

# 一维弹塑性波在土-结 构体系中传播的有限元分析

高伟建 熊建国

(1985年3月30日收到)

本文用有限元方法分析了一维弹塑性波在土-结构体系中的传播问题。土体用Drucker-Prager屈服准则描述，结构仅考虑为线弹性体。文中给出了有限元计算的基本公式，计算和分析了自由场中压力和加速度峰值随深度衰减特性、土-结构体系界面的相互作用力和结构运动加速度特性；讨论了土分层和卸载模量对反应特性的影响。文中还对弹性波和弹塑性波两种情况下的结果做了比较。

## 一、前 言

在地表冲击波荷载作用下，土中浅埋结构的动力反应分析已取得了不少具有实际意义的成果。研究者们早已注意到，对土中结构的分析，应采用结构与土介质的相互作用理论。结构的变形和所受荷载不仅取决于结构本身的动力性质，而且也与周围介质的动力性质密切相关。近年来，在土-结构相互作用的分析中，考虑土介质和结构的非线性效应，已经引起了研究者们越来越大的关注<sup>[1]</sup>，其研究工作由于计算机和计算技术的迅速发展更加深入化了。用有限元方法对应力波在弹性和非弹性介质中的传播问题的研究也取得了不少成果<sup>[2-4]</sup>。文献[5]研究了简谐的一维弹性波在半无限体中传播的问题。作者采用阻尼边界，把半无限体模型化为有限体模型，讨论了与位移有关的精度问题，指出决定计算精度的基本标准是沿波传播方向的单元长度与波长的比值。文中还通过对一维弹性波在均匀和分层杆中传播的研究，比较了集束质量阵和相容质量阵对误差的影响，得出结论：在文中的解法情况下，用相容质量矩阵可得到可靠的结果。文献[6]研究了对遵从Mises屈服条件的弹塑性介质的结构在爆炸压力波作用下的动力问题。文中把Lysmer等<sup>[7]</sup>给出的弹性波的粘性吸收边界扩充到弹塑性波的问题中，并提出了卸载波积分步长的稳定性问题，指出卸载阶段的稳定步长小于塑性阶段的稳定步长。

本文对土-结构体系的分析采用等效层模型，并假定土为弹塑性体，所用模型的基本假定是一维波理论。对一维问题本构关系的研究已有丰富的成果，可以直接用于有限元分析。本文对土介质用Drucker-Prager屈服准则描述，结构考虑为线弹性，用有限元方法，对一

维弹塑性波在自由场地的衰减规律以及遇结构表面的反射特性等进行了分析。文中用粘性吸收边界，把半无限体的弹塑性模型处理为有限体的弹塑性模型，用Newmark法做数据积分，用修正的牛顿迭代法对非线性方程求解，分析计算使用OEPD-82程序<sup>[10]</sup>。

## 二、有限元分析的基本方程

### (1) 动力平衡方程

用虚功原理可以导出材料非线性问题的物体动力平衡方程，在只考虑面力外荷载时，虚功方程为

$$\int_V \{\delta\varepsilon_L\}^T \{A\sigma\} dv = \int_s \{\delta u\}^T \{f_{ext}\} ds - \int_V \{\delta u\}^T \rho \{\ddot{u}_{ext}\} dv \\ - \int_V \{\delta\varepsilon_L\}^T \{\sigma_e\} dv \quad (1)$$

式中 $\{\sigma\}$ 、 $\{f\}$ 与 $\{u\}$ 分别为应力、面力和位移向量；下标 $t$ 或 $t+\tau$ 表示时刻； $\{\delta\varepsilon_L\}$ 和 $\{\delta u\}$ 分别为虚应变和虚位移向量； $\rho$ 为质量密度； $A$ 表示增量。

引入插值形函数，用节点位移表示内点位移，并引入几何方程和非线性的物理方程，将上述的虚功方程离散化，可得到有限元的动力平衡方程

$$[M]\{\ddot{u}_{ext}\} + [K]_{NL}\{A\dot{u}\} + \{F_t\} = \{R_{ext}\} \quad (2)$$

式中： $[M] = \sum \int_V [N]^T \rho [N] dv$  为整体质量矩阵； $[K]_{NL} = \sum \int_V [B_L]^T [D_{ep}] [B_L] dv$  为整体非线性刚度矩阵； $\{F_t\} = \sum \int_V [B_L]^T \{\sigma_e\} dv$  为 $t$ 时刻的节点内抗力向量； $\{R_{ext}\} = \sum \int_s [N]^T \{f_{ext}\} ds$  为 $t+\tau$ 时刻的等效节点外荷载向量； $[N]$ 为插值形函数矩阵； $[B_L]$ 为线性的几何矩阵； $[D_{ep}]$ 为单元的弹塑性矩阵。

### (2) 材料的本构方程和屈服准则

在计算中只考虑土介质的物理非线性，结构部分被假定为线弹性。

土具有很强的非线性效应，其压缩模量和变形的历史相关。对一般情况，可采用Prandtl-Reuss流动理论，给出以增量形式表述的本构关系，即

$$\{d\sigma\} = [D_{ep}]\{d\varepsilon\} \quad (3)$$

式中的弹塑性矩阵 $[D_{ep}]$ 为

$$[D_{ep}] = [D_e] - \frac{[D_e]\{\partial F / (\partial\{\sigma\})\}\{\partial F / (\partial\{\sigma\})\}^T [D_e]}{A + \{\partial F / (\partial\{\sigma\})\}^T [D_e]\{\partial F / (\partial\{\sigma\})\}}$$

式中采用了相适应的流动规则，即塑性势函数取为屈服面函数 $F$ ，式中 $A$ 为加工硬化模量，只与材料的种类有关，可由实验确定。可见只要选用一个屈服函数，即可通过上式导出不同状态下的弹塑性矩阵的具体表达式。

