

突加三角形爆炸压力作用下 成层式结构的动荷载

王年桥

本文考虑分配层中的波动过程,建立了起爆层与支撑结构耦联运动的微分方程组,利用 Laplace 积分变换法求解,给出了地面突加三角形爆炸压力作用下成层式结构动荷载的封闭解。文中还讨论了各种参数对支撑结构动荷载的影响,以及解析解的工程适用范围。

一、前 言

成层式结构是防护结构常用的结构型式之一。在地面爆炸冲击波压力作用下,现行的成层式支撑结构确定计算荷载的方法,均不考虑起爆层的作用。实际上,位于分配层上部的有限尺寸的起爆层,在地面爆炸冲击波压力作用下将产生运动,从而影响压缩波在分配层中的波动过程。适当地选择成层式结构系统中起爆层与支撑结构的参数组合,能明显地影响支撑结构的动荷载及其响应值。计算成层式结构体系可以采取两种途径。第一种是既考虑起爆层的运动,又同时考虑支撑结构的整体沉陷及构件变形与周围介质的相互作用,直接计算支撑结构的最大变形或内力。此种方法一般只能得到数值解。第二种方法是先将支撑结构视为刚性体,讨论由周围介质联系的起爆层与支撑结构的二个自由度体系,求得支撑结构与周围介质相互作用的动压力,及其刚体运动的附加惯性力,再使两者迭加作为支撑结构的计算动荷载,并对支撑结构求解。此种方法主要忽略了支撑结构变形对相互作用的影响,对于软土地基上的钢筋混凝土结构,其误差是不大的。由于这种方法在一定条件下可求得结构计算动荷载封闭的解析解,因而较广泛地用于不同的具体结构条件。文献[1]在忽略分配层波动过程的条件下,给出了支撑结构与介质相互作用动压力的数值解结果。本文采取上述第二种途径,并考虑分配层中的波动过程,求得地面突加三角形爆炸压力作用下,成层式支撑结构计算动荷载封闭解的解析表达式,解析解的形式为基本初等函数及其乘积的线性组合。文中还讨论了起爆层面积复盖率、土壤介质相对刚度、系统中波动与振动的耦联效应、结构与起爆层的惯性比、结构整体与顶盖基础构件的惯性比、地面爆炸压力作用时间等对结构计算动荷载的影响,以及解析解的适用参数范围。

文中在分析时,引用了下列基本假设。

(1) 采用一维应力波理论分析,认为起爆层延长部及支撑结构基础下的土层深度是无限的。

(2) 考虑到起爆层和支撑结构的变形与整体运动相比十分微小,所以在分析相互作用时,

将它们视为刚性体。

(3) 在成层式结构体系振动变形的全过程中, 就护防结构设计的工程观点而言, 有实用价值的是结构达到强度破坏或设计极限状态最大变位前的变形阶段。详细计算表明, 结构最大动变位的瞬时与其计算动荷载最大值的瞬时相近, 因而在结构出现最大动变位瞬时以前及其邻域 (应力有不大的卸载) 的时间范围内, 周围介质可视为线弹性介质。

二、体系运动微分方程组

1. 起爆层、支撑结构的相互作用动压力

为建立起爆层和支撑结构耦联的运动微分方程组, 分别取不同的时间轴 t 和 λ (图 1)。考虑到时标起点的差异及支撑结构与起爆层间波的传播时间, 则有

$$\lambda = t - 2 \frac{H}{a_1} \quad (1)$$

式中 H 为分配层厚度, a_1 为分配层的变形传播速度。工程应用中可根据试验或压缩波的应力等级, 取介质弹性波速与塑性波速的均值或加权平均值。

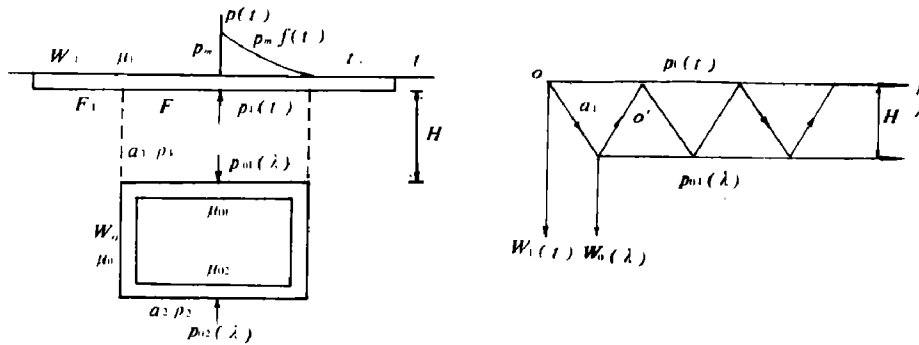


图 1 成层式结构体系简图

此时分配层中的应力, 可以归结为一维有限长弹性杆两端为给定速度边界的波动问题, 由一维土中应力波理论可知:

当 $0 \leq t < 2 \frac{H}{a_1}$ 时, 起爆层所受分配层介质作用的动压力

$$p_1(t) = a_1 \rho_1 \dot{W}_1(t) \quad (2)$$

当 $t \geq 2 \frac{H}{a_1}$ 时, 若分配层两端的边界条件为每隔 $2 \frac{H}{a_1}$ 时间变化的阶梯状速度边界, 可求得^[2]

$$p_1(t) = a_1 \rho_1 \dot{W}_1(t) + \sum_{i=2}^m 2 a_1 \rho_1 \dot{W}_1(\tilde{t}) - [2 a_1 \rho_1 \dot{W}_0(\lambda) + \sum_{j=2}^{m-1} 2 a_1 \rho_1 \dot{W}_0(\tilde{\lambda})] \quad (3)$$

式中: $\tilde{t} = t - 2(i-1) \frac{H}{a_1}$; $\tilde{\lambda} = \lambda - 2(j-1) \frac{H}{a_1}$; $m \leq \frac{t}{2H/a_1} + 1$ 。

又支撑结构所受分配层和地基介质作用的动压力如下

$$\left. \begin{aligned} p_{01}(\lambda) &= \sum_{i=2}^m 2 a_1 \rho_1 \dot{W}_1(\tilde{t}) - [a_1 \rho_1 \dot{W}_0(\lambda) + \sum_{j=2}^{m-1} 2 a_1 \rho_1 \dot{W}_0(\tilde{\lambda})] \\ p_{02}(\lambda) &= a_2 \rho_2 \dot{W}_0(\lambda) \end{aligned} \right\} (\lambda \geq 0) \quad (4)$$

