

# 一种二维欧拉编码对圆筒试验的数值模拟

殷致远 封加波

(1985年8月30日收到)

我们所用的二维欧拉编码HELP 1由Hageman的HELP程序<sup>[1]</sup>演变而来。它可以处理滑移线。用这种编码计算了标准圆筒试验的模型。计算出的圆筒膨胀 $R-t$ 曲线和实验结果<sup>[2]</sup>相符很好。在HELP 1中主介质和从介质的概念被采用了,而且从介质沿主介质滑动。我们使用了某些方法消除计算中的反常值。

圆筒试验是炸药与金属相互作用研究的一项基本实验。结合数值拟合实验结果,可以用来确定各种炸药爆轰产物的JWL状态方程。在动力学的计算中JWL状态方程能精确地描述爆轰产物的性质。圆筒试验还可用来决定各种炸药的相对特性<sup>[3]</sup>。

本文在文献〔1〕所发表程序的基础上作了修改和补充,使它具有处理滑移线的能力。修改后的程序称为HELP 1。HELP 1中采用了主介质、从介质的处理方法<sup>[4,5]</sup>;还采取了某些措施消除不合理的物理值,使计算结果能正确描述实际的力学过程。在金属介质的计算区中计入了弹塑性效应。

本文借助于利弗莫尔实验室给出的三种炸药Comp B, Grade A, TNT和PETN的圆筒试验数据及该炸药的JWL方程参数,用HELP 1程序进行数值计算。计算得到了筒壁膨胀史 $R-t$ 数据。筒壁到达半径 $R$ 的时间与实验相比最大绝对误差 $0.05\mu s$ ,十分接近HELP 1编码的原始拟合结果。

## 一、HELP 1 编码的滑移处理

HELP 1以没有质量的示踪粒子作边界,使这种欧拉编码不仅具有处理大畸变大滑移问题的能力,而且又有明确的边界线。界面到达空间某确定位置的时刻由示踪粒子连线构成的边界到达的时刻决定。

若选择某段边界线作滑移线,则令这段曲线上示踪粒子对应的数组元素 $SLIP(N, LL) = 1.0$ 。此处 $N$ 表示主介质属于第 $N$ 个物质包, $LL$ 表示第 $N$ 个物质包的第 $LL$ 个示踪粒子。这些示踪粒子在 $t=0$ 时刻对应初始时刻滑移线的位置。对非滑移的边界线令其上的示踪粒子对应 $SLIP(N, LL) = -1.0$ ,从属介质都取 $SLIP(N, LL) = -1.0$ 。通过控制滑移线起点和终点的参数,可以使边界线的任何一段作为滑移线来处理。

将差分方程分离为三个阶段作运算。第一阶段计算偏应力效应, 第二阶段计算压力效应, 第三阶段计算通过欧拉网格各个界面的输运量及其所引起的质量、动量和内能的变化。在第一、二阶段中仍以质心速度 $u(k), v(k)$ 来计算偏应力效应和压力效应。在此之后则用介质速度来计算输运效应。由方程组<sup>[4]</sup>

$$m_s v_s + m_m v_m = (m_s + m_m) v(k) \quad (1)$$

$$m_s u_s + m_m u_m = (m_s + m_m) u(k) \quad (2)$$

$$u_s \sin \theta - v_s \cos \theta = u_m \sin \theta - v_m \cos \theta \quad (3)$$

$$\rho_s [(u_s - u_{s0}) \cos \theta + (v_s - v_{s0}) \sin \theta] = \rho_m [(u_m - u_{m0}) \cos \theta + (v_m - v_{m0}) \sin \theta] \quad (4)$$

给出含滑移线段的 $K$ 格中主介质、从介质的径向和轴向分速度 $u_m, v_m, u_s, v_s$ 。此处下标 $m$ 表示主介质,  $s$ 表示从介质。 $u_{m0}, v_{m0}, u_{s0}, v_{s0}$ 是第一阶段执行之前 $K$ 格的主介质、从介质的径向、轴向速度。 $\rho_m, \rho_s$ 分别是 $K$ 格的主介质、从介质的密度。 $\theta$ 是 $K$ 格的滑移角。