在土体中，为了考虑平均压力的影响，一般多采用Drucker-Prager屈服准则

$$aI_1 + \sqrt{J_2} = K \quad (4)$$

式中： $I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ ； $J_2 = 1/6[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{yz}^2 + 6\tau_{xz}^2]$ ； $a$ 、 $K$ 与土介质的内摩擦角和粘聚力有关。

对一维侧限应变问题，采用Drucker-Prager屈服准则，可导出弹塑性矩阵的具体表

达式为

$$[D_{\epsilon_s}] = [D_{\epsilon}] - \frac{\eta_1}{\eta_2} [D_z] \quad (5)$$

式中:  $\eta_1 = [E/(1+v)(1-2v)]$ ;  $\eta_2 = A/\eta_1 + 3(1-v)\alpha^2 + [(1-2v)/2]$ ;  $[D_{\epsilon}]$  为一般的弹性矩阵, 为

$$[D_{\epsilon}] = \frac{E(1-v)}{(1+v)(1-2v)} \begin{Bmatrix} 1 & \frac{v}{1-v} & \frac{v}{1-v} \\ \frac{v}{1-v} & 1 & \frac{v}{1-v} \\ \frac{v}{1-v} & \frac{v}{1-v} & 1 \end{Bmatrix};$$

$$[D_z] = \begin{Bmatrix} b_{11} & & \text{对称} \\ b_{21} & b_{22} & \\ b_{21} & b_{22} & b_{22} \end{Bmatrix}$$

其中

$$b_{11} = (1+v)^2 \alpha^2 + \frac{2(1+v)(1-2v)}{\sqrt{3}} a + \frac{(1-2v)^2}{3};$$

$$b_{21} = (1+v)^2 \alpha^2 + \frac{(1+v)(1-2v)}{2\sqrt{3}} a - \frac{(1-2v)^2}{6};$$

$$b_{22} = (1+v)^2 \alpha^2 - \frac{(1+v)(1-2v)}{\sqrt{3}} a + \frac{(1-2v)^2}{12}$$

由于单轴应变情况下的实验资料较为丰富, 目前对这种情况下的土应力-应变关系研究得较为充分。

在一维模型试验中, 可以观察到土体受力的特点: 当压力较小时, 主要是弹性变形, 土骨架结构未受到破坏, 当压力增加到一定程度时, 土体变得更密实, 模量降低, 土骨架受到破坏, 生不可恢复的变形, 进入塑性状态。由于塑性变形使土结构变密, 所以在塑性阶段, 压力还继续增加, 卸载时曲线斜率一般与初始加载的斜率相同。根据这个特点, 可用带有卸载段的三折线模型代替实际的曲线(图1), 这即所谓的 Prandtl 模型。由于计算的爆炸荷载为一次性的正压荷载, 所以三折线可仅取在第 I 象限。在这个模型中, 塑性应变值随着材料的强化而增大, 在塑性加载过程中, 屈服点沿着加载线向上移动, 加载线的斜率确定后, 在 t 时刻可根据材料的变形历史确定新的强化屈服应力值

$$\sigma_s^* = \sigma_s + \sum_{t_0}^t \int_{\epsilon^1}^{\epsilon^2} \frac{d\sigma}{d\epsilon_s} | d\epsilon_s | \quad (6)$$

式中:  $\sigma_s$  为初始屈服应力值;  $t_0$  为  $\sigma_s$  出现的对应时刻;  $\epsilon^1$ 、 $\epsilon^2$  为积分时步对应的收敛后的该时步前后的变形状态。

在单向受力状态中, 经历了塑性变形后, 只可能出现两种情况: (i) 应力仍处在加载线上, 但达到了新的塑性状态, 为塑性加载。(ii) 应力降到加载线以下, 为弹性卸载, 从塑性状态变为弹性状态, 这两种情况的判别式为

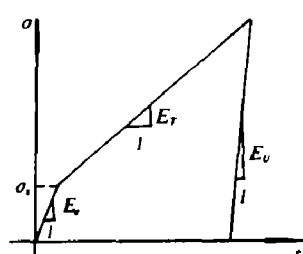


图 1 土壤的应力应变关系曲线

$$\begin{array}{ll} \sigma d\sigma > 0 & \text{加载} \\ \sigma d\sigma < 0 & \text{卸载} \end{array} \quad (7)$$

### (3) 数值积分方法和迭代求解法

采用 Newmark 法(取  $\delta = 0.5, \alpha = 0.25$ ) 对运动平衡方程逐步积分。文献[11]已证明这个积分方法对具有折线型荷载位移非线性关系的情况仍然是无条件稳定的。

根据积分方法的假定，方程(2)可写为

$$(K_{NL} + a_0 M) \Delta u = R_{t+\Delta t} + M(a_1 \dot{u}_t + a_2 \ddot{u}_t) - F_t \quad (8)$$

这是增量的非线性方程组。 $t + \Delta t$  时刻的待求运动量为

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = a_0 \Delta u - a_1 \dot{u}_t - a_2 \ddot{u}_t \quad (9)$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + a_3 \ddot{u}_t + a_4 \ddot{u}_{t+\Delta t} \quad (10)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta u \quad (11)$$

式中： $a_0 = 1/\alpha \Delta t^2$ ； $a_1 = a_0 \Delta t$ ； $a_2 = (1/2\alpha) - 1$ ； $a_3 = \Delta t(1 - \delta)$ ； $a_4 = \delta \Delta t$ ； $F_t$  为对应于  $t$  时刻位移的节点内抗力。

为了在每个时步中消除线性化处理带来的误差，采用修正的牛顿迭代法求解。

迭代公式为

$$\begin{cases} K_t \Delta u' = R_{t+\Delta t} - F_{t+\Delta t}^{i-1} \\ u_{t+\Delta t}' = u_{t+\Delta t}^{i-1} + \Delta u' \end{cases} \quad (12)$$