当 $m \gg 2$ 时, 可将每隔时段 $\Delta t = \frac{2H}{a_1}$ 变化的阶梯状速度曲线近似取为连续的速度曲线求积, 即

$$\begin{aligned} \frac{H}{a_1} \dot{W}_1(t) + \sum_{i=2}^m 2 \frac{H}{a_1} \dot{W}_1(\tilde{t}) &\approx \int_0^t \dot{W}_1(t) dt = W_1(t) \\ 2 \frac{H}{a_1} \dot{W}_0(\lambda) + \sum_{j=2}^{m-1} 2 \frac{H}{a_1} \dot{W}_0(\tilde{\lambda}) &\approx \int_0^\lambda \dot{W}_0(\lambda) d\lambda = W_0(\lambda) \end{aligned}$$

工程的实例计算表明, 上述近似是在工程要求可以接受的范围以内, 故有

$$\left. \begin{aligned} p_1(t) &= a_1 \rho_1 \dot{W}_1(t) & (2 \frac{H}{a_1} > t \geq 0) \\ p_1(t) &= \frac{a_1^2 \rho_1}{H} [W_1(t) - W_0(\lambda)] & (t \geq 2 \frac{H}{a_1}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} p_{01}(\lambda) &= \frac{a_1^2 \rho_1}{H} \left\{ W_1(t) - \frac{H}{a_1} \dot{W}_1(t) - \left[W_0(\lambda) - \frac{H}{a_1} \dot{W}_0(\lambda) \right] \right\} \\ p_{02}(\lambda) &= a_2 \rho_2 \dot{W}_0(\lambda) \end{aligned} \right\} (\lambda \geq 0) \quad (6)$$

式中: $a_1 \rho_1$ 分配层介质的波阻抗, $a_2 \rho_2$ 地基土壤介质的波阻抗。

2. 建立体系运动微分方程组

(1) 起爆层的运动微分方程

$$\left\{ \begin{aligned} \mu_1 \ddot{W}_1(t) &= p_m \cdot f(t) - a_1 \rho_1 \dot{W}_1(t) & (2 \frac{H}{a_1} > t \geq 0) \\ \mu_1 \ddot{W}_1(t) &= p_m \cdot f(t) - \frac{a_1^2 \rho_1}{H} \cdot \frac{F}{F+F_1} [W_1(t) - W_0(\lambda)] - a_1 \rho_1 \cdot \frac{F_1}{F+F_1} \dot{W}_1(t) & (t \geq 2 \frac{H}{a_1}) \end{aligned} \right. \quad (7)$$

式中 μ_1 为起爆层单位平面面积内的质量; F 为支撑结构平面面积; $F+F_1$ 为起爆层平面面积; $p_m \cdot f(t)$ 为地面作用的爆炸压力。

(2) 支撑结构的运动微分方程

支撑结构上的作用力有: 顶盖的相互作用动压力 $p_{01}(\lambda)$; 基础的相互作用动压力 $p_{02}(\lambda)$; 结构整体沉陷引起的附加惯性力 $-\mu_0 \ddot{W}_0(\lambda)$, 所以

$$\mu_0 \ddot{W}_0(\lambda) = \frac{a_1^2 \rho_1}{H} W_1(t) - a_1 \rho_1 \dot{W}_1(t) - \frac{a_1^2 \rho_1}{H} W_0(\lambda) + (a_1 \rho_1 - a_2 \rho_2) \dot{W}_0(\lambda) \quad (\lambda \geq 0) \quad (8)$$

式中 μ_0 为支撑结构单位平面面积内的质量。

(3) 成层式结构体系的运动微分方程组

将方程组无量纲化, 令

$$t_1 = \frac{H}{a_1}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t_1}, \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{t_1}, \quad W_d = \frac{p_m t_1}{a_1 \rho_1}, \quad \bar{W}_1 = \frac{W_1}{W_d}, \quad \bar{W}_0 = \frac{W_0}{W_d}, \quad \bar{F} = \frac{F}{F+F_1}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu_0}{\mu_1},$$

$$\bar{K} = \frac{a_2 \rho_2}{a_1 \rho_1}, \quad \psi = \frac{a_1 \rho_1}{\mu_0}$$

则体系运动微分方程组成为 (注: 为简便计, 以下书写均略去无量纲函数的自变量符号)

$$\ddot{\bar{W}}_1 = \bar{\mu}(\psi_{t_1}) f - \bar{\mu}(\psi_{t_1}) \dot{\bar{W}}_1 \quad (2 > \bar{t} > 0) \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\bar{W}}_1 &= \bar{\mu}(\psi_{t_1}) f - \bar{F} \bar{\mu}(\psi_{t_1}) (\bar{W}_1 - \bar{W}_0) - (1 - \bar{F}) \bar{\mu}(\psi_{t_1}) \dot{\bar{W}}_1 \\ \ddot{\bar{W}}_0 &= (\psi_{t_1}) \bar{W}_1 - (\psi_{t_1}) \dot{\bar{W}}_1 - (\psi_{t_1}) \bar{W}_0 + (1 - \bar{K}) (\psi_{t_1}) \dot{\bar{W}}_0 \end{aligned} \right\} (\bar{t} > 2, \bar{\lambda} > 0) \quad (10)$$

相应于 (9)、(10) 的初始条件为

$$\left. \begin{aligned} \bar{t} = 0, \quad \bar{W}_1(0) = 0, \quad \dot{\bar{W}}_1(0) = 0; \\ \bar{\lambda} = 0, \quad \bar{W}_1(\bar{t}) = \bar{W}_1(2), \quad \dot{\bar{W}}_1(\bar{t}) = \dot{\bar{W}}_1(2), \\ (\bar{t} = 2) \quad \bar{W}_0(\bar{\lambda}) = \bar{W}_0(0) = 0, \quad \dot{\bar{W}}_0(\bar{\lambda}) = \dot{\bar{W}}_0(0) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

