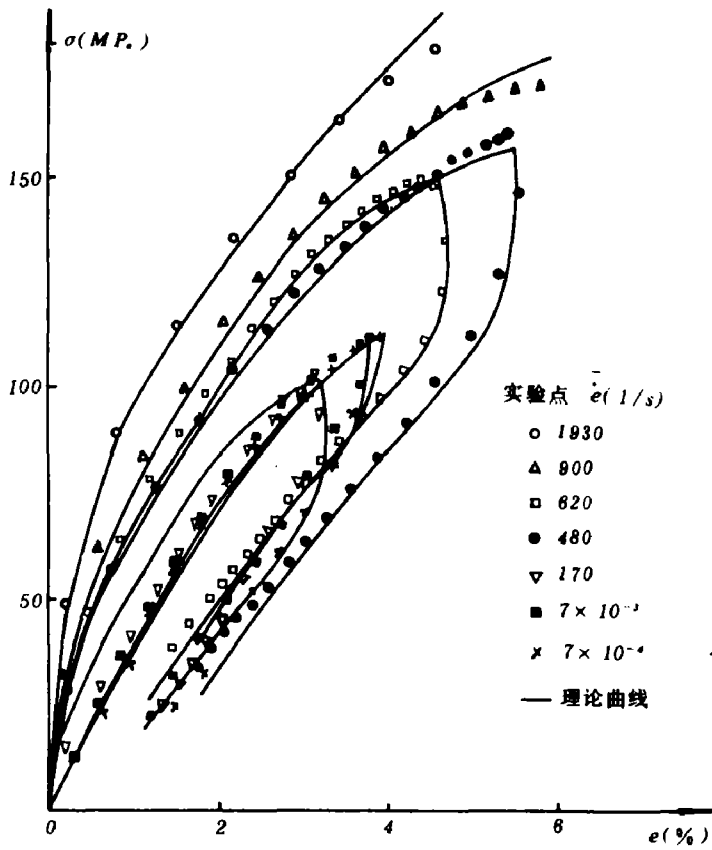
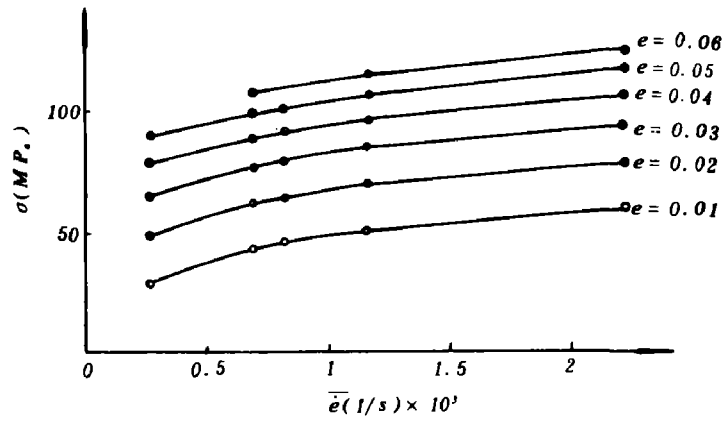
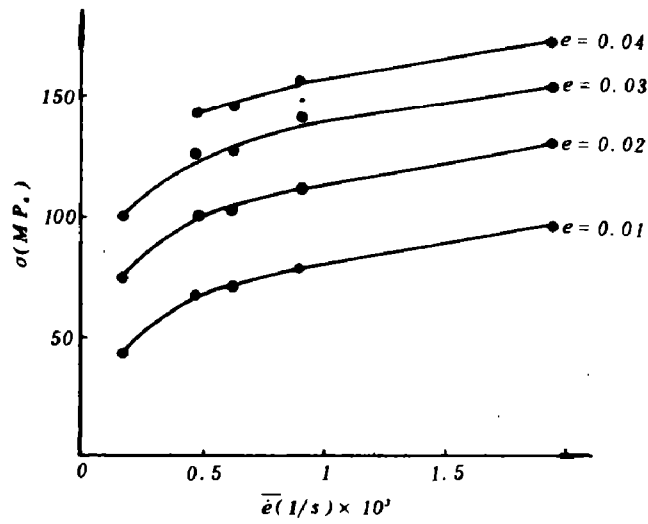
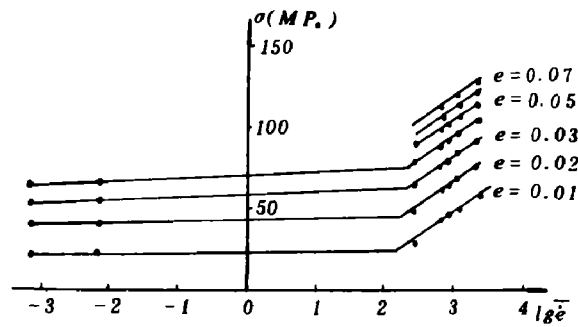