式中  $i$  为迭代次数。可以看出这种迭代公式只在每个时步开始时重新计算刚度矩阵。

用位移收敛准则来保证得到平衡状态的解，允许误差取为 1%。

计算中采用杆单元，用对角线质量矩阵。

### (4) 边界条件的处理

顶部边界为力边界，底部用 Lysmer 等提出的粘性吸收边界，把半无限体化为有限体模型。这种边界在等效层线弹性模型的计算中，对入射波能量的吸收能力是十分满意的，边界点数值计算的应力值与理论值相比误差仅在 0.5% 左右。已经证明<sup>[10]</sup>，在弹塑性阶段粘性吸收边界同样可以适用，表达式具有增量的形式

$$\Delta \sigma = \rho C_s(\varepsilon) \Delta \dot{u} \quad (13)$$

式中： $C_s(\varepsilon)$  是土介质的压缩波传播速度，依弹塑性的不同状态取值， $\Delta \dot{u}$  为质点运动速度增量，由于质点运动速度是待求量，使用此式时要对有限元的增量方程中等效刚度矩阵的相应元素和等效荷载项做修正，对等效荷载项的修正实质上反映了对增量内抗力相对应的刚度的修正。

## 三、计算模型和基本参数

为研究荷载波形、介质特性、卸载模量等因素对反应的影响，在选择的计算模型中，分

别考虑了以下不同情况

1. 四种不同的地面压力波形(图2)；
2. 土中无结构的自由场(均匀土和分层土)情况(图3)；
3. 卸载模量取不同的值；
4. 弹性与弹塑性两种本构关系；
5. 土-结构相互作用的等效层模型(图4)；
6. 固定和粘性吸收两种底部边界条件。

计算中假定分层的土体质量密度相同，屈服应力值相同，土的压缩模量随土层的性质而取不同值，结构等效层假定为线弹性。计算的模型主要特性、基本参数、材料特性等分别见表1—3，其中一些参数的定义见图1—2。

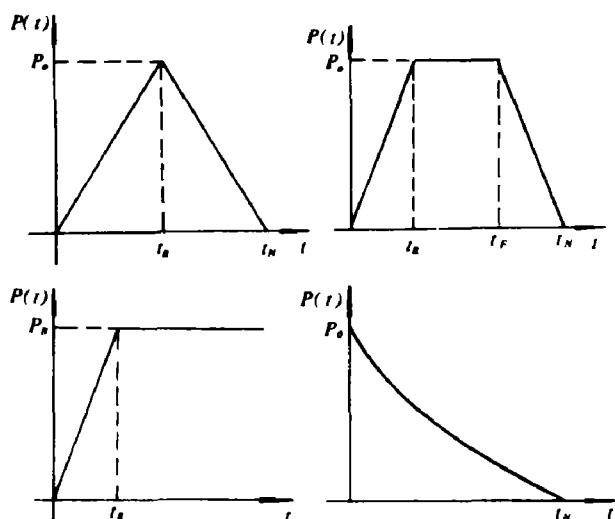


图2 四种不同的地面压力波形

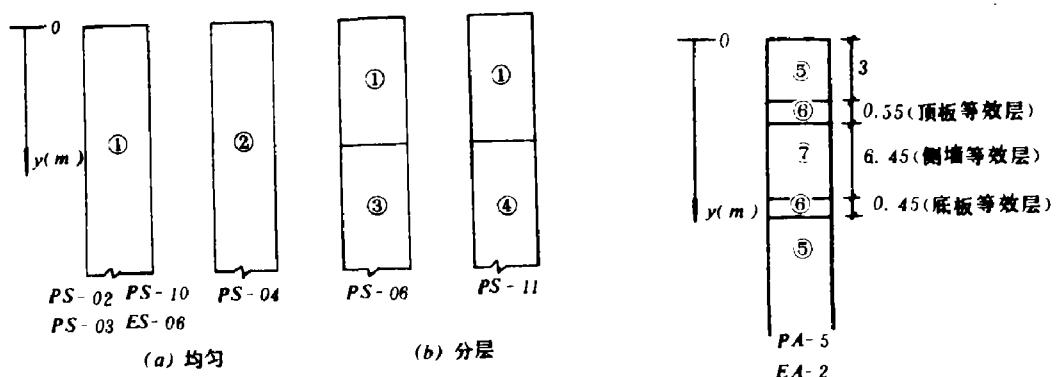


图3 自由场计算模型

图4 等效层计算模型

表1 模型基本情况

模型号	模型类型			本构关系		卸载波速		底部边介条件		荷载类型	计算模型长度(m)
	均匀自由场	分层自由场	等效层	弹塑性	弹性	与波速初始相加同载	与波速初始不相加同载	粘收性边界	固定边界		
PS-02	✓			✓		✓		✓		②	20
PS-03	✓			✓		✓		✓		①	20
ES-06	✓				✓	✓		✓		①	20
PS-10	✓			✓		✓			✓	①	20
PS-04	✓			✓			✓	✓		①	20
PS-06		✓		✓		✓		✓		③	30
PS-11		✓		✓		✓		✓		③	30
PA-5			✓	✓		✓		✓		④	60
EA-2			✓		✓	✓		✓		④	60

\* 各种荷载类型见图2。

表2 模型荷载基本参数

模型号	$P_0(kg/cm^2)$	$t_x(ms)$	$t_N(ms)$	$t_r(ms)$	$\Delta t^*(ms)$
PS-02	1	30	150	80	0.5
PS-03	1	30	150		0.5
ES-06	1	30	150		0.5
PS-10	1	30	150		0.5
PS-04	1	30	150		0.5
PS-06	1	30			0.5
PS-11	1	30			0.5
PA-5	1		200		0.5
EA-2	1		200		0.5