当地面爆炸压力的时程变化规律一定时 ($f(t)$ 为已知), 确定体系运动状态的独立无量纲参数有四个, \bar{F} 、 $\bar{\mu}$ 、 \bar{K} 、 ψ_{t_1} 。它们分别反映起爆层面积覆盖率、结构与起爆层惯性比、结构顶部与基础土壤介质的刚度比及系统中波动与振动的耦联效应等因素的影响。

三、用 Laplace 积分变换法求解

1. 体系运动的第一阶段 $2 > \bar{t} > 0$

体系的运动微分方程组 (9)、(10) 式, 对任意时程变化规律的地面爆炸压力均成立。本文仅讨论地面突加三角形爆炸压力作用下的解析解, 故有无量纲函数

$$f(\bar{t}) = (1 - \bar{n}\bar{t}), \quad \text{式中} \quad \bar{n} = \frac{t_1}{t_f} \quad (12)$$

记 $\phi = \bar{W}_1$, 对 (9) 式作拉氏变换, 由零初始条件可得

$$\bar{\phi}(S) = \frac{\bar{\mu}(\psi_{t_1})}{S^2[S + \bar{\mu}(\psi_{t_1})]} - \frac{\bar{n}\bar{\mu}(\psi_{t_1})}{S^3[S + \bar{\mu}(\psi_{t_1})]} \quad (13)$$

运用部分分式的方法, 对 (13) 式作拉氏逆变换, 可得

$$\bar{W}_1 = \left[\frac{1}{\bar{\mu}(\psi_{t_1})} + \frac{\bar{n}}{\bar{\mu}^2(\psi_{t_1})} \right] [e^{-\bar{\mu}(\psi_{t_1})\bar{t}} - 1] - \frac{\bar{n}}{2\bar{t}^2} + \left[1 + \frac{\bar{n}}{\bar{\mu}(\psi_{t_1})} \right] \bar{t} \quad (14)$$

所以
$$\dot{\bar{W}}_1 = \left[1 + \frac{\bar{n}}{\bar{\mu}(\psi_{t_1})} \right] [1 - e^{-\bar{\mu}(\psi_{t_1})\bar{t}}] - \bar{n}\bar{t} \quad (15)$$

2. 体系运动的第二阶段 $\bar{\lambda} > 0$

为便于讨论支撑结构的运动, 以下分析中自变量 $\bar{\lambda}$ 符号均改用 \bar{t} 表示 (省略), 微分方程的基本形式将不变, 仅 \bar{W}_1 , $\dot{\bar{W}}_1$ 有非零的初始条件。故体系运动微分方程组 (10) 成为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{W}_1 + (1 - \bar{F})\bar{\mu}(\psi_{t_1})\dot{W}_1 + \bar{F}\bar{\mu}(\psi_{t_1})\dot{W}_1 - \bar{F}\bar{\mu}(\psi_{t_1})\dot{W}_0 \\ = \bar{\mu}(\psi_{t_1})[1 - \bar{n}(2 + \bar{t})] \\ \ddot{W}_0 + (\psi_{t_1})\dot{W}_1 - (1 - \bar{K})(\psi_{t_1})\dot{W}_0 - (\psi_{t_1})\dot{W}_1 + (\psi_{t_1})\dot{W}_0 = 0 \end{aligned} \right\} (\bar{t} > 0) \quad (16)$$

相应的初始条件为

$$\bar{t} = 0, \quad \bar{W}_0 = 0, \quad \dot{\bar{W}}_0 = 0, \quad \bar{W}_1 = \bar{W}_1(0), \quad \dot{\bar{W}}_1 = \dot{\bar{W}}_1(0) \quad (17)$$

式中的 $\bar{W}_1(0)$ 、 $\dot{\bar{W}}_1(0)$ ，可由 (14)、(15) 式令 $\bar{t} = 2$ 求得。现令

$$A_1 = (1 - \bar{F})\bar{\mu}(\psi_{t_1}), \quad A_2 = \bar{F}\bar{\mu}(\psi_{t_1}), \quad A_3 = \bar{\mu}(\psi_{t_1}), \quad B_1 = (\psi_{t_1}), \quad B_2 = -(1 - \bar{K})(\psi_{t_1}), \\ p = \dot{\bar{W}}_1, \quad Q = \dot{\bar{W}}_0, \quad X = \bar{W}_1, \quad Y = \bar{W}_0,$$

将微分方程组 (16) 降阶，可得

$$\left. \begin{aligned} \dot{p} + A_1 p + A_3 X - A_3 Y = A_3[1 - \bar{n}(2 + \bar{t})] \\ \dot{Q} + B_1 p + B_2 Q - B_1 X + B_1 Y = 0 \\ \dot{X} = p \\ \dot{Y} = Q \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

对上式进行拉氏变换，并考虑非零初始条件，可得

$$\left. \begin{aligned} (S + A_1)\bar{p} + A_3\bar{X} - A_3\bar{Y} = \frac{A_3(1 - 2\bar{n})}{S} + P(0) - \frac{\bar{n}A_3}{S^2} \\ B_1\bar{p} + (S + B_2)\bar{Q} - B_1\bar{X} + B_1\bar{Y} = 0 \\ -\bar{p} + S\bar{X} = X(0) \\ -\bar{Q} + S\bar{Y} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

由 Cramer 法则，可求得四元一次联立代数方程组 (19) 的解答

$$\bar{X} = \frac{A_x}{\Delta}, \quad \bar{Y} = \frac{A_y}{\Delta}, \quad \bar{p} = \frac{A_p}{\Delta}, \quad \bar{Q} = \frac{A_Q}{\Delta} \quad (20)$$

式中 Δ 为对应齐次方程组的行列式，即

$$\Delta = -[S^4 + (A_1 + B_2)S^3 + (A_3 + B_1 + A_1B_2)S^2 + (A_1B_1 + A_3B_1 + A_3B_2)S] \quad (21)$$

相应地也可求出 A_x 、 A_y 、 A_p 、 A_Q 等项 (略)。

为了对 (20) 式进行逆变换求解，尚需先解一个辅助的高次代数方程：

$$l^3 - kl^2 + ql - r = 0 \quad (22)$$

式中: $k = A_1 + B_2, \quad q = A_3 + B_1 + A_1 B_2, \quad r = A_1 B_1 + A_3 B_1 + A_3 B_2$ (23)

