

二维流体弹塑性程序的向量化*

贝新源 张志杰 周连胜

(1985年8月19日收到)

本文先叙述用二维流体弹塑性程序数值模拟高速碰撞现象的概况,给出两个算例。然后介绍这个程序的主要功能。最后具体介绍在程序向量化过程中对算法所作的某些改进。

根据Wilkins, M. L., 的基本方法⁽¹⁾, 我们用FORTRAN语言编制了二维拉格朗日流体弹塑性流动计算程序。并按文献〔2〕的规定, 运用向量FORTRAN语言, 改造成向量化程序, 适合在国产“银河”亿次计算机上高速运行。为了提高程序并行化程度, 对原程序中的某些算法作了改进。利用这个程序, 对高速碰撞现象作数值模拟, 得到一些运动图象。图1是其中之一, 这是铁质弹丸打击铝板的模型。弹丸尺寸为 $\phi 0.8\text{cm} \times 1.2\text{cm}$, 速度为 500m/s , 靶板尺寸为 $\phi 2.8\text{cm} \times 0.7\text{cm}$ 。采用 $0.1\text{cm} \times 0.1\text{cm}$ 的四边形网格。图1所示网格图是碰撞后 $10\mu\text{s}$ 的情景, 这是在针式行打印机上输出的。

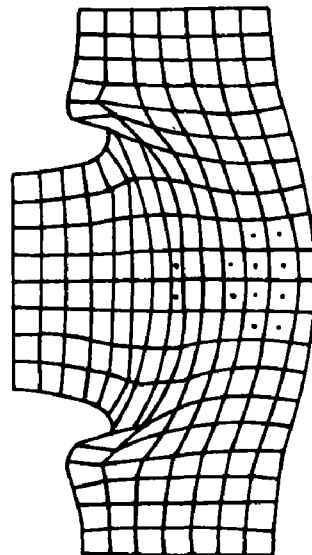


图 1

由图可见, 铝板已严重变形, 迎面出现了凹坑, 背面明显凸起。带有符号“+”的网格表示已遭破坏。铝板中出现了层裂。由于采用向量化程序, 这个模型在“银河”机上计算到 $10\mu\text{s}$, 历经205个时间步长所需CPU运行时间只有4.4秒, 比较好地发挥了“银河”机的高速优势。

图2是另一个算例的结果。仍是铁质弹丸打击铝板, 但弹丸的速度提高到 2000m/sec 。弹丸尺寸为 $\phi 0.8\text{cm} \times 1.5\text{cm}$, 靶板尺寸为 $\phi 2.8\text{cm} \times 0.4\text{cm}$ 。这里设置了两条滑移线, 以模拟充塞现象。这个模型计算到碰撞后的 $2.5\mu\text{s}$, 历经315个时间步长, 需CPU运行时间约9秒。

* 本文于1985年5月在无锡召开的弹塑性流体二维数值计算和辐射流体力学数值计算会议上发表, 并作了某些增删。

本程序在数值模拟高速碰撞现象中已具有下述一些功能:

1. 靶板和弹丸都可用多层材料组成。

2. 弹丸与靶板交界面可设置一条滑移线, 如图 1 所示。如果界面上不设置滑移线, 弹丸角点上的网格就会插入靶板中的某个网格而发生网格重叠的不合理现象⁽³⁾。程序还允许在靶板内部设置轴向滑移线, 运动时这条轴向滑移线将与交界面上的滑移线相交。用这两条滑移线可以模拟高速碰撞中的充塞现象, 见图 2。

3. 材料的本构关系采用弹性、完全塑性模型, 以及无硬化的Mises 屈服判据。状态方程采用 Grüneisen 形式, 即

$$P = P_{ref}(V) + \frac{\Gamma(V)}{V} [E - E_{ref}(V)]$$

式中参考函数 P_{ref}, E_{ref} 当 $V < V_0$ 时采用 Hugoniot 曲线, 当 $V > V_0$ 时采用零压线。采用以上所述的本构关系, 内能可以用显式求解, 无需迭代。

4. 断裂模型采用最大拉应力判据。当某一个网格中的负压超过材料的动态断裂极限时, 置该网格的压力为零, 同时打上断裂标志。

5. 人为粘性主要采用二次和一次体积粘性, 与压力联用。

6. 稳定性判据和人为粘性中的网格特征长度不用网格面积的平方根, 而采用 Wilkins 于 1980 年发表的方法⁽⁴⁾ 求出。根据网格中心的质点加速度方向来确定网格特征长度, 比较符合稳定性判据的物理要求。采用此方法后, 可以明显延长稳定运行的时间, 对计算大变形问题很有利。