\*  $\Delta t$ 为计算时间步长。

表3 模型的材料特性

分类	材料号	$E_e(kg/m^2)$	$E_\tau(kg/m^2)$	$E_s(kg/m^2)$	$\rho(kg\cdot sec^2/m^4)$	$\sigma_c(kg/m^2)$	$C_e(m/s)^*$	$C_p(m/s)^*$
土	①	$0.108 \times 10^4$	$0.271 \times 10^4$	$0.108 \times 10^4$	200	1720	232.38	116.19
	②	$0.108 \times 10^4$	$0.271 \times 10^7$	$0.108 \times 10^9$	200	1720	232.38	116.19
	③	$0.242 \times 10^4$	$0.606 \times 10^7$	$0.242 \times 10^8$	200	3030	347.85	173.93
	④	$0.108 \times 10^9$	$0.271 \times 10^4$	$0.108 \times 10^9$	200	3030	934.85	367.42
	⑤	$1.419 \times 10^7 \cdot y^{0.6}$	$0.355 \times 10^7 \cdot y^{0.6}$	$1.419 \times 10^7 \cdot y^{0.6}$	200	1570	$266.36 \cdot y^{0.3}$	$133.18 \cdot y^{0.3}$
结构	⑥	$0.294 \times 10^{10}$			255.1		3394.83	
	⑦	$0.316 \times 10^9$			27.5		3389.82	

\*  $C_e$   $C_p$ 分别为加载区的弹性、弹塑性波速。

## 四、计算结果分析

### 1. 压力峰值的衰减

图5给出了自由场中压力峰值随深度衰减曲线，图6、7、8给出了自由场不同深度处压力的时程曲线。从图中可以看出。

(1) 压力峰值随深度衰减，在 $y = 11m$ 处衰减系数对PS-03模型为0.73，对PS-04模型为0.69，地表点的反应与理论值相同。对弹性模型(ES-06)，正如理论所予示的，压力峰值并不随深度而衰减。

(2) 随深度增加，压力峰值的升压时间增长，压力波形图也发生较大的改变，上升阶段的直线变为折线，当地表输入梯形荷载时(PS-02)，压力波形发生更大的畸变，压力峰值平台聚缩，当峰值平台在时间轴上变成一个点后，由于卸载波影响压力峰值开始随深度增加而下降。弹性情况不同深度处压力峰值的到时为地表超压升压时间与压力波到达该深度处的时间之和。

(3) 应力超过初始屈服点以后，应力随时间的变化很平缓，并逐渐形成一个应力常值区域，

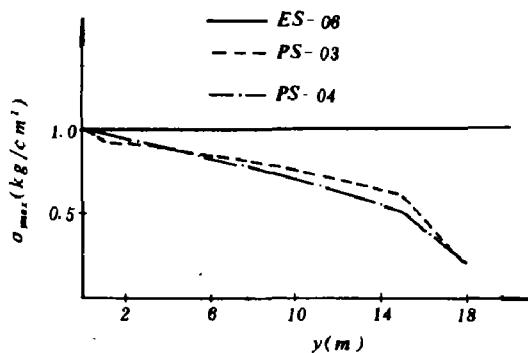


图5 压力峰值随深度衰减曲线

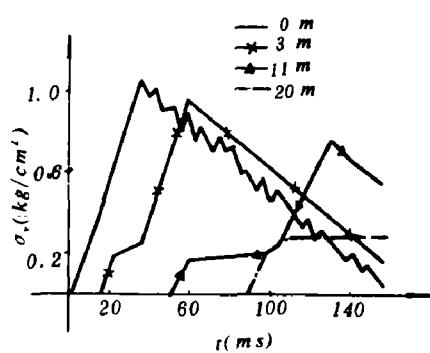


图6 PS-10模型的压力时程曲线

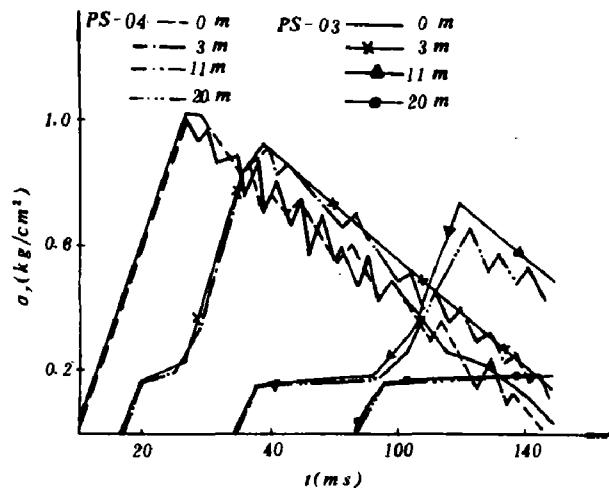


图7 PS-03、PS-04模型的压力时程曲线

并且常值的持时随深度而增加。(压力时程曲线在峰值之后出现的波形振荡现象与荷载特性、计算网格、步长等因素有关)

以上所述弹塑性波在土中的衰减特性和弹塑性波的特征线理论是完全一致的。

图中压力峰值的衰减现象是由于土的塑性变形不断吸收能量而引起的，实际上土中压缩波的衰减，除了土体的塑性变形引起的能量耗损以外，还有波动能量的空间辐射和土的内摩擦阻尼造成的能力耗损。本文计算中的压力峰值的衰减是仅由土体的塑性变形引起的，没有考虑几何衰减和内摩擦阻尼。

国内有关资料为了考虑土的塑性变形引起的能力耗损，给出的压缩波在土中衰减的计算公式为

$$P_{y\max} = e^{-\alpha y} P_0 \quad (14)$$

式中： $P_{y\max}$  为地表下  $y$  深度处的压力峰值； $P_0$  为地表超压峰值； $\alpha$  为衰减指数。

下表给出了本文结果(*PS-03*)与按上述公式( $\alpha$  取为 0.03)计算结果的比较。

**表 4 压力峰值( $P_{y\max}$ )**  
衰减计算方法

$y(m)$	公式(14)	本文计算
0	1	1
1	0.970	0.958
3	0.914	0.913
5	0.861	0.875
9	0.763	0.779
15	0.638	0.611