由高次代数方程的理论可知, (22) 式至少存在有一个实根。通常可用高次代数方程根式解法的 Cardan 法求得任一实根 l , 则 (21) 式可化为

$$\Delta = -S(S+l) \cdot [(S+m)^2 + n^2] \quad (24)$$

式中 $m = \frac{k-l}{2},$
 $n = \sqrt{\frac{r}{l} - m^2}$ (25)

再利用拉氏积分变换的性质、卷积定理及部份分式的方法, 可对 (20) 式作逆变换求得相应的象原函数。现略去冗繁的推导, 仅列举支撑结构无量纲位移 \bar{W}_0 的解析解及其典型的时间曲线 (图 2)。

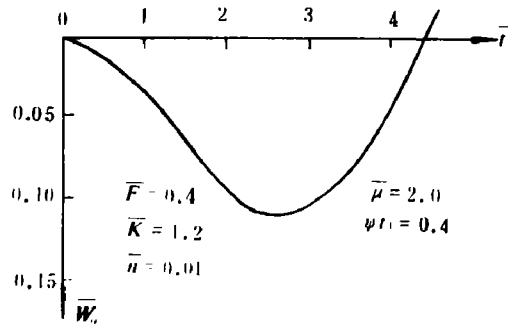


图 2 \bar{W}_0 的时程曲线

$$\begin{aligned} \bar{W}_0 = & (W_{10} + W'_{10}\bar{t})e^{-\bar{m}\bar{t}}\sin n\bar{t} + (W_{20} + W'_{20}\bar{t})e^{-\bar{m}\bar{t}}\cos n\bar{t} \\ & + W_{30}e^{-\bar{t}} + W_{40}\bar{t}^2 + W_{50}\bar{t} + W_{60} \end{aligned} \quad (26)$$

式中: $W_{10} = Y_1 S_{11} + Y_0 S_{01} + Y_5 S_{51} + Y_6 S_{61}, \quad W_{20} = Y_1 S_{12} + Y_0 S_{02} + Y_5 S_{52} + Y_6 S_{62},$

$$W'_{10} = Y_6 \left[\frac{3}{4 \ln(m^2 + n^2)^2} \right], \quad W'_{20} = Y_6 \left[\frac{3m}{2l(m^2 + n^2)^2} \right],$$

$$W_{30} = Y_1 S_{13} + Y_0 S_{03} + Y_5 S_{53} + Y_6 S_{63}, \quad W_{40} = Y_6 S_{64}, \quad W_{50} = Y_5 S_{55} + Y_6 S_{65},$$

$$W_{60} = Y_0 S_{06} + Y_5 S_{56} + Y_6 S_{66}, \quad Y_1 = B_1 [X(0) - p(0)],$$

$$Y_0 = (A_1 B_1 + A_3 B_1) \cdot X(0) + B_1 \cdot p(0) - A_3 B_1 (1 - 2\bar{n}),$$

$$Y_5 = A_3 B_1 (1 - \bar{n}), \quad Y_6 = -\bar{n} A_3 B_1,$$

$$S_{11} = \frac{l-m}{n[(l-m)^2 + n^2]}, \quad S_{12} = -\frac{1}{[(l-m)^2 + n^2]}, \quad S_{13} = \frac{1}{[(l-m)^2 + n^2]},$$

$$S_{01} = -\frac{m}{\ln(m^2 + n^2)} - \frac{l-m}{\ln[(l-m)^2 + n^2]}, \quad S_{02} = -\frac{1}{l(m^2 + n^2)} + \frac{1}{l[(l-m)^2 + n^2]},$$

$$S_{03} = -\frac{1}{l[(l-m)^2 + n^2]}, \quad S_{06} = \frac{1}{l(m^2 + n^2)},$$

$$\begin{aligned}
S_{51} &= \frac{m}{l^2 n(m^2 + n^2)} + \frac{m^2 - n^2}{ln(m^2 + n^2)^2} + \frac{l - m}{l^2 n[(l - m)^2 + n^2]} \\
S_{52} &= \frac{1}{l^2(m^2 + n^2)} + \frac{2m}{l(m^2 + n^2)^2} - \frac{1}{l^2[(l - m)^2 + n^2]}, \\
S_{53} &= \frac{1}{l^2[(l - m)^2 + n^2]}, \quad S_{55} = \frac{1}{l(m^2 + n^2)}, \\
S_{56} &= -\frac{1}{l^2(m^2 + n^2)} - \frac{2m}{l(m^2 + n^2)^2} \\
S_{61} &= \frac{1}{2l^3 n} \left[-\frac{2m}{(m^2 + n^2)} - \frac{2l(m^2 - n^2)}{(m^2 + n^2)^2} - \frac{l^2(m^3 - 3mn^2)}{2(m^2 + n^2)^3} - \frac{2(l - m)}{(l - m)^2 + n^2} \right] \\
S_{62} &= \frac{1}{2l^3 n} \left[-\frac{2n}{m^2 + n^2} - \frac{4lmn}{(m^2 + n^2)^2} - \frac{l^2(3m^2n - n^3)}{2(m^2 + n^2)^3} + \frac{2n}{(l - m)^2 + n^2} \right], \\
S_{63} &= -\frac{1}{l^3[(l - m)^2 + n^2]}, \quad S_{64} = \frac{1}{2l(m^2 + n^2)}, \\
S_{65} &= -\frac{1}{l^2(m^2 + n^2)} - \frac{2m}{l(m^2 + n^2)^2}, \\
S_{66} &= \frac{1}{l^3(m^2 + n^2)} + \frac{2m}{l^2(m^2 + n^2)^2} + \frac{3m^2n - n^3}{4ln(m^2 + n^2)^3}.
\end{aligned}$$

四、相互作用动压力、附加惯性荷载及结构计算动荷载

1. 结构顶盖及基础的介质相互作用动压力

支撑结构顶盖所受与分配层相互作用的动压力, 实际上包含有起爆层运动时程变化的影响。

由 (6) 式可得作用于顶盖的无量纲相互作用动压力

$$\bar{p}_{01} = \frac{\bar{p}_{01}}{p_m} = \frac{t_1}{W_d} \cdot \frac{1}{t_1} \left[W_d \bar{W}_1 - t_1 \frac{W_d}{t_1} \dot{\bar{W}}_1 - W_d \bar{W}_0 + t_1 \frac{W_d}{t_1} \dot{\bar{W}}_0 \right]$$