公式(1)、(2)表示动量守恒, 公式(3)表示主从介质垂直于滑移线的速度分量相等。公式(4)表示介质速度的切向速度分量反比于密度而变化。对于欧拉方法来说, 输运量的计算是较为复杂的步骤。考虑滑移线时输运量的计算还要区分主从介质的速度。例如, 考虑滑移混格 $M$ , 计算第 $N$ 种介质穿过第 $i$ 个面输运的质量

$$\delta m_n = -\rho_n^i w_{ni} A_{ni} \Delta t \quad (5)$$

此处 $\rho_n^i$ 是施主格的介质密度,  $w_{ni}$ 是介质 $N$ 穿过第 $i$ 个表面的输运速度,  $A_{ni}$ 是介质 $N$ 和第 $i$ 个表面相关的面积。 $w_{ni}$ 的计算使用介质速度而不用质心速度。动量的输运也类似地按介质速度来计算而不用质心速度。

在压力效应之后计算主从介质速度, 以及输运之后计算物理量时都可能导致某些滑移格出现反常值, 为了进行正确的数值模拟必须消除这类反常值。

在用公式(1) — (4)计算滑移格 $K$ 的主从介质速度 $u_m, v_m, u_s, v_s$ 时, 虽然理论上方程组是正确的, 但在实际的数值运算中, 例如当滑移格中从介质的密度 $\rho_s$ 太小时就会产生很大的误差, 使算出的速度分量大大偏离真值, 最后甚至使整个计算结果失去意义。我们限制滑移网格的介质切向速度分量不大于邻格同种介质的速度分量, 以避免它愈来愈快。这样, 计算的结果就能反映实际物理问题。

在求出滑移格的 $u_m, v_m, u_s, v_s$ 时保持质量、动量守恒, 但将改变 $K$ 格的动能。对 $K$ 格中各种介质的内能分别作调整, 以保持 $k$ 格各种介质的总能量守恒。偶尔, 有的从介质密度很低的网格会因此出现负内能, 并导致爆轰产物的气体压力为负。本文采用补偿的办法来消除这种反常值。从相邻的网格中选择同种介质内能较大者作补偿, 使补偿后两个格子的质量和、动量和、内能和仍保持守恒, 以达到消除负内能。有个别网格, 周围的邻格不足以补偿其中

介质的负内能。本文采用了能量的凝聚来消除负内能。值得注意的是这种能量凝聚的总和比起系统的总能量来差几个数量级,可以认为这种方法是可行的。

对输运后出现负质量的滑移混格,也采用了类似的补偿、凝聚方法来消除负质量。但有关的速度也都要以介质速度来计算,而不用质心速度。

HELP 1 程序以没有质量的示踪粒子描述边界。在计算示踪粒子运动时,非滑移网格内的示踪粒子用示踪粒子周围网格的质心速度取面积权重作它的运动速度。滑移线上的示踪粒子用质心速度取面积权重计算法向速度分量。以主介质速度的面积权重计算主介质示踪粒子的切向速度,这样决定了主介质的界面。从介质沿主介质滑动以防止产生渗透或脱开的现象。

HELP 1 程序对  $J=0$  轴上边界条件的处理作了修改,消除了边界条件处理不合理所产生的“空格”<sup>(6)</sup>。首先判断自由面是否到达  $J=0$  的轴上,只有在自由面已经到达的地方才允许有质量流流过  $J=0$  的边界;否则,流过  $J=0$  边界的质量流为零。在计算质量流时计入了介质在自由面网格中没有充满该网格的修正。

## 二、计算模型和结果

标准圆筒试验的主要部件由一个直径  $\phi 2.54\text{cm}$ ,长  $30.5\text{cm}$  的药柱装配到一个壁厚  $0.26\text{cm}$  的铜管中组成。平面波透镜和  $1.25\text{cm}$  厚的 Comp B 传爆药柱用来在一端起爆炸药。使用阴影技术的狭缝照相机记录圆筒壁的径向运动。狭缝的位置取在离传爆药柱  $20\text{cm}$  处。