**表 5 升压时间计算比较**

$y$ (m)	公式(15) (ms)	本文计算(ms)	
		<i>PS-03</i>	<i>PS-04</i>
1	39	9	42
3	56	56	59
5	73	71	69
9	107	102	103
15	159	150	149

可见上述公式与有限元弹塑性计算结果比较一致，说明这个公式能比较好地反映塑性变形情况下压缩波在土中的衰减规律。

地表压力波在土中随深度增加发生严重的畸变，是由于弹性和塑性波二种波速的差异引起，土变形首先传播的是弹性压力波，它的压力值较小，而较大的压力是以塑性波速传播的，在这个过程中土体要发生塑性变形，升压时间增长，使得大压力随着深度增加愈来愈迟后于小压力。国内有关资料考虑了塑性波效应的升压计算公式为

$$t_{py} = t_R + y \left( \frac{1}{C_p} - \frac{1}{C_e} \right) \quad (15)$$

式中： $t_R$  为地表冲击波升压时间； $C_p$  为土体塑性波速； $C_e$  为土体弹性波速。

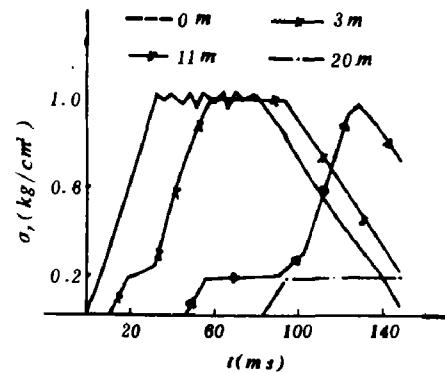


图8 *PS-02* 模型的压力时程曲线

表 5 给出了本文计算与公式(15)计算的升压时间比较。

从上表可见，本文与公式(15)两种计算结果是相当接近的。 $PS - 03$ 与 $PS - 04$ 模型的差异仅仅在于卸载波速不同，从计算结果可以看出卸载波速对升压时间基本没有影响，这是很容易理解的。表 4、表 5 给出的结果说明，土非线性的效应是随深度增大的，在结构埋深增加的情况下，在动力分析中考虑土非线性的影响，是很有必要的。

## 2. 加速度峰值的衰减

图 9 给出了弹性( $ES - 06$ )与弹塑性( $PS - 03$ )两种情况下的加速度时程曲线。该图说明，弹性情况不同深度处的加速度在压缩波到达该点以后很快就出现峰值，峰值过后，该点的加速度值随即衰减，当压力峰值通过该点以后，加速度值改变符号；对弹塑性情况，弹性波到来时，加速度出现第一次峰值，与压力时程曲线相对应。在塑性波未到时，加速度时程曲线也存在一个常值区域，当塑性波到时，加速度出现第二次峰值，达到最大值。在深度不大时，第二峰值即最大值比弹性情况的峰值和弹塑性情况的第一次峰值的数值要大很多，但由于最大值随深度衰减，这种差别要逐渐减小。

图 10 给出了以上两种模型的加速度峰值随深度的变化，在弹性的情况，其加速度峰值不随深度变化，与理论解是一致的，而弹塑性模型的加速度峰值随深度衰减，根据动量原理分析单位土柱的运动状态，可知这种衰减是和材料性质、压力衰减、升压时间等因素有关，加速度是速度变化过程和持续时间的函数，随深度增加，速度峰值衰减、升压时间增长，导致加速度峰值随深度增加而显著衰减。

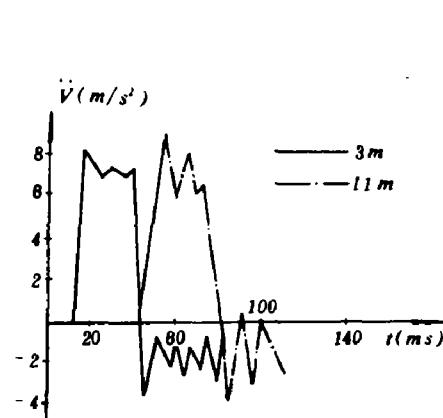


图 9(a)  $ES - 06$  模型的加速度时程曲线

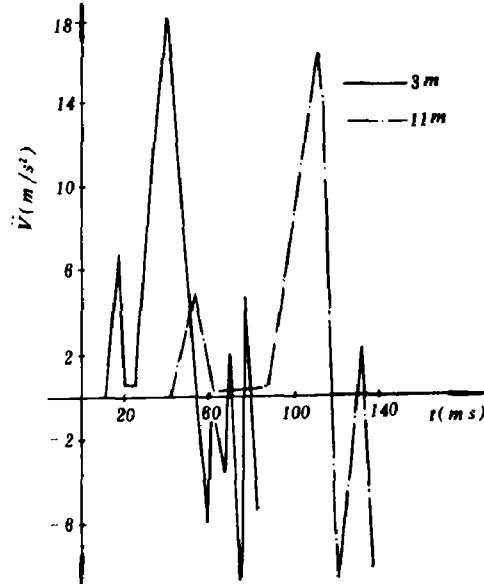


图 9(b)  $PS - 03$  模型的加速度时程曲线

### 3. 弹塑性波在界面上的反射与透射

图11给出了土体分层(分层界面取在距地表11m处)情况下的压力时程曲线。地表输入为上升平台型荷载(即压力上升到最大值后保持恒定)。由于这种荷载下土中的压缩波没有地表卸载的影响，在分层界面的反射波没有到来之前，不同深度处的压力值达到峰值以后并不衰减，在界面处压力峰值的增大完全反应了波的反射效应。这种效应是随两层土的刚度比值改变的。在分界面上，考虑力和速度的边界条件，并根据弹性波波阻抗的概念，可得到界面透射系数为

$$K_{TR} = \frac{2}{1 + \beta} \quad (16)$$

式中： $\beta$ 为土介质第一、第二层的波阻抗比。

$$\beta = \frac{\rho_1 C_{p1}}{\rho_2 C_{p2}} \quad (17)$$

$\rho_1$ 、 $\rho_2$ 为第一、二层质量密度； $C_{p1}$ 、 $C_{p2}$ 分别为对应的波速。

表6给出了有限元与公式(16)(其中 $C_p$ 取为弹塑性波波速)的计算结果的比较。

可见，有限元与公式(16)的计算结果非常吻合。

上层土相对下层土的波阻抗比值愈小，即下层土愈坚硬，则反射效应愈明显。这是由于刚度比值的增加，使两层土体的变形和压力波速产生更大的差别。在界面处运动状态也要发生更大的改变。入射波的能量大部分将反射回来，从而使界面压力增大。当下层土接近刚体时，界面的透射波压力为入射波压力的二倍。同时，界面运动状态的改变也使速度和加速度的峰值降低。与图8比较可知，反射波的影响也使界面点压力峰值的到时增长。