所以
$$\bar{p}_{01} = -\dot{\bar{W}}_1 + \dot{\bar{W}}_0 + \bar{W}_1 - \bar{W}_0 \quad (27)$$

同理作用于基础的无量纲相互作用动压力

$$\bar{p}_{02} = \frac{\bar{p}_{02}}{p_m} = \frac{a_2 \rho_2}{p_m} \dot{\bar{W}}_0 = \frac{a_2 \rho_2 W_d}{p_m t_1} \dot{\bar{W}}_0$$

所以,
$$\bar{p}_{02} = K \dot{\bar{W}}_0 \quad (28)$$

前已述及, 由 (20) 式可求出运动微分方程组 (16) 式的解析解 \bar{W}_1 、 $\dot{\bar{W}}_1$ 、 \bar{W}_0 及 $\dot{\bar{W}}_0$, 相应可求得 \bar{p}_{01} 、 \bar{p}_{02} 的解析表达式。

$$\bar{p}_{01} = p_{11} e^{-\alpha t} \sin n\bar{t} + p_{12} e^{-\alpha t} \cos n\bar{t} + p_{13} e^{-\beta t} + p_{14} \bar{t} + p_{15} \quad (29)$$

$$\bar{p}_{02} = p_{21} e^{-\alpha t} \sin n\bar{t} + p_{22} e^{-\alpha t} \cos n\bar{t} + p_{23} e^{-\beta t} + p_{24} \bar{t} + p_{25} \quad (30)$$

式中:

$$\begin{aligned}
 p_{11} &= (-p_3 + X_3)S_{31} + (-p_2 + Q_2 + X_2)S_{21} + (-p_1 + Q_1 + X_1 - Y_1)S_{11} \\
 &\quad + (-p_0 + Q_0 + X_0 - Y_0)S_{01} + (-p_5 + Q_5 + X_5 - Y_5)S_{51}, \\
 p_{12} &= (-p_3 + X_3)S_{32} + (-p_2 + Q_2 + X_2)S_{22} + (-p_1 + Q_1 + X_1 - Y_1)S_{12} \\
 &\quad + (-p_0 + Q_0 + X_0 - Y_0)S_{02} + (-p_5 + Q_5 + X_5 - Y_5)S_{52} \\
 p_{13} &= (-p_3 + X_3)S_{33} + (-p_2 + Q_2 + X_2)S_{23} + (-p_1 + Q_1 + X_1 - Y_1)S_{13} \\
 &\quad + (-p_0 + Q_0 + X_0 - Y_0)S_{03} + (-p_5 + Q_5 + X_5 - Y_5)S_{53}, \\
 p_{14} &= (-p_5 + Q_5 + X_5 - Y_5)S_{55}, \quad p_{15} = (-p_0 + Q_0 + X_0 - Y_0)S_{06} + (-p_5 + Q_5 + X_5 - Y_5)S_{56} \\
 p_{21} &= \bar{K}(Q_2S_{21} + Q_1S_{11} + Q_0S_{01} + Q_5S_{51}), \quad p_{22} = \bar{K}(Q_2S_{22} + Q_1S_{12} + Q_0S_{02} + Q_5S_{52}), \\
 p_{23} &= \bar{K}(Q_2S_{23} + Q_1S_{13} + Q_0S_{03} + Q_5S_{53}), \quad p_{24} = \bar{K}Q_5S_{55}, \\
 p_{25} &= \bar{K}(Q_0S_{06} + Q_5S_{56}), \quad p_3 = p(0), \quad p_2 = A_3(1 - \bar{n}) - A_3X(0) + B_2p(0), \\
 p_1 &= A_3B_2(1 - 2\bar{n}) - A_3B_2X(0) - \bar{n}A_3 + B_1p(0), \quad p_0 = A_3B_1(1 - 2\bar{n}) - \bar{n}A_3B_2, \\
 p_5 &= -\bar{n}A_3B_1, \quad Q_2 = B_1[X(0) - p(0)], \quad Q_1 = (A_1 + A_3)B_1X(0) - A_3B_1(1 - 2\bar{n}) + \\
 &\quad + B_1p(0), \quad Q_0 = A_3B_1(1 - \bar{n}), \quad Q_5 = -\bar{n}A_3B_1, \quad X_3 = X(0), \\
 X_2 &= (A_1 + B_2)X(0) + p(0), \quad X_1 = (A_1B_2 + B_1)X(0) + B_2p(0) + A_3(1 - 2\bar{n}), \\
 X_0 &= (A_1B_1 + A_3B_1)X(0) - \bar{n}A_3 + A_3B_2(1 - 2\bar{n}) + B_1p(0), \quad X_5 = A_3B_1(1 - 2\bar{n}) \\
 &\quad - \bar{n}A_3B_2, \quad S_{31} = \frac{(l-m)m^2 - (l+m)n^2}{n[(l-m)^2 + n^2]}, \quad S_{32} = 1 - \frac{l^2}{(l-m)^2 + n^2}, \\
 S_{33} &= \frac{l^2}{(l-m)^2 + n^2}, \quad S_{21} = \frac{-lm + m^2 + n^2}{n[(l-m)^2 + n^2]}, \quad S_{22} = \frac{l}{(l-m)^2 + n^2}, \\
 S_{23} &= -\frac{l}{(l-m)^2 + n^2},
 \end{aligned}$$

其它符号意义同前。

2. 结构顶盖及基础的附加惯性荷载

(1) 结构顶盖附加惯性荷载

$$\text{令} \quad \bar{F}_{j0}(\bar{t}) = \frac{F_{j0}(t)}{p_m} \quad \bar{\mu}_0 = \frac{\mu_0}{\mu_{01}}$$

式中 $F_{j0}(t)$ 为顶盖单位平面面积上的附加惯性荷载, μ_{01} 为顶盖单位平面面积上的质量。

$$\text{则} \quad \bar{F}_{j0}(\bar{t}) = \frac{\mu_{01}}{p_m} \ddot{W}_0 = -\frac{\mu_{01}}{t_1} \frac{1}{a_1 \rho_1} \ddot{W}_0 = -\frac{1}{(a_1 \rho_1 / \mu_{01}) t_1} \ddot{W}_0 \quad (31)$$

将 \ddot{W}_0 代入, 可得

$$\bar{F}_{j0} = M_{01} (R_1 e^{-m\bar{t}} \sin n\bar{t} + R_2 e^{-m\bar{t}} \cos n\bar{t} + R_3 e^{-\bar{t}} + R_4) \quad (32)$$