7. 输出用数据和图形两种方式。输出数据的时间间隔与空间范围以及空间间隔均可用初始参数控制。图形输出有网格图、质点流向图和力学量剖面图等供选择。

程序在并行化过程中, 为了提高并行度而对原算法作了某些改进。主要有以下几点:

1. 设置虚网格, 统一处理边界条件

处理边界条件是程序编制中一项较为复杂的问题。对于一般的高速碰撞模型, 计算质点加速度时要处理 9 个不同的边界形式, 连同内点一共要用到 10 个不同的公式进行计算 (见图 3)。这是因为求某一点的加速度时, 要用到周围 4 个网格的力学量 (见图 4)。

加速度在内点的差分方程是

$$\ddot{x}_{jk} = -\frac{1}{2\delta} (\sum_{xx}(y_{II} - y_{II}) + \sum_{xx}(y_{II} - y_{IV}) + \sum_{xx}(y_{IV} - y_I))$$

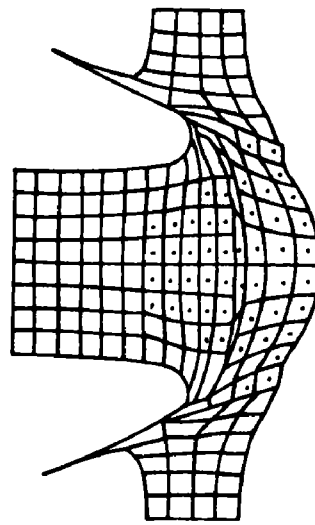


图 2

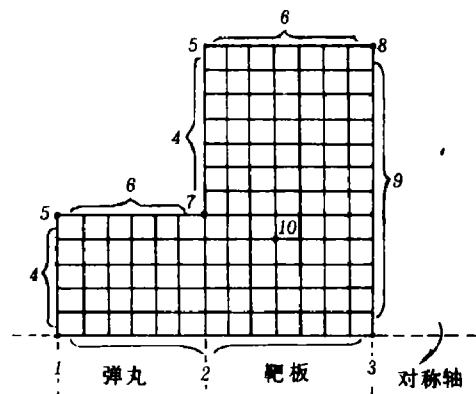


图 3

$$+ \sum_{x_{j4}}(y_1 - y_{II}) - T_{xy1}(x_{II} - x_{III}) - T_{xy2}(x_{III} - x_{IV}) - T_{xy3}(x_{IV} - x_I) - T_{xy4}(x_I - x_{II}) \} + \alpha \quad (1)$$

$$\ddot{y}_{jk} = -\frac{1}{2\phi} \{ \sum_{yy1}(x_{II} - x_{III}) + \sum_{yy2}(x_{III} - x_{IV}) + \sum_{yy3}(x_{IV} - x_I) + \sum_{yy4}(x_I - x_{II}) - T_{xy1}(y_{II} - y_{III}) - T_{xy2}(y_{III} - y_{IV}) - T_{xy3}(y_{IV} - y_I) - T_{xy4}(y_I - y_{II}) \} + \beta \quad (2)$$

其中

$$\phi = \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{\rho^0 A}{V} \right)_1 + \left(\frac{\rho^0 A}{V} \right)_2 + \left(\frac{\rho^0 A}{V} \right)_3 + \left(\frac{\rho^0 A}{V} \right)_4 \right\} \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{1}{4} \left\{ \left(T_{xy} \frac{A}{M} \right)_1 + \left(T_{xy} \frac{A}{M} \right)_2 + \left(T_{xy} \frac{A}{M} \right)_3 + \left(T_{xy} \frac{A}{M} \right)_4 \right\} \quad (4)$$

$$\beta = \frac{1}{4} \left\{ \left(\sum_{yy} - \sum_{yy} \right) \frac{A}{M} \right\}_1 + \left\{ \left(\sum_{yy} - \sum_{yy} \right) \frac{A}{M} \right\}_2 + \left\{ \left(\sum_{yy} - \sum_{yy} \right) \frac{A}{M} \right\}_3 + \left\{ \left(\sum_{yy} - \sum_{yy} \right) \frac{A}{M} \right\}_4 \quad (5)$$