图12给出了模型底部粘性吸收边界和固定边界条件对计算结果的影响。可见固定边界点的应力值明显增大，反映了入射波的反射效应，在计算的终时(150ms)，固定边界点的应力值与粘性吸收边界点的应力值相比，大约增加52%。由于在计算的时间内，底部边界点的压力峰值尚未到达，所以应力增大的这个比值是偏小的。在距地表11m处，当底部边界反射波尚未到达该处时(125ms之前)，两种边界条件下的压力波形是一致的。并且这两种边界条件下的应力峰值与公式(14)计算得到的应力峰值都是相同的。粘性吸收边界对入射波的能量有较好的吸收能力。在弹性情况下，采用粘性吸收边界计算的边界点应力值与理论值比较，误差仅在0.5%左右<sup>[10]</sup>。本计算结果说明在弹塑性波情形，当采用与弹塑性波速相对应的粘性吸收边界时，也得到了十分满意的结果。

### 4. 界面相互作用力

计算的等效层模型结构埋深均为3m，相应的顶、底板及侧墙(等效厚度)的尺寸见图4。

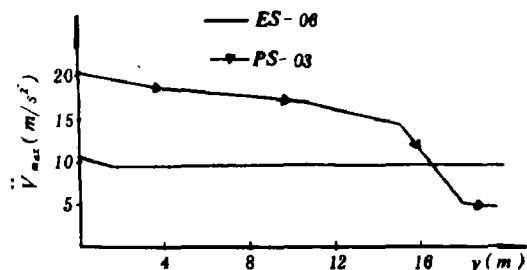


图10 ES-06、PS-03模型的最大加速度随深度衰减曲线

表6 透射系数计算比较

模 型	$\beta$	$K_{TR}$	
		有限元	公式(16)
PS-06	0.67	1.22	1.20
PS-11	0.32	1.50	1.52

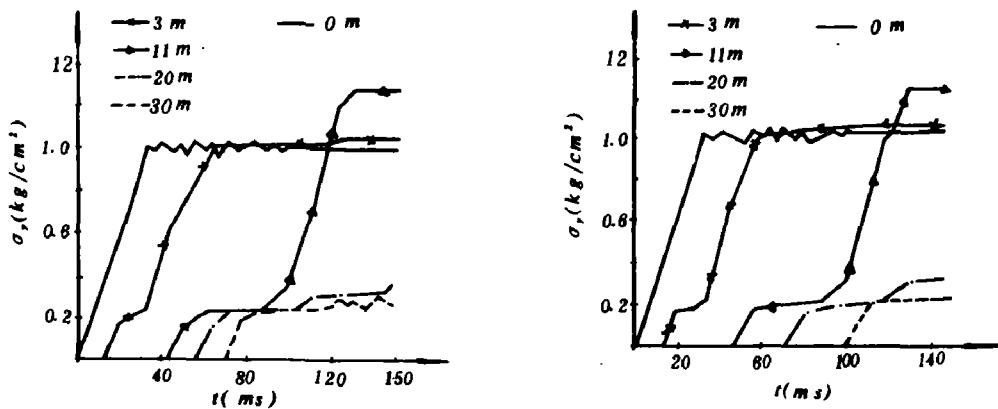


图 11(a) PS-11 模型不同深度处的压力时程曲线 图 11(b) PS-06 模型不同深度处的压力时程曲线

图 11

图 13、14 给出了等效层的弹性( $EA - 2$ )和弹塑性( $PA - 5$ )模型结构顶、底板位置处的压力时程曲线。从图中可以看出

(1) 考虑土体的塑性变形使顶、底板的压力峰值减小, 与弹性情况得到的压力峰值相比, 顶、底板压力峰值分别大约减少 14% 和 29%。

(2) 对弹性模型, 压缩波的反射效应比较明显, 与均匀自由场相应位置处的压力比较, 顶、底处的压力分别大约增加 60% 和 50%, 而对弹塑性模型, 则分别大约增加 51% 和 45% (弹塑性自由场相应位置处的压力值根据(14)式计算), 可见弹塑性模型顶、底板的压力值并不仅仅反映了波的反射效应。