采用一个直径  $2.54\text{cm}$ ,长  $30.15\text{cm}$  的 Comp B, Grade A 药柱装配到壁厚  $0.26\text{cm}$  的铜管中作为计算模型。如图 1 所示,圆管的顶端放置在轴向最大分点  $J=J_{max}$  处,它的另一端是起爆端。

径向共分 50 个点。 $I=1-10$  取  $\Delta R=0.125\text{cm}$ ;  $I=11-50$  取  $\Delta R=0.08\text{cm}$ 。在轴向共分 224 个点。 $J=1-42$  取  $\Delta z=0.3\text{cm}$ ;  $J=43-224$  取  $\Delta z=0.1\text{cm}$ 。整个流场共计 11200 个网格。 $t=0$  时刻,炸药的起爆端已经起爆。爆轰波以速度  $D_1$  从起爆端向顶端传播。

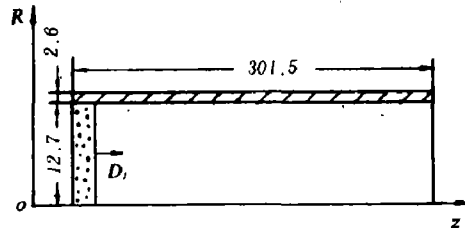


图 1 圆筒试验计算模型

本文使用了 HEMP 程序拟合的 JWL 状态方程的参数;<sup>(2)</sup>比较本文的计算结果与实验结果是否一致,作为对 HELP 1 程序的检验。

HEMP 程序使用的是拉格朗日坐标系,而本文使用欧拉坐标系。两者的 JWL 状态方程形式上略有不同。在欧拉坐标系中其形式是

$$P = A \left( 1 - \frac{\omega}{R_1} \frac{\rho}{\rho_0} \right) e^{-R_1 (\rho_0/\rho)} + B \left( 1 - \frac{\omega}{R_2} \frac{\rho}{\rho_0} \right) e^{-R_2 (\rho_0/\rho)} + \omega \rho E \quad (6)$$

此处  $P$  是压力,  $\rho$  是爆轰产物的密度,  $\rho_0$  是炸药初始密度,  $E$  是比内能。对于 Comp B, Grade A 来说, HEMP 程序拟合实验结果最终得到的常数是  $A = 5.24229 \times 10^8 \text{GPa}$ ,  $B = 7.6783 \times 10^6 \text{GPa}$ ,  $R_1 = 4.2$ ,  $R_2 = 1.10$ ,  $\omega = 0.34$ , 所使用的炸药其初始密度  $\rho_0 = 1.717 \text{t/m}^3$ , 化学反应能  $E_0 = 4.95 \times 10^6 \text{J/kg}$ , 爆轰波传播速度  $D_1 = 7.98 \times 10^3 \text{m/s}$ 。本文采用完全相同的

数据作计算。对爆轰波阵面已扫过的网格，化学反应能全部释放；对于波阵面以前的网格，化学能不释放；对于与波阵面相交的网格，化学反应能将释放一部分<sup>(6)</sup>。

铜的状态方程使用〔4〕中所用的 Tillotson 状态方程，不同于 HEMP 程序所用的状态方程。

当  $\rho/\rho_0 > 1$  或对于冷态  $E < E_s$  有

$$P = P_c = \left[ a + \frac{b}{(E/E_0\eta^2) + 1} \right] E\rho + A\mu + B\mu^2 \quad (7)$$

当  $\rho/\rho_0 < 1$  而且  $E > E_s$  时有

$$P = P_E = aE\rho + \left[ \frac{bE\rho}{E/E_0\eta^2 + 1} + A\mu e^{-\beta(\rho_0/\rho - 1)} \right] e^{-a(\rho_0/\rho - 1)^2} \quad (8)$$