式中 $R_1 = -mR_{01} - nR_{02}$, $R_2 = -mR_{02} + nR_{01}$, $R_3 = -lR_{03}$, $R_4 = Q_5/l(m^2 + n^2)$,

$$R_{01} = Q_2 S_{21} + Q_1 S_{11} + Q_0 S_{01} + Q_5 S_{51}, \quad R_{02} = Q_2 S_{22} + Q_4 S_{42} + Q_0 S_{02} + Q_5 S_{52},$$

$$R_{03} = Q_2 S_{23} + Q_1 S_{13} + Q_0 S_{03} + Q_5 S_{53}, \quad M_{01} = -\frac{1}{\mu_0(\psi t_1)}$$

(2) 结构基础附加惯性荷载

同理, 令 $\bar{F}_{r0}(\bar{t}) = \frac{F_{r0}(t)}{p_m}$, $\bar{H}_1 = \frac{\mu_{01}}{\mu_{02}} = \frac{h_{01}}{h_{02}}$

式中 $F_{r0}(t)$ 为基础单位平面面积上的附加惯性荷载, μ_{02} 为基础单位平面面积上的质量, h_{01} 顶盖厚度, h_{02} 基础厚度。

则 $\bar{F}_{r0}(\bar{t}) = -\left(\frac{\mu_{02}}{p_m}\right) \ddot{W}_0 = \frac{\mu_{02}}{t_1 a_1 \rho_1} \frac{1}{\bar{H}_1 (a_1 \rho_1 / \mu_{01}) t_1} \ddot{W}_0 \quad (33)$

将 \ddot{W}_0 代入, 可得

$$\bar{F}_{r0} = M_{02} (R_1 e^{-m\bar{t}} \sin n\bar{t} + R_2 e^{-m\bar{t}} \cos n\bar{t} + R_3 e^{-\bar{t}} + R_4) \quad (34)$$

式中 $M_{02} = \frac{1}{\bar{H}_1 \mu_0(\psi t_1)}$

3. 成层式支撑结构的计算动荷载

软土地基上的刚性结构, 由于其结构受力变形对相互作用的影响远较结构整体沉陷的影响为小, 故可将成层式支撑结构的计算动荷载, 视为土壤介质与结构 (刚体位移) 相互作用的动压力荷载, 和结构刚体位移的附加惯性荷载的迭加, 从而可以大为简化成层式单跨及多跨结构的动力分析工作。

由前述导出的体系运动微分方程组的解析解, 不难得出成层式支撑结构的计算动荷载。

1) 顶盖的计算动荷载 p_{j0}

令顶盖的无量纲计算动荷载 $\bar{p}_{j0} = \frac{p_{j0}}{p_m}$, 则 $\bar{p}_{j0} = \bar{p}_{j01} + \bar{F}_{j0}$ 即

$$\bar{p}_{j0} = p_{j01} e^{-m\bar{t}} \sin n\bar{t} + p_{j02} e^{-m\bar{t}} \cos n\bar{t} + p_{j03} e^{-\bar{t}} + p_{j04} \bar{t} + p_{j05} \quad (35)$$

式中 $p_{j01} = p_{11} + M_{01} R_1$, $p_{j02} = p_{12} + M_{01} R_2$, $p_{j03} = p_{13} + M_{01} R_3$, $p_{j04} = p_{14}$

$$p_{j05} = p_{15} + M_{01} R_4.$$

2) 基础的计算动荷载 p_{r0}

同理, 令 $\bar{p}_{r0} = \frac{p_{r0}}{p_m}$, 则 $\bar{p}_{r0} = \bar{p}_{r02} + \bar{F}_{r0}$, 即

$$\bar{p}_{r0} = p_{r01} e^{-m\bar{t}} \sin n\bar{t} + p_{r02} e^{-m\bar{t}} \cos n\bar{t} + p_{r03} e^{-\bar{t}} + p_{r04} \bar{t} + p_{r05} \quad (36)$$

式中 $p_{s01} = \bar{K} R_{01} + M_{02} R_1$,

$$p_{s02} = \bar{K} R_{02} + M_{02} R_2,$$

$$p_{s03} = \bar{K} R_{03} + M_{02} R_3,$$

$$p_{s04} = p_{24},$$

$$p_{s05} = p_{25} + M_{02} R_4$$

在体系振动的前期阶段(结构达到最大动变位期间及其邻域),支撑结构的相互作用动压力荷载、附加惯性荷载及计算动荷载的典型时程曲线如图 3 所示。

3) 侧墙的计算动荷载 p_{c0}

在本文所论的条件下,侧墙的计算动荷载取为

$$p_{c0} = \xi a_1 \rho_1 \dot{W}_1$$

式中 ξ 为土壤介质的侧压力系数

$$\text{则 } \bar{p}_{c0} = \frac{p_{c0}}{p_m} = \xi \frac{a_1 \rho_1}{p_m} \frac{W_d}{t_1} \dot{W}_1 = \xi \dot{W}_1 \quad (37)$$

全面讨论 p_{c0} 的时程变化,同样也需要考虑起爆层的不同运动阶段。但详细的计算表明,在结构顶盖与基础达到最大动变位期间, \bar{p}_{c0} 值接近于系数值 ξ 而远小于 1,且仅由 \bar{p}_{c0} 单独引起的动内力变化较缓慢,同时考虑到 p_{c0} 作用于侧墙全表面有一个均布过程,可以忽略起爆层运动的第一阶段。从而使 \bar{p}_{c0} 与 \bar{p}_{j0} 、 \bar{p}_{r0} 有同一的基本初等函数组合的表达形式,并同时作用于结构,以便于工程应用。由此可得

$$\bar{p}_{c0} = \xi [T_{01} e^{-\mu \bar{t}} \sin n \bar{t} + T_{02} e^{-\mu \bar{t}} \cos n \bar{t} + T_{03} e^{-\bar{t}} + T_{04} \bar{t} + T_{05}] \quad (38)$$