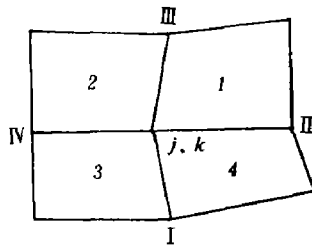


图 4

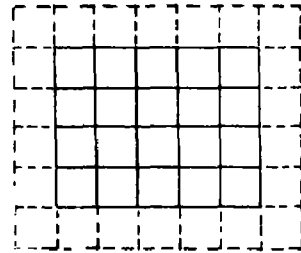


图 5

但是在各个边界点上，加速度公式都要作相应的变化⁽¹⁾，这对于程序向量化工作带来很大障碍。文献〔5〕通过对各边界点公式的分析，作出了很好的综合：

1) 在 \ddot{x} 、 \ddot{y} 、 ϕ 、 α 和 β 由内点计算公式中，凡是与实际不出现的假网格量联系项都置 0。

2) 对于 x 轴固壁，置 $\ddot{y} = 0$ ；对于 y 轴固壁，置 $\ddot{x} = 0$ 。

3) ϕ 公式中的系数总是 $1/4$ ， α 、 β 公式中的系数为实际出现的网格数的倒数。

根据这些规律，便于将各类边界点的计算公式统一起来。我们采用文献〔6〕提出的设置虚网格的方法（见图 5），在边界外侧加一层虚网格（包括网格与节点），把原来的边界点变成了内点。在虚网格中置所有应力值为 0， $\rho^0 = 0$ 而 $V \neq 0$ ，则公式（1）（2）（3）可以统一使用。

关于（4）、（5）两式，我们引入一个边界向量因子 F_{CAB} ，代替式中的那个随边界条件而变化的系数。这个向量因子 F_{CAB} 下标对应图 3 的 1、3、5、8 等角点处时，其值为 1；对应拐角 7 处时为 $1/3$ ，对应 2、4、6、9 等边界处为 $1/2$ ，其余为 $1/4$ 。这些都可以时间循环开始之前按照具体模型预先赋好值，以后不再改变（因为此程序尚无材料的裂开与合扰的功能）。这样，再令虚网格中的 $M \neq 0$ ，即可统一使用（4）、（5）两式了。

至此，无论是边界点还是内点，都可以用（1）至（5）式统一计算加速度，这就容易

将这部分计算改写成并程序。但要注意到，在统一计算出各个节点的加速度以后，若有固壁边界（包括对称轴），则要再根据固壁条件，将固壁处的相应加速度分量重新置零。另外，若有滑移线，则滑移线两侧主、从节点的加速度也需要重新计算。

2. 利用等价语句，将二维数组等价成一维数组后做向量运算

等价关系如图 6，虚线表示虚网格。若以图上所示高速碰撞模型和网格划分为例，则包含虚网格后的数组说明符为 $A(0:6, 0:6)$ 。数组体积是

$$(6+1)(6+1) = 49$$

对应的一维数组为 $V A(49)$ 。将 $V A$ 和 A 等价起来，表示一个力学量，就可以方便地写出向量化的语句。以计算网格面积为例（见图 7）。

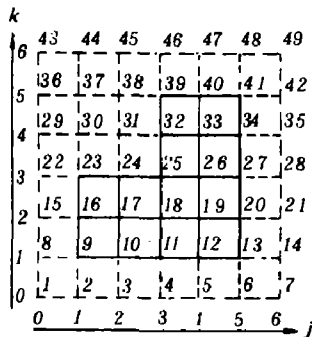


图 6

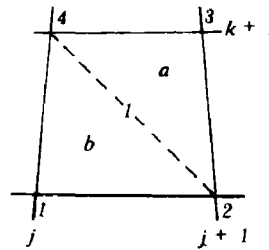


图 7

网格的左上方半面积 a (三角形面积) 的计算公式是

$$A_a = \frac{1}{2} [x_2(y_3 - y_4) + x_3(y_4 - y_2) + x_4(y_2 - y_3)]$$

在标量程序中，是在循环体内逐点求解 (j, k) 点的 A_a 值。利用向量 FORTRAN，可写成

$$\begin{aligned} V A A(9:33) = & 0.5 * (X(10:34) * (Y(17:41) - Y(16:40)) + \\ & X(17:41) * (Y(16:40) - Y(10:34)) + \\ & X(16:40) * (Y(10:34) - Y(17:41))) \end{aligned}$$

可见，9 至 33 号网格的所有左上方半面积是并行化运算的。虽然对 23、24、30 和 31 号以及其它一些虚网格的计算是多余的，但由于上式把数组下标连续起来作并行运算，所以运算速度仍有明显提高。网格数越多，向量就越长；虚网格所占比例越小，无效计算的成分就越少。这些都有利于并行化效益的提高。相反，对于像细长体弹丸打击薄板这类模型，由于虚网格太多，将会妨碍并行化速度的提高。