对于  $E_s < E < E_s'$  和  $\rho/\rho_0 < 1$  时,使用光滑的过渡有

$$P = \frac{(E - E_s)P_E + (E_s' - E)P_c}{E_s' - E_s} \quad (9)$$

其中  $\eta = \rho/\rho_0$ ,  $\mu = \rho/\rho_0 - 1$ ,  $a = 0.5$ ,  $b = 1.5$ ,  $A = 0.139 Pa$ ,  $B = 0.11 Pa$ ,  $\alpha = 5$ ,  $\beta = 5$ ,  $E_s = 1.38 \times 10^6 J/kg$ ,  $E_s' = 6.9 \times 10^6 J/kg$ ,  $E_0 = 3.25 \times 10^{-5} J/kg$ ,  $\rho_0 = 8.93 t/m^3$ 。在介质铜的计算区域中还计入了弹性效应。

为了比较起见,表 1 列出了  $R \sim t$  曲线的利弗莫尔实验结果、HEMP 程序计算结果<sup>(2)</sup>和本文的 HELP 1 计算结果。时间  $t$  分别以下标“exp”,下标“cal”加上标“M”和加上标“L”来区分。

表 1 Comp B, Grade A 的圆筒试验结果与计算结果的比较

$R$ (cm)	$t_{exp}$ ( $\mu s$ )	$t_{cal}^L$ ( $\mu s$ )	$\Delta t^L$ $= t_{exp} - t_{cal}^L$ ( $\mu s$ )	$\Delta t^L/t_{exp}$ (%)	$t_{cal}^M$ ( $\mu s$ )	$\Delta t^M =$ $t_{exp} - t_{cal}^M$ ( $\mu s$ )	$\Delta t^M/t_{exp}$ (%)
1.530	0	0	0	—	0	0	—
1.630	1.270	1.228	0.0424	3.33	1.233	0.037	2.91
1.730	2.110	2.156	-0.046	-2.18	2.171	-0.061	-2.89
1.830	2.990	2.994	-0.004	-0.13	3.011	-0.021	-0.70
2.030	4.520	4.502	0.018	0.40	4.508	0.012	0.27
2.230	5.910	5.908	0.002	0.034	5.918	-0.006	-0.10
2.430	7.260	7.251	0.010	0.12	7.281	-0.001	-0.01
2.630	8.570	8.552	0.018	0.21	8.588	0.004	0.05
2.830	9.860	9.826	0.034	0.35	9.849	0.011	0.11
3.030	11.130	11.084	0.046	0.41	11.114	0.016	0.14
3.230	12.370	12.330	0.040	0.32	12.368	0.002	0.02
3.430	13.600	13.568	0.033	0.24	13.611	-0.011	-0.08
3.730	15.430	15.409	0.021	0.14	15.441	-0.011	-0.07
4.130*	17.840	17.864	-0.024	-0.14	17.854	-0.014	-0.08
4.530**	20.230	20.264	-0.034	-0.17	20.256	-0.026	-0.13

\*原文误作4.030的数据。 \*\*原文误作4.330的数据。

从表 1 数据可以看出,用 HELP 1 程序计算的圆筒试验的筒壁膨胀历程  $R \sim t$  和实验数据相

比较, 在同一半径  $R$  处绝对误差  $\Delta t$  不超过  $0.050 \mu s$ , 也就是说, 各个时刻圆筒外壁  $R$  的位置计算与实验的偏差小于  $0.1 mm$ 。

两种方法计算的筒壁  $R \sim t$  的相对误差  $(t_{exp} - t_{cal})/t_{exp}$  如图 2 所示。  $R_0$  是圆筒膨胀前的外壁半径。当  $R - R_0 < 0.25 cm$  时, 由于实验误差大, 两种方法的相对误差都偏大。对于  $R - R_0 > 0.25 cm$ , HELP 1 计算的相对误差十分接近于 HEMP 计算的相对误差, 而且在实验重复性的要求 ( $0.5\%$ ) 内。