图3 SGFR-PC理论曲线与实验结果的比较

图4 PC的 $\sigma \sim \bar{e}$ 关系实验结果图5 SGFR-PC的 $\sigma \sim \bar{e}$ 关系实验结果图6 PC的 $\sigma \sim \lg \bar{e}$ 关系实验结果

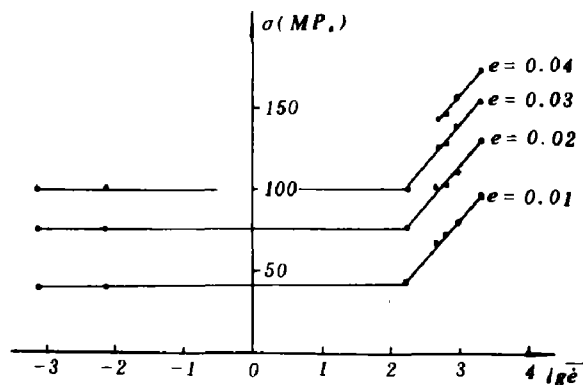


图7 SGFR-PC的 $\sigma \sim \lg \dot{\epsilon}$ 关系实验结果

系,在高应变率段和低应变率段分别接近于两条直线,转折点大致上对应于 $\dot{\epsilon} = 150$ /秒,而与应变值几乎无关。

此外,在SHPB装置上还对SGFR-PC做了一组重复加载实验,即对于经历过冲击压缩试验而无残余变形的同一试件在时隔三十分钟后,再以相同的试验条件作第二次实验。图8是一个典型的实验结果,它表明在相同的外载荷条件下,第二次和第一次实验中的材料响应是相同的,与变形历史无关;说明只要试件尚未产生残余变形,即便SGFR-PC有微观结构的破坏(例如纤维末端附近的界面与基体的分离等),也还未影响材料的宏观粘弹性性质。

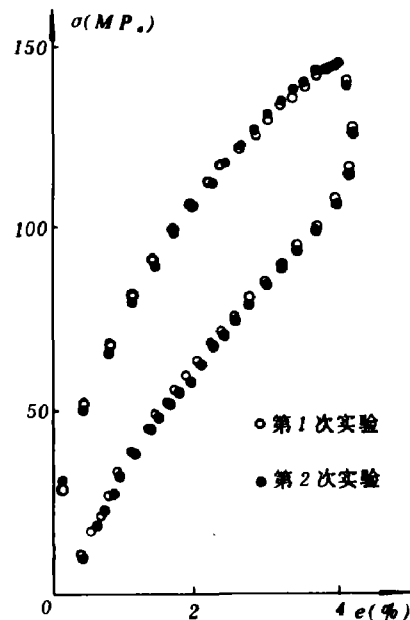


图8 同一SGFR-PC试件两次加卸载实验结果

四、本构方程和有关的讨论

上述试验结果为建立大范围应变率和大变形条件下PC和SGFR-PC的粘弹性本构方程提供了物理图象和实验基础。注意到SGFR-PC的实验曲线在定性上与PC的相一致,即两者的力学行为很相似,而玻璃纤维主要显示一种提高材料抗变形能力的增强作用。因此下面首先来讨论PC的本构方程,然后再来讨论SGFR-PC的,找出两种本构方程间的关联性。

1. 聚碳酸酯的本构方程

根据Coleman和Noll^[16]的有限线性粘弹性理论,可用如下单重积分形式的本构关系式

$$\sigma = \sigma_e(e) + \int_0^t \psi[e(t), \dot{e}(t), t - \tau] \cdot \dot{e} d\tau \quad (4-1)$$

来描述高分子材料的非线性粘弹性行为。其中 e 是Green应变, $\sigma_e(e)$ 是平衡应力(即弹性)