另外要说明的是，上式中的下标在程序中当然不是直接用数字表示，而是用变量名表示的，这可以通过预先适当的赋值做到。这些变量将在许多计算力学量的赋值语句中反复出现。

3. 尽量减少 IF 语句

在一个实用的程序中，通常含有大量的 IF 语句。例如前面提到的计算质点加速度，由于

边界条件不同, 在标量程序中往往需要逐点判定后再选用相应的公式进行运算, 这样是无法并行化的。这类边界条件问题已通过设置虚网格统一计算公式得到解决。但是另外一些网格量, 在计算中也往往需要根据不同条件采用不同的公式。例如状态方程就是这样。虽然我们统一采用了Grüneisen形式, 但由于在不同密度范围采用了不同的状态参考线, 就出现两个具体的状态方程。所以, 标量程序中在计算状态方程之前, 必须逐点判别网格的密度值, 才能决定选取那一个具体的状态方程。在改写后的并行化程序中, 简单地采用先对全体网格用两种状态方程运用向量语句运算, 然后再用向量条件语句根据密度条件挑选, “对号入座”。这种处理方法可以提高运算速度。

4. 将材料参量分配到每一个网格, 这样处理多种材料的模型时对于程序并行化不增加困难

改写前的程序在“银河”机上的运行速度约为 $20 \text{ min} / (10^6 \text{ mesh} \cdot \text{cycles})$ (即一百万个网格运行一个时间步长所需 CPU 时间约为 20 分钟)。改写后减少到 $1 \text{ min} / (10^6 \text{ mesh} \cdot \text{cycles})$ 左右, 运行速度可提高 20 倍左右。具体情况与网格数目的多少以及虚网格所占比重等因素有关。网格数多, 有利于充分发挥机器向量功能部件的高速作用, 运行速度提高得多些。反之, 网格数过少, 会明显影响运行速度的提高。计算实验表明, 当总网格数超过 100, 虚网格数不超过实网格数的 5 倍时, 运行速度都可有明显提高。例如, 当弹丸的网格划分为 4×89 , 靶板的网格划分为 96×100 时, 碰撞后 $5 \mu\text{s}$, 运行 113 个时间步长, 改写前后程序运行所需 CPU 时间分别为 1378.9 秒和 59.92 秒, 运行速度提高了 22 倍。但当弹丸的网格划分为 4×6 , 靶板的网格划分为 15×14 时, 同样碰撞后 $5 \mu\text{s}$, 运行 108 个时间步长所需 CPU 时间分别为 33.04 秒和 2.512 秒, 运行速度提高 12 倍。对于通常实用的数值模拟, 为保证有一定的精度, 网格数目不能太少, 所以总网格数超过 100 这个要求是任何二维模型都应该满足的。关于虚网格所占比重的要求, 一般情况下也能满足。至于某些特殊模型, 用正方形网格会引入过多的虚网格时, 则可用变步长矩形网格以减少虚网格的比重。例如细长弹丸打击薄板, 则可利用图 8 的网格配置方式。

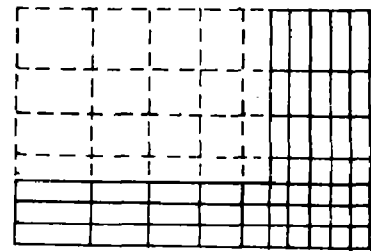


图 8

目前, 这个程序的功能还不够强, 向量化的程度也有待进一步提高, 高速碰撞现象的数值模拟结果尚未与实验结果作比较。我们准备今后在这些方面继续工作, 使这个程序逐步完善起来。

参 考 文 献

- [1] Wilkins, M. L., *UCRL - 7322, Rev. I*, (1969).
- [2] YHFT 使用手册 (YHIS 006) 内部资料, 国防科技大学计算机研究所 (1983).
- [3] 张志杰, 贝新源, 周连胜, 国防科技大学学报, No. 4 (1984), 13.
- [4] Wilkins, M. L., *J. Comp. Phys.* 36 (1980), 281.

- [5] H E M P 程序介绍, (内部交流), 北京应用物理与计算数学研究所 (1982).
[6] Giroux, E. D., *UCRL - 52277* (1977).

THE VECTORIZATION ON THE 2-D ELASTIC-PLASTIC HYDRODYNAMIC PROGRAM

Bei Xinyuan Zhang Zhijie Zhou Liansheng

Abstract

In this paper, two examples which are computed by the 2-D elastic-plastic hydrodynamic program are given. The features of this program are briefly summarized. Finally some improvements on arithmetic during the vectorization of the program are described in detail.