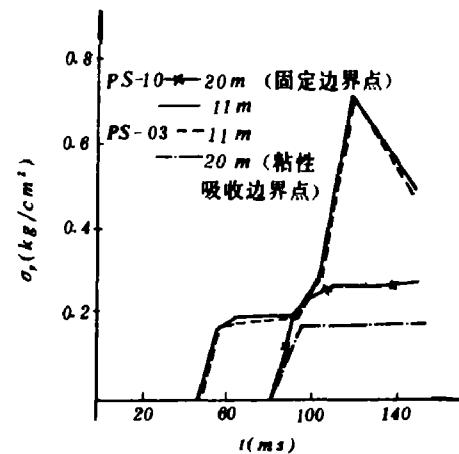


图 12 不同边界条件对反应值的影响

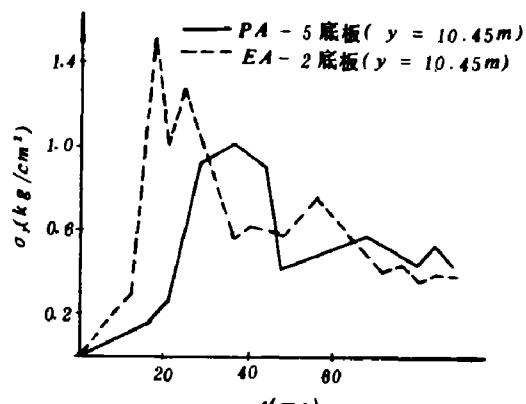
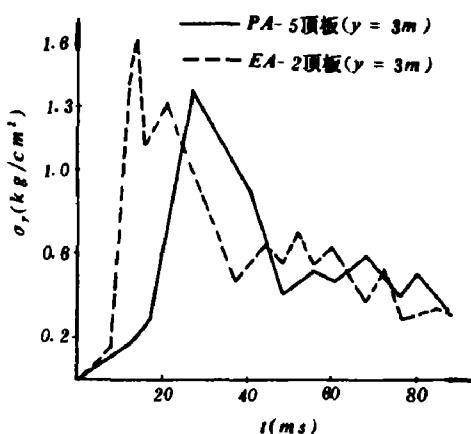


图 13 PA-5、EA-2 模型结构顶板的压力时程曲线 图 14 PA-5、EA-2 模型结构底板的压力时程曲线

(3) 弹性模型, 在顶、底板压力最大值过后 6 ms 左右, 又出现第二个峰值。顶板压力波形在 37 ms 以后出现周期振荡现象, 反映了压缩波在结构层和地表间来回反射以及来自结构下垫层的反射影响。对弹塑性模型, 顶、底板压力随时间变化较平缓, 应力波振荡周期加长。

(4) 弹塑性模型顶板压力峰值的出现时间迟后于弹性模型情况, 对于底板, 这种迟后现象更明显。

由前面的分析可知, 土-结构界面的相互作用力受压缩波的衰减和反射两种效应的影响。两者影响效果相反。对浅埋箱形结构, 压缩波的反射作用影响较大。压缩波的反射效应是地表压力波形、结构的横向尺寸、土和结构的波阻抗、结构的刚度和变形等因素决定的。在等效层模型中, 结构被处理为在水平向无限长的等效土层, 没有考虑结构入射波的绕射影响, 结构横向尺寸的另一个影响表现在结构侧壁与土之间的剪切效应, 但计算分析表明, 在等效层适用的范围内, 这两种效应的影响是可以忽略的<sup>[8]</sup>。本文的计算和讨论均没有考虑这两种效应。在地表荷载相同时, 对其它的影响因素, 弹性和弹塑性两种情况表现不同, 结构的刚度和变形影响着其运动速度, 同时结构的运动速度又影响着界面相互作用力, 反过来, 界面相互作用力又决定结构的变形, 因而影响结构的运动速度。在不考虑结构非弹性变形的情况下, 土在弹塑性阶段, 波动阻抗降低, 使反射压力系数增大, 但是土中的塑性变形又使得入射的压力波峰值降低, 因此, 界面的相互作用力取决于压缩波在自由场中的衰减及遇结构表面反射两种效应的叠加。

### 5. 结构运动加速度

图 15、16 给出的加速度时程曲线, 弹塑性和弹性两种情况相同, 也反映了结构顶、底板运动以整体为主的特性。在土为弹性的情况 (EA-2), 结构顶板加速度的高频成份显示得比较充分, 幅值也较大。在弹塑性情况 (PA-5), 由于土介质的塑性变形, 在反应初期, 加速度

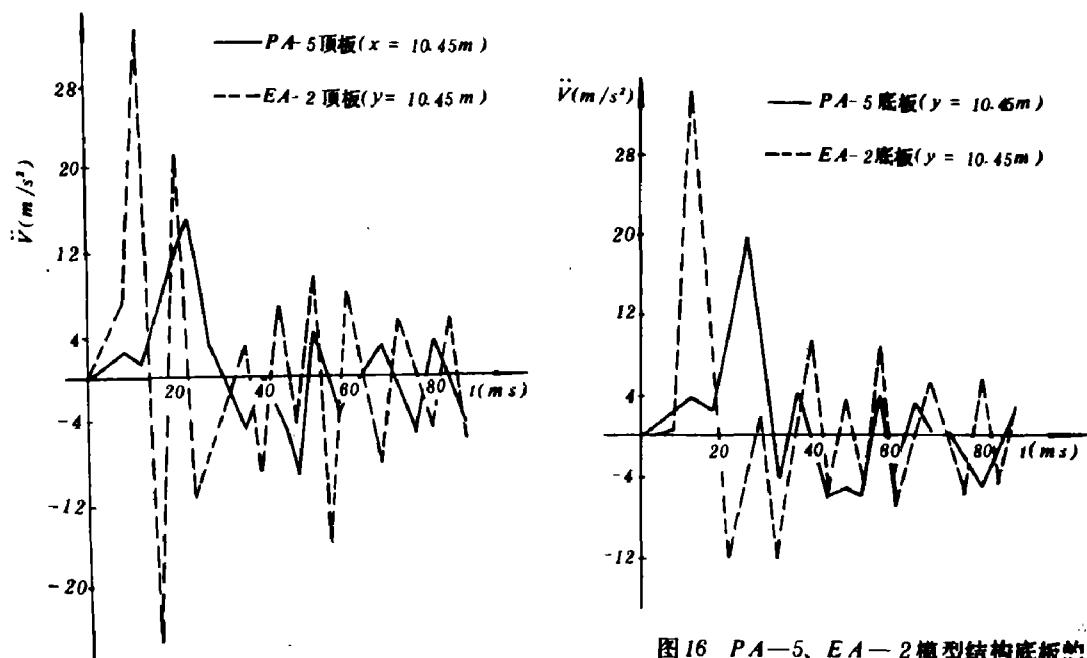


图 16 PA-5、EA-2 模型结构底板的  
加速度时程曲线

图 15 PA-5、EA-2 模型结构顶板的加速度时程曲线

的高频成份有很大减弱。在弹性波到达时，加速度出现一个较小的峰值。当塑性波到达时，加速度出现最大值（第二峰值），与弹性情况比较，最大值出现时间迟后。弹性情况加速度的最大值出现在反应的第一个峰值。顶、底板几乎在同一时刻出现最大值。弹塑性模型加速度最大值与弹性模型情况相比，顶板减少 54%，底板减少 38%，这与前述弹塑性和弹性模型自由场中加速度峰值的结果是相反的。在自由场中考虑弹塑性后加速度峰值显著增大。