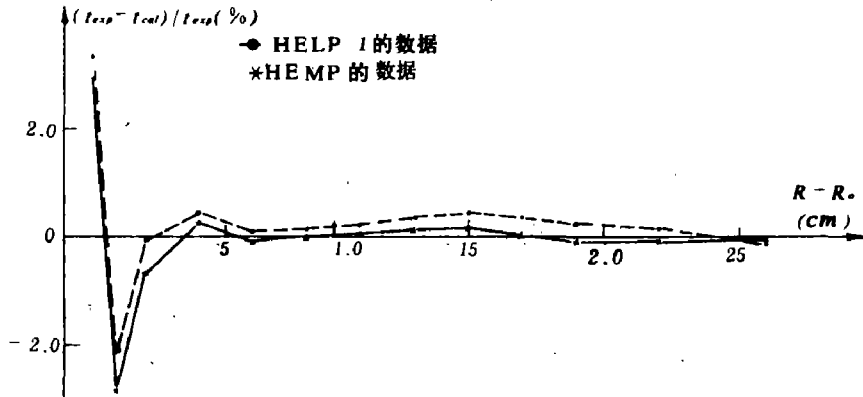


图 2 圆筒壁膨胀历程  $R \sim t$  计算值与实测值的相对误差曲线

我们还用 HELP 1 程序计算了 TNT, PETN 的筒壁膨胀历程  $R \sim t$  曲线。有关的实验结果、HELP 1 的计算结果和 HEMP 计算结果分别列于表 2 和表 3 中。

表 2 TNT 的圆筒试验结果和计算结果的比较

$R$ (cm)	$t_{exp}$ ( $\mu s$ )	$t_{cal}^L$ ( $\mu s$ )	$\Delta t^L =$ $t_{exp} - t_{cal}^L$ ( $\mu s$ )	$\Delta t^L / t_{exp}$ (%)	$t_{cal}^M$ ( $\mu s$ )	$\Delta t^M =$ $t_{exp} - t_{cal}^M$ ( $\mu s$ )	$\Delta t^M / t_{exp}$ (%)
1.530	0	0	0	—	0	0	—
1.630	1.550	1.512	-0.038	-2.45	1.551	-0.001	-0.065
1.730	2.840	2.648	-0.008	-0.30	2.653	-0.013	-0.49
1.830	3.620	3.629	-0.009	-0.25	3.630	-0.010	-0.28
2.030	5.410	5.428	-0.018	-0.33	5.424	-0.014	-0.26
2.230	7.060	7.082	-0.022	-0.31	7.088	-0.028	-0.40
2.430	8.630	8.648	-0.020	-0.23	8.668	-0.038	-0.44
2.630	10.180	10.160	0.020	0.20	10.204	-0.024	-0.24
2.830	11.690	11.642	0.048	0.41	11.706	-0.016	-0.14
3.030	13.170	13.100	0.070	0.53	13.186	-0.016	-0.12
3.230	14.620	14.544	0.076	0.52	14.650	-0.030	-0.21
3.430	16.050	15.982	0.068	0.42	16.100	-0.050	-0.31
3.730	18.180	18.112	0.068	0.37	18.252	-0.072	-0.40
4.030	20.250	20.208	0.042	0.21	20.387	-0.137	-0.67