响应, ψ 是应力松弛函数。

考察图 4, 各条恒应变下的 $\sigma \sim \dot{e}$ 曲线的间距几乎不变, 即对于给定的应变差 Δe , 应力差 $\Delta\sigma$ 基本与应变率无关, 这是弹性性质的表现; 但同图还表明随应变差 Δe 的增大, $\Delta\sigma$ 并非成正比地增大, 比值 $\Delta\sigma/\Delta e$ 随应变增大而减小。这说明 PC 具有非线性弹性特性。设以三阶多项式来近似描述这一非线性弹性, 则式(4-1)中的平衡响应可表为

$$\sigma_e(e) = E_0 e + \alpha e^2 + \beta e^3 \quad (4-2)$$

式中 E_0 、 α 和 β 均为材料常数。

从图 4 还能看到随应变率的增加, 这组曲线趋近于相互平行的直线, 表明当应变率足够大后, 应力与应变率成线性关系, 呈牛顿粘性流动特性。因此, 式(4-1)中的松弛函数应含有 $\eta\delta(t-\tau)$ 项。另一方面图 6 表明 PC 在高应变率段和低应变率段具有不同的应变率敏感性, 说明在我们实验的应变率范围内, PC 至少具有两个主要的松弛时间 θ_1 和 θ_2 , 分别表征低应变率下和高应变率下的响应特性。从而可取松弛函数为

$$\begin{aligned} \psi = & \psi_1[e(t), \dot{e}(t)] \cdot \exp\left(-\frac{t-\tau}{\theta_1}\right) + \eta\delta(t-\tau) + \\ & + \psi_2[e(t), \dot{e}(t)] \cdot \exp\left(-\frac{t-\tau}{\theta_2}\right) \end{aligned} \quad (4-3)$$

把(4-2)和(4-3)代入(4-1)得

$$\begin{aligned} \sigma = & E_0 e + \alpha e^2 + \beta e^3 + \psi_1(e, \dot{e}) \int_0^t \dot{e} \cdot \exp\left(-\frac{t-\tau}{\theta_1}\right) d\tau \\ & + \psi_2(e, \dot{e}) \int_0^t \dot{e} \cdot \exp\left(-\frac{t-\tau}{\theta_2}\right) d\tau + \eta \dot{e} \end{aligned} \quad (4-4)$$

我们取了 ψ_1 和 ψ_2 的几种形式, 利用实验数据, 采用非线性函数的最小二乘法拟合曲线的方法⁽¹⁷⁾以确定式(4-3)中的材料参量。结果表明以取 ψ_1 和 ψ_2 为常数最佳, 即

$$\psi_1 = E_1, \quad \psi_2 = E_2 \quad (4-5)$$

把(4-5)代入(4-4), 最后得到 PC 的本构方程

$$\begin{aligned} \sigma = & E_0 e + \alpha e^2 + \beta e^3 + E_1 \int_0^t \dot{e} \cdot \exp\left(-\frac{t-\tau}{\theta_1}\right) d\tau \\ & + E_2 \int_0^t \dot{e} \cdot \exp\left(-\frac{t-\tau}{\theta_2}\right) d\tau + \eta \dot{e} \end{aligned} \quad (4-6)$$

其中的材料参量由实验结果拟合而确定, 为

$$\begin{aligned} E_0 &= 2.2 \times 10^9 \text{ 帕} & \alpha &= -2.3 \times 10^{10} \text{ 帕} \\ \beta &= 5.2 \times 10^9 \text{ 帕} & \eta &= 1.1 \times 10^4 \text{ 帕} \cdot \text{秒} \\ E_1 &= 1.0 \times 10^8 \text{ 帕} & \theta_1 &= 470 \text{ 秒} \\ E_2 &= 7.3 \times 10^8 \text{ 帕} & \theta_2 &= 1.4 \times 10^{-4} \text{ 秒} \end{aligned}$$

本构方程(4-6)等价于一个非线性弹簧元件、两个线性粘弹性 Maxwell 元件和一个牛顿粘性元件并联组合的力学模型, 如图 9。其中两个 Maxwell 元件中粘壶的粘性系数分别为:

$$\eta_1 = E_1 \cdot \theta_1 = 4.7 \times 10^{10} \text{ 帕} \cdot \text{秒}, \eta_2 = E_2 \cdot \theta_2 = 1.02 \times 10^5 \text{ 帕} \cdot \text{秒}.$$