式中: $T_{01} = p_3 S_{31} + p_2 S_{21} + p_1 S_{11} + p_0 S_{01} + p_5 S_{51}$,

$$T_{02} = p_3 S_{32} + p_2 S_{22} + p_1 S_{12} + p_0 S_{02} + p_5 S_{52},$$

$$T_{03} = p_3 S_{33} + p_2 S_{23} + p_1 S_{13} + p_0 S_{03} + p_5 S_{53},$$

$$T_{04} = p_5 S_{55}, \quad T_{05} = p_0 S_{06} + p_5 S_{56}.$$

五、关于解析解的几点分析讨论

(一) 如上所述,当地面爆炸动压力时程曲线已知时,支撑结构的计算动荷载由六个独立无量纲参数 \bar{F} 、 \bar{K} 、 ψ_{t1} 、 $\bar{\mu}$ 、 $\bar{\mu}_0$ 、 \bar{H}_1 确定。在受载振动的早期阶段(第一次达到最大变位期间),一般的成层式结构所受的相互作用动压力、附加惯性力及计算动压力的时程曲线变

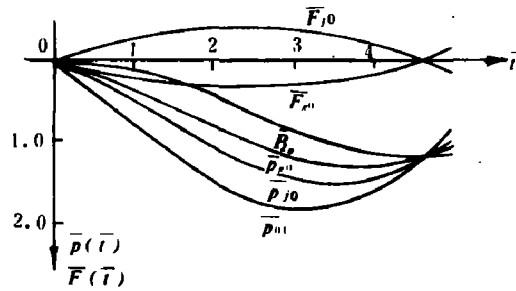


图 3

化规律（图 3）表明：

(1) 计及结构整体沉陷的附加惯性力，通常使结构顶盖的荷载减小，而使基础的荷载增大。

(2) 成层式结构计算动荷载的最大值到达时间，通常也大于同样埋深的无起爆层的土中浅埋结构的相应值。因而前者的动力效应要小。

(3) 结构顶盖与基础两者计算动荷载最大值的到达时间，比两者的相互作用动压力最大值的到达时间，彼此更接近。这说明即使不考虑土壤介质的塑性，顶盖覆土层中卸载对基础计算变形与内力引起的误差将较小。

(二) 起爆层的面积覆盖率 \bar{F} 减小时，顶盖与基础的动荷载最大值均增大，最大值到达时间也增长（表 1）。这是由于起爆层的下部有两部份支承，分配层、支撑结构系统和自由场土壤介质，而前者因结构的存在其刚度要比后者大得多。因而，当起爆层受冲击波作用产生运动并向下传递压力时，主要将作用于支撑结构部份。

表 1

荷载		\bar{F}				
		0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
顶盖	\bar{p}_{jm}	1.59	1.52	1.47	1.42	1.37
	\bar{t}_m	4.3	4.1	3.9	3.7	3.6
基础	\bar{p}_{zm}	1.24	1.17	1.11	1.06	1.01
	\bar{t}_m	5.1	4.9	4.6	4.4	4.2

注：①表中数据的其它参数条件为 $\bar{K} = 1.2, \psi_{t1} = 0.2,$

$\bar{n} = 0.05, \bar{\mu} = 2.0, \bar{\mu}_0 = 3.0, \bar{H}_1 = 1.25,$

②表中数据均为无量纲相对值，以下同。

(三) 当地基的刚度增大时，将使结构整体沉陷的运动受阻，从而减小了结构沉陷的卸载作用，所以地基土壤的刚度愈大，结构顶盖及基础所受的动荷载均会增加。不同的 \bar{K} 值，顶盖与基础动荷载的最大值及其到达时间见表 2。

表 2

顶盖				基础											
$\bar{K} = 1.0$		1.2		1.5		2.0		$\bar{K} = 1.0$		1.2		1.5		2.0	
\bar{p}_{jm}	\bar{t}_m	\bar{p}_{jm}	\bar{t}_m	\bar{p}_{jm}	\bar{t}_m	\bar{p}_{jm}	\bar{t}_m	\bar{p}_{zm}	\bar{t}_m	\bar{p}_{zm}	\bar{t}_m	\bar{p}_{zm}	\bar{t}_m	\bar{p}_{zm}	\bar{t}_m
1.67	3.16	1.71	3.20	1.76	3.26	1.84	3.34	1.28	3.77	1.38	3.82	1.50	3.85	1.66	3.88

注： $\bar{F} = 0.6, \bar{n} = 0.01, \psi_{t1} = 0.3, \bar{\mu} = 2.0, \bar{\mu}_0 = 3.0, \bar{H}_1 = 1.25.$

(四) 由图 4 及表 3 可以看出，当地面动压力作用时间很短时（例如化爆的 \bar{n} 值为 0.2 或更大），支撑结构的动荷载会迅速减小。即使是在 \bar{n} 值较小的条件下如 0.02~0.001（相应于

t_f 为 1 秒左右),按本方法求得的支撑结构动荷载的升压时间, 也比不考虑起爆层时计算的升压时间要大很多, 从而能较好地减小爆炸荷载作用的动力效应。

表 3

$\bar{n} = 0$		0.001		0.01		0.02		0.05	
\bar{p}_{jm}	\bar{t}_m	\bar{p}_{jm}	\bar{t}_m	\bar{p}_{jm}	\bar{t}_m	\bar{p}_{jm}	\bar{t}_m	\bar{p}_{jm}	\bar{t}_m
1.74	3.24	1.74	3.23	1.70	3.20	1.67	3.17	1.58	3.06
$\delta = 0$	0	0	0.3 %	2.4 %	1.3 %	4.2 %	2.2 %	10.1 %	5.9 %

注: ① $\bar{F} = 0.6, \bar{K} = 1.2, \psi_{t_1} = 0.3, \bar{\mu} = 2.0, \bar{\mu}_0 = 3.0, \bar{H}_1 = 1.25;$

② δ : 将地面突加三角形荷载视为突加恒压荷载的相对误差。

(五) 对于一般的浅埋成层式结构, 支撑结构与起爆层的惯性比 ($\bar{\mu}$) 增加, 或结构整体与顶盖的惯性比 ($\bar{\mu}_0$) 增加, 都将使结构顶盖的计算动荷载增大(见表 4、5)。 $\bar{\mu}$ 值增加说明结构惯性大, 整体沉降运动减缓, 土中应力波对顶盖的反射作用将增强。而 $\bar{\mu}_0$ 增大, 则说明结构顶盖的质量惯性作用减少, 亦即减小了附加惯性荷载在总计算荷载中所占的比重。但动荷载最大值的到达时间变化不明显。