## 五、结 语

本文对一维弹塑性波在均匀和分层自由场地的传播以及在结构-土体系中的传播问题做了较为粗略的分析，从中可以得到以下认识

（1）对弹塑性情况，除地表平台形荷载情形外，一般压力峰值随深度衰减，升压时间增长，波形发生畸变，应力超过初始屈服点以后，存在一个应力常值区域，常值的持时随深度增加。弹性情况压力峰值是不衰减的。

（2）在浅埋的范围内，埋深增加，土非线性的影响加大，这种情况下的动力分析，考虑土非线性的效应更为必要。

（3）分层土的界面应力与层间的波阻抗比值相关，波阻抗比值愈小，反射效应愈明显。

（4）考虑土塑性变形可减低结构顶、底板的压力峰值。对本文研究的模型，顶板压力峰值与弹性情况相比大约减少 14%，底板压力峰值大约减少 29%。

（5）弹塑性情况，顶、底板的压力随时间变化较为平缓，应力波的振荡周期加长，压力峰值出现时间迟后于弹性情况。

（6）在自由场考虑土的弹塑性时，土中质点运动加速度峰值比弹性情况增大，但对土中结构的弹塑性情况，加速度最大值出现在第二峰值，与弹性模型情况相比，结构顶、底板最大加速度分别大约减少 54% 和 38%。

（7）粘性吸收边界对于一维的弹塑性模型同样可以适用，表达式为增量的形式。这种边界对弹塑性入射波能量具有较好的吸收能力。

本文的计算仅考虑了土体塑性变形产生的能量耗损，未考虑波的空间辐射作用和土体存在的内摩擦阻尼。对于波的空间辐射，只存在于点源向面源扩散的情况，本文的模型无法考虑这种效应。对于非饱和土，土的内摩擦阻尼影响较大，若采用考虑应变速率的粘—塑性本构关系可以较好地解决这个问题，对本文的分析模型，采用这种本构关系是毫无困难的。可以估计，仅考虑土的塑性变形，得到的结果仍然是偏于保守的。

本文得到的分析结果，为采用一般结构动力学方法分析地下结构提供了有益的资料。

本文的研究限于一维波情况，由于对多数实际情况土中波速小于空气冲击波速，土中压力波阵面与地表夹角很小，可假定同一水平深度处的土介质质点同时产生均匀的竖向变形，可不考虑剪切效应。用半无限杆的力学模型来研究土中弹塑性波的传播是可行的。对于土-结构体系，采用等效层模型研究弹塑性波的传播问题也是可行的。在弹性范围内提出的等效层适用性的两个准则<sup>(8)</sup>可推广到弹塑性问题中，只是结构与土的相对刚度要考虑弹塑性变形带来的影响。

## 参考文献

- [1] Roesset, J. M., Scaletti, H., *Proceedings of the Third International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, Aachen, April (1979), 2.
- [2] Sweet, J., AD-4048811, (1977).
- [3] Costantino, C. J., *Finite Element Approach to Stress Wave Problems*, ASCE, EM2(1967).
- [4] Oden, J. T., Wellford, L. C., *Some New Finite Element Methods for the Analysis of Shock and Acceleration wave in Non-Linear Materials*, Ed. by T. Belytschko et al., *Finite Element Analysis of Transient Nonlinear Structural Behavior*, McGraw-Hill Book co. (1975).
- [5] Lysmer, J., Kuhlemeyer, R. L., *Finite Element Method Accuracy for Wave Propagation Problems*, ASCE, SM5 (1973).
- [6] 苏士劲、倪菊芬, 用有限元法研究弹塑性波的传播问题, 地震工程与工程振动, 一卷二期(1981)。
- [7] Lysmer, J., Kuhlemeyer, R. L., *Finite Dynamic Model for Infinite Media*, J. Eng. Mech. Div. ASCE, Vol. 95, EM-5, (1969).
- [8] 熊建国、高伟建, 土中箱形结构动力反应分析, 爆炸与冲击, 1(1981), 49.
- [9] 熊建国、高伟建、许贴燕, 土中箱形结构的荷载, 岩土工程学报, 六卷四期(1984).
- [10] 高伟建、熊建国, 弹塑性动力有限元计算方法, 中国科学院工程力学研究所研究报告, 83—030, (1983).
- [11] 朱镜清, 论结构动力分析中的数值稳定性, 中国科学院工程力学研究所研究报告, 81—092, (1981).

## ANALYSIS OF ONE-DIMENSIONAL ELASTO-PLASTIC WAVE PROPAGATION IN SOIL-STRUCTURE SYSTEM BY FINITE ELEMENT METHOD

Gao Weijian Xiong Jianguo

### Abstract

In the paper the problem of one-dimensional elasto-plastic wave propagation is studied by FEM. The soil's behavior is described by Prandtl model for the constitution law and the Drucker-Prager's yielding condition.

From numerical results, the attenuation characteristics of peak values of stresses and accelerations in the free field, the interaction force acting on the interfaces between the soil and the structure, and the effects of the soil layering, the magnitude of the modulus during unloading of the stress-strain curve of the soil, the bottom boundary condition of the model used on the response etc. are discussed. In the paper the results obtained from analysis for elastic and elasto-plastic conditions are compared.