两者相差五个量级之多。

(4-6)式与唐志平等^[2,3]根据Green-Rivlin多重积分本构关系理论和他们的实验所得到的环氧树脂的本构方程(1-1)相比,只多了一牛顿粘性项 $\eta \dot{e}$ 。环氧树脂是典型的具有交联结构的热固性塑料,而PC是具有线形结构的热塑性塑料。看来,牛顿粘性项 $\eta \dot{e}$ 正好是两者微观结构上差别的主要反映。式(4-6)也可看作式(1-1)在热塑性塑料上的推广,虽然两者的导出依据并不相同。这样,唐志平等^[2,3]对环氧树脂本构方程(1-1)的许多讨论对PC也适用。例如:注意到 θ_1 和 θ_2 相差五个量级,则在冲击载荷等高应变率条件下,式(4-6)中的 θ_1 相关项可忽略不计;而在低应变率条件下, θ_2 相关项可忽略不计。由此还可知由蠕变或应力松弛等低应变率试验结果,不能确定PC在高应变率条件下的响应。

本构方程(4-6)所给出的理论曲线,包括加载和卸载过程,与实验结果的比较见图2,可见两者符合得相当好。只是应变率最高那条曲线的卸载部分,理论值与实验值偏差较大,这可能是由于高应变率和大变形条件下,非弹性变形功(耗散)所转化的热量已足以导致热软化的缘故。本文尚未考虑热-力学的耦合效应问题,有待今后进一步研究。

2. 短玻璃纤维增强聚碳酸酯的本构方程

SGFR-PC的实验结果在定性上与PC的完全相似。由此可以预期它将具有类似于式(4-6)的本构方程。但是由于在实验中两种材料所经历的应变率不同,所以难以对两者进行直接比较来得到有关纤维增强效应的定量结论。

假设玻璃纤维相对于高分子材料是弹性体,并认为SGFR-PC的粘弹性主要是由基体决定的,则可设想纤维增强效应可用一系数 ϕ 来表示,即 $\phi = \sigma_{f,m}(e, \dot{e}) / \sigma_m(e, \dot{e})$ 。换句话说SGFR-PC本构方程 $\sigma_{f,m}(e, \dot{e})$ 可表为*

$$\sigma_{f,m} = \phi \cdot \sigma_m(e, \dot{e}) \quad (4-7)$$

式中 $\sigma_m(e, \dot{e})$ 是基体PC所满足的本构关系,即(4-6)式,而 ϕ 可称为增强系数,一般是纤维的模量、几何尺寸、体积含量以及基体材料参量等的函数。

对于本试验研究,对比图1和图2、以及图5和图6,可以明显看到短纤维增强在高应变率段导致应变率敏感性增大,而在低应变率段导致应变率敏感性减小,有不同的效应。这一现象反映在 ϕ 上,意味着在不同的应变率范围, ϕ 应有不同的取值。按式(4-7),分别由高应变率试验结果和低应变率试验结果以最小二乘法来确定增强系数 ϕ ,可得

$$\phi = \begin{cases} \phi_H = 1.66 & \text{当 } \dot{e} > 150/\text{秒} \\ \phi_L = 1.85 & \text{当 } \dot{e} < 150/\text{秒} \end{cases}$$

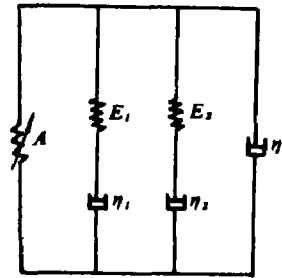


图9 PC的非线性粘弹性模型

* 注:从Eshelby的微力学分析出发,设纤维服从胡克弹性律,而基体服从粘弹性本构律(4-6),也可导出式(4-7),准备另文讨论。

SGFR-PC的本构方程(4-7)所给出的理论曲线与实验结果的比较见图3,可见式(4-7)能满意地适用于加卸载全过程。图中应变率最高的那两条曲线的加载段后部和卸载部分没有画出,是由于在这两组实验中发现试件发生塑性变形,一端呈蘑菇状,并导致破坏,而本文所讨论的本构方程仅适用于粘弹性体,对材料进入塑性变形后的行为没有考虑。

本构方程(4-7)与(4-6)在形式上是一致的,只相差一个系数 ϕ 。这一简洁的表达形式,不论在理论上还是工程实用上,都是很有意义的。只要已知高分子材料基体的本构方程(4-6)后,就不难由实验来确定短纤维增强复合材料的相应的本构关系。