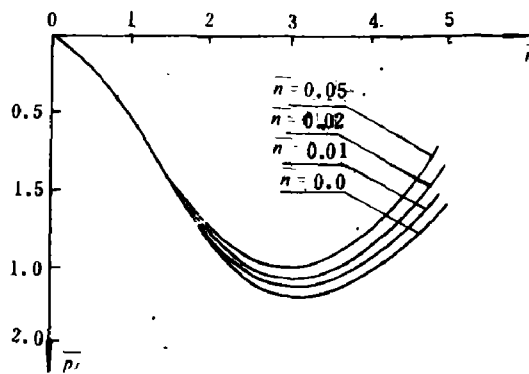


图 4

表 4

$\bar{\mu} = 2.0$		3.0		4.0	
\bar{p}_{jm}	\bar{p}_{sm}	\bar{p}_{jm}	\bar{p}_{sm}	\bar{p}_{jm}	\bar{p}_{sm}
1.66	1.35	1.72	1.30	1.76	1.27

注: $\bar{F} = 0.6, \bar{K} = 1.2, \psi_{t_1} = 0.2,$
 $\bar{n} = 0.01, \bar{\mu}_0 = 3.0, \bar{H}_1 = 1.25.$

表 5

$\bar{\mu}_0 = 2.0$		3.0		4.0	
\bar{p}_{jm}	\bar{p}_{sm}	\bar{p}_{jm}	\bar{p}_{sm}	\bar{p}_{jm}	\bar{p}_{sm}
1.52	1.44	1.66	1.35	1.73	1.31

注: $\bar{F} = 0.6, \bar{K} = 1.2, \psi_{t_1} = 0.2,$
 $\bar{n} = 0.01, \bar{\mu} = 3.0, \bar{H}_1 = 1.25.$

表 6

荷载	ψ_{t_1}	0.2	0.4	0.6	0.8
	项盖	\bar{p}_{jm}	1.90	1.98	2.04
	\bar{t}_m	4.7	6.2	6.9	7.2
基础	\bar{p}_{sm}	1.60	1.77	1.87	1.95
	\bar{t}_m	5.6	7.2	8.1	8.8

注: $\bar{F} = 0.4, \bar{K} = 1.5, \bar{n} = 0, \bar{\mu} = 2.0, \bar{\mu}_0 = 3.0, \bar{H}_1 = 1.25.$

(六) 参数 ψ_{r1} 对结构荷载的影响比较复杂, 在一定程度上反映了系统的波动与振动过程耦合效应中多种参数相互间的综合关系。计算表明, 当其他条件不变而埋深 H 增加 (相应地 ψ_{r1} 增加) 时, 荷载最大值虽略有变化但不明显, 而荷载最大值的到达时间则显著增长, 同时顶盖与基础荷载最大值彼此也更接近 (见表 6)。

(七) 关于解析解的工程适用性

(1) 由于解析解采用了介质可变的线弹性假设, 也就无需冗繁地探求考虑分配层弹塑性性质时上下边界引起的卸载波的发展过程, 但这一简化对于计算结构第一次出现最大动变位的加载过程, 并不会带来过大的误差。计算表明顶盖、基础的动荷载最大值到达时间与结构出现第一次最大变形的时间相近, 且卸载不多。显然, 应用本文的解析解能较好地求解工程设计所需要的结构最大变形和内力, 且偏于安全。而用以求解描述结构后期阶段的振动过程, 则是不适宜的。

(2) 由于成层式结构体系的独立参数较多, 在独立参数某种组合的条件下, 计算表明, 会出现一种“拟共振”现象, 即求解的计算动荷载的波峰随时间周期性地急剧增大。虽然由于体系内各种耗能因素的存在, 结构动荷载不可能迅速增大, 但也定性地说明了在这种情况下, 尽管荷载升压时间有所增长, 其峰值仍会显著增加, 工程设计中是应当避免的。

在实际工程中, 参数 \bar{K}_0 , $\bar{\mu}$ 和 \bar{H} 的变化通常都是不大的, 而 \bar{K} 值愈大, 则出现“拟共振”现象的参数组合区域愈小, 对于一定埋深的结构仅 \bar{F} 的影响较显著。根据计算结果, 图 5 将独立参数的各种组合分成了两个区, 参数工作组合区和参数不宜组合区。在两个区域分界线处的附近邻域还存在有一种过渡状态, 此时动荷载最大值是在第二或第三个波动周期中出现。工程设计时, 应当使设计点落在“工作组合区”, 以避免“不宜组合区”。图 5 虽然只列出了三个独立参数的变化, 但它适用于一般常用的成层式结构。

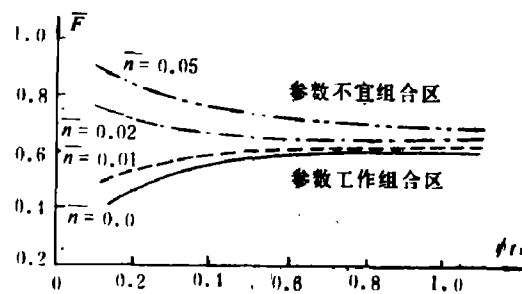


图 5

参 考 文 献

- [1] 钱七虎等, 核爆炸作用下成层式工事支撑结构上荷载的确定, 私人通讯 (1980)。
- [2] Николаев К. В., К вопросу о динамическом сжатии слой грунта на жестком и податливом основании, Труды Академии 216 (1962)。
- [3] 南京工学院编, 积分变换, 人民教育出版社 (1978)。
- [4] 中国数学学会上海分会编, 上海科学教育出版社 (1959)。

**DYNAMIC LOADING ON STRUCTURES WITH
MULTI-LAYER PROTECTIVE COVERS DUE TO
SUDDENLY APPLIED TRIANGULAR
EXPLOSION PRESSURE**

Wang Nianqiao

Abstract

In this paper differential equations for coupled motions of the bursting layer and the support structure are established, taking account of the stress wave propagation in the cushion layer.

By means of Laplace transformation, the closed solutions for the dynamic loading on structures with multi-layer protective covers due to the suddenly applied triangular explosion pressure acting on the ground are obtained.

Influences of various parameters on the dynamic loading acting on the supported structure as well as ranges of the parameters within which analytical solutions are applicable are also discussed.