表3 PETN的圆筒试验结果和计算结果的比较

$R$ (cm)	$t_{exp}$ ( $\mu s$ )	$t_{cal}^L$ ( $\mu s$ )	$\Delta t^L =$ $t_{exp} - t_{cal}^L$ ( $\mu s$ )	$\Delta t^L / t_{exp}$ (%)	$t_{cal}^M$ ( $\mu s$ )	$\Delta t^M =$ $t_{exp} - t_{cal}^M$ ( $\mu s$ )	$\Delta t^M / t_{exp}$ (%)
1.532	0	0	0	—	0	00	—
1.580	0.640	0.690	-0.050	-7.81	0.545	0.095	14.84
1.680	1.570	1.566	0.004	0.25	1.588	-0.019	-1.21
1.780	2.380	2.388	-0.028	-1.186	2.382	-0.022	-0.93
1.930	3.430	3.456	-0.026	-0.76	3.447	-0.017	-0.50
2.130	4.730	4.752	-0.022	-0.47	4.760	-0.030	-0.63
2.330	5.970	5.982	-0.012	-0.20	5.988	-0.018	-0.30
2.530	7.180	7.176	0.004	0.06	7.186	-0.006	-0.08
2.730	8.360	8.328	0.032	0.38	8.359	0.001	0.01
2.930	9.530	9.465	0.065	0.68	9.510	0.020	0.21
3.130	10.670	10.597	0.073	0.68	10.649	0.029	0.27
3.330	11.810	11.728	0.082	0.69	11.777	0.033	0.28
3.530	12.930	12.821	0.109	0.84	12.898	0.032	0.25
3.930	15.160	15.047	0.113	0.74	15.123	0.037	0.24

从表2可以看出,用HELP 1计算TNT的结果和实验比较, $\Delta t$ 都小于 $0.08\mu s$ ;除去 $r$ 很小的个别点因实验相对误差大外,其余点的相对误差大都在 $0.50\%$ 以内,只个别点略超出这个值。HEMP的计算结果,最大 $\Delta t$ 是 $0.137\mu s$ ,不计 $R$ 很小的个别点,最大相对误差是 $-0.67\%$ 。

从表3可知,用HELP 1计算PETN的结果和实验比较 $\Delta t$ 最大 $0.11\mu s$ ,除去 $R$ 很小的个别点外,最大相对误差是 $-1.19\%$ 。HEMP计算结果和实验比较最大的 $\Delta t$ 是 $0.037\mu s$ ,最大相对误差是 $-0.93\%$ 。

HEMP拟合TNT, PETN的圆筒实验的数据不象Comp B, Grade A那么准确,因而所得到的爆轰产物的JWL状态方程参数也不如Comp B, Grade A那么准。我们使用这些参数以HELP 1程序来计算它们的 $R \sim r$ 数据自然比Comp B, Grade A的要稍差些,但仍然相当准确,和HEMP的结果相比各有长短。

既然现在所用的JWL状态方程的参数 $A, B, R_1, R_2, \omega$ 就是HEMP程序拟合圆筒试验的结果得到的,再以这些参数用HELP 1程序作数值计算来检验HELP 1时又符合得相当好,因而可以认为HELP 1程序适合于用来拟合圆筒试验的 $R \sim r$ 数据。用它拟合出的JWL状态方程参数可以认为是较为可靠的。

本项工作中有些问题曾和陈森华作过有益的讨论,特此致谢。

## 参 考 文 献

- (1) Hageman, L. J. and Walsh, J. M., AD-726459, AD-726460, (1971).
- (2) Lee, E. L., Horning, H. C. et al., UCRL-50422, (1968).
- (3) Kury, J. W. et al., 4th Symp. Detonation, office of Naval Research (1965), 3.

- (4) Hageman, L. J. et al., *AD-B015343*, *AD-B015344*, (1976).  
(5) Wilkins, M. L., *UCRL-7322*, (1963).  
(6) 殷致远、封加波, *爆炸与冲击*, 5(4)(1985), 40.

## NUMERICAL SIMULATION OF CYLINDER TEST BY A TWO-DIMENSIONAL EULERIAN CODE

Ying Zhiyuan Feng Jiabo

### Abstract

The two-dimensional Eulerian code HELP 1 is evolved from Hageman's HELP program<sup>(1)</sup> by us. It can treat sliplines. The models of standard cylindrical test are calculated by the code, the computed  $R \sim t$  curves of cylindrical expansions are in accord with experimental results<sup>(2)</sup> very well. In HELP 1, the ideas of 'master' and 'slave' materials are taken and slave material is slipped along master one. Some treatments removed abnormal values in the calculation are also stated.