五、结 论

(1). 聚碳酸酯在 $10^{-4} \sim 10^3$ /秒应变率范围和应变到约10%的条件下,其非线性粘弹性行为可用一个包含一表征非线性弹性的弹簧,二个分别表征高应变率下和低应变率下松弛特性的Maxwell元件和一个表征牛顿粘性流动的元件并联组成的力学模型,或即本构方程(4-6)来描述。这是式(1-1)在热塑性材料中的推广。

(2). 短纤维增强对PC非线性粘弹性行为的影响可以用一个增强系数 ϕ 简洁地表示,并且适用于加卸载全过程。

由于本文仅做了一种短玻璃纤维含量的SGFR-PC的实验,因此有关不同材质和尺寸的短纤维,不同的纤维含量,以及不同基体等对 ϕ 的影响,有待进一步从理论分析和实验上进行研究,关于更大变形下粘塑性和热-力学耦合效应等也都是今后值得进一步研究的。

致谢:我们衷心感谢杨报昌、唐志平、胡时胜老师对完成本文给予的热情帮助。

参 考 文 献

- [1] Lockett, F. J., *Nonlinear Viscoelastic Solids*, London (1972).
- [2] 唐志平,在高应变率下环氧树脂力学性能的研究,中国科技大学硕士研究生论文(1980).
- [3] 唐志平、田兰桥、朱兆祥、王礼立,高应变率下环氧树脂的力学性能,全国第二届爆炸力学会议文集(1981).
- [4] Cox, H. L., *Br. J. Appl. Phys.*, **3** (1952), 72.
- [5] Eshelby, J. D., *Proc. Roy. Soc.*, **A 241** (1957), 376.
- [6] Hill, R., *J. Mech. Phys. Solids*, **13** (1965), 213.
- [7] Hill, R., *J. Mech. Phys. Solids*, **13** (1965), 189.
- [8] Takao, Y., Taya, M. & Chou, T. W., *Int. J. Solids Structure*, **18** (1982), 723.
- [9] Chou, T. W. & Nomura, S., *Fiber Science and Technology*, **14** (1980-1981), 279.
- [10] Mura, T., *Micromechanics of Defects in Solids*, (1982) Martinus Nijhoff, London.
- [11] Laws, N., McLaughlin, R., *Pro. R. Soc. Lond.*, **A 359** (1978), 251.
- [12] Blumentritt, B. F., Vu, B. J. & Cooper, S. L., *Polymer Engineering & Science*, **15** (1975), 428.
- [13] Gurtis, P. T.; Bader, M. G. & Bailey, J. E., *J. Mater. Sci.*, **13** (1978), 377.
- [14] Gupta, V. B. & Lahiri, J., *J. Comp. Mater.*, **14** (1980), 286.
- [15] 胡时胜、王礼立,一种用于材料高应变率试验的装置,(待发表).
- [16] Coleman, B. D. & Noll, W., *Rev. Mod. Phys.*, **33** (1961), 239.
- [17] 李德贵等, FORTRAN 算法汇编(第二册),国防工业出版社(1983), 129.

EFFECTS OF SHORT - GLASS - FIBER REINFORCEMENT ON NONLINEAR VISCOELASTIC BEHAVIOR OF POLYCARBONATE

Yang Liming Chu Chaohsiang Wang Lilih

Abstract

The nonlinear viscoelastic behavior of both polycarbonate and short - glass - fiber reinforced polycarbonate has been investigated at finite strains and a wide range of strain - rates by use of split Hopkinson pressure bar. According to Coleman and Noll's theory of constitutive relations of viscoelastic materials and our experimental results, a simple nonlinear model is proposed for polycarbonate

$$\begin{aligned} \sigma_m(e, \dot{e}) = & E_0 e + \alpha e^2 + \beta e^3 + E_1 \int_0^t \dot{e} \cdot \exp\left(-\frac{t-\tau}{\theta_1}\right) d\tau \\ & + E_2 \int_0^t \dot{e} \cdot \exp\left(-\frac{t-\tau}{\theta_2}\right) d\tau + \eta \dot{e} \end{aligned}$$

and then, based on which, an interesting constitutive relation for short - glass - fiber reinforced polycarbonate with considerable simple form

$$\sigma_{f,m} = \phi \cdot \sigma_m(e, \dot{e})$$

has been obtained. Theoretical predictions from both models are in good agreement with experimental data for whole loading and unloading process.