

应力波与带软衬垫的地下 结构动力相互作用

方 秦 钱七虎

(工程兵工程学院)

摘要 本文应用有限元法分析了应力波与带软衬垫的地下结构动力相互作用问题。软衬垫假定为弹塑性并用 Mises 屈服准则描述,而且考虑其几何非线性的影响。结构与介质按弹性考虑。文中给出了有限元计算所涉及的几何与物理非线性问题的一般基本公式。计算和分析了应力波通过软衬垫后结构运动特性。并与相同条件下未加软衬垫的地下结构进行了对比,从中得出了软衬垫的几何非线性、物理力学参数以及几何尺寸等因素对结构运动的影响规律。文中还对大、小应变理论的应用界限进行了讨论。

关键词 应力波, 地下结构, 介质与结构动力相互作用, 软衬垫。

一、引言

在爆炸载荷作用下,浅埋土中结构与介质的动力相互作用已取得了不少具有实际意义的成果^[1,2,3]。近年来,深埋结构与介质的动力相互作用国内外也陆续有成果见于世。邱仑^[4,5]先后用迁移矩阵法和积分方程法研究了多层弹性结构的动力响应。孙钧和张庆贺^[6]利用有限元法把衬垫考虑为弹塑性材料,研究了衬垫在小变形情况下对地下抗爆结构的影响。国外从六十年代起就开始研究带衬垫的地下结构动力相互作用问题^[7,8,9]。目前对软衬垫的作用机理已有不少认识,但是还存在以下几个问题:(1)对带有软衬垫的地下结构与围岩相互作用机理,定量上还未完全阐明;(2)软衬垫在实际工作环境下可能已处于大变形工作状态,而目前的数值分析仅限于小变形范围,采用小变形理论计算大变形问题适用程度和误差问题尚未研究;(3)计算或试验用的参数与实际的地运动参数相差较大,难以推广应用于实际工程;(4)对软衬垫的布置形式、尺寸以及物理力学参数对结构运动影响还没有做系统的研究,尤其缺乏定量的结论。综上所述,有必要进一步深入研究软衬垫对地下结构的影响。

本文应用全量拉格朗日法编制了二维几何与物理非线性动态有限元程序,详细地研究了衬垫在大变形下对地下结构的应力状态与运动的影响。在计算中,为了突出研究衬垫的作用和节省计算费用,结构和介质考虑为弹性,衬垫按弹塑性介质考虑,并用 Mises 屈服准则描述。文中采用并改进了 Lysmer 阻尼边界,用 Newmark 法进行数值积分,用修正的牛顿迭代法求解非线性方程。

二 几何与物理非线性动力有限元法

由连续介质力学基本理论可知,描述几何非线性问题主要有两种方法:拉格朗日法和欧

拉法。本文采用全量拉格朗日法 (Total Lagrangian Formulation, 简称TL法) 研究大位移、大转动、小应变问题。对于大位移、大转动、大应变问题则采用更新拉格朗日法 (Updated Lagrangian Formulation, 简称UL法) 较为合适。

1. TL法的基本公式

在TL法中, 我们应用第二类朴拉-柯西荷夫应力和格林-拉格朗日应变来描述物体的应力和应变。根据虚功原理, 物体的平衡方程可以表示为

$$\int_V {}^{t+\Delta t} S_{ij} \delta {}^{t+\Delta t} E_{ij} dV = {}^{t+\Delta t} R \quad (1)$$

式中 ${}^{t+\Delta t} S_{ij}$ 、 ${}^{t+\Delta t} E_{ij}$ 分别为 $t+\Delta t$ 时刻的第二类朴拉-柯西荷夫应力和格林-拉格朗日应变。 ${}^{t+\Delta t} R$ 代表外力的虚功, 其表达式为

$${}^{t+\Delta t} R = \int_V {}^{t+\Delta t} f_i^b \delta u_i dV + \int_S {}^{t+\Delta t} f_i^s \delta u_i dS \quad (2)$$

其中 f_i^b 、 f_i^s 分别表示体力和面力, V 、 S 分别表示物体初始时刻的体积和面积。

由物体的运动学关系, 得

$${}^{t+\Delta t} S_{ij} = {}^t S_{ij} + S_{ij} \quad (3)$$

$${}^{t+\Delta t} u_{ij} = {}^t u_{ij} + u_{ij} \quad (4)$$

式中 ${}^t S_{ij}$ 、 ${}^t u_{ij}$ 分别表示 t 时刻的第二类朴拉-柯西荷夫应力和位移, S_{ij} 、 u_{ij} 分别表示第二类朴拉-柯西荷夫应力增量和位移增量。

同理, 可得 $t+\Delta t$ 时刻的格林-拉格朗日应变

$${}^{t+\Delta t} E_{ij} = {}^t E_{ij} + E_{ij} \quad (5)$$

其中 ${}^t E_{ij}$ 为 t 时刻的格林-拉格朗日应变, E_{ij} 为格林-拉格朗日应变增量, 其表达式为

$$E_{ij} = e_{ij} + \eta_{ij} \quad (6)$$

其中

$$e_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,j} u_{k,i} + u_{k,i} u_{k,j}) \quad (7)$$

$$\eta_{ij} = \frac{1}{2} u_{k,i} u_{k,j} \quad (8)$$

把(3)~(6)式代入(1)式, 并考虑动力效应和本构关系

$$S_{ij} = C_{ijrs}^{EP} E_{rs} \quad (9)$$

得

$$\begin{aligned} & \int_V \rho {}^{t+\Delta t} \ddot{u}_i \delta u_i dV + \int_V C_{ijrs}^{EP} e_{ij} \delta e_{rs} dV + \int_V {}^t S_{ij} \delta \eta_{ij} dV \\ & = {}^{t+\Delta t} R - \int_V {}^t S_{ij} \delta e_{ij} dV \end{aligned} \quad (10)$$

式中 C_{ijrs}^{EP} 为材料的弹塑性本构关系张量。如果式(10)用有限元离散, 则可写为

$$M {}^{t+\Delta t} \ddot{u} + ({}^t K_L + {}^t K_{NL}^N) u = {}^{t+\Delta t} R - {}^{t+\Delta t} F \quad (11)$$

式中 M 为质量矩阵, $'K_L$ 为 t 时刻的线性应变增量刚度矩阵, $'K_{NL}$ 为 t 时刻非线性应变增量刚度矩阵, $'R$ 为外部作用的荷载矢量, $'F$ 为与单元应力等效的节点力矢量, u 为位移, \ddot{u} 为加速度。以上各式具体表达式详见文献 [10]。

2. Newmark 时间积分法

为了方便, 将方程 (11) 改写为

$$Ma_{n+1} + P_{n+1} = R_{n+1} \quad (12)$$

其中 a_{n+1} 为第 $n+1$ 时步的结点加速度矢量, P_{n+1} 为内部结点力矢量。 M 、 R_{n+1} 同前。如果我们用预估-校正形式, 则 Newmark 法积分公式为

$$Ma_{n+1} + P_{n+1} = R_{n+1} \quad (12)'$$

$$u_{n+1} = \hat{u}_{n+1} + (\Delta t)^2 \beta a_{n+1} \quad (13)$$

$$v_{n+1} = \hat{v}_{n+1} + \Delta t \gamma a_{n+1} \quad (14)$$

式中
$$\hat{u}_{n+1} = u_n + \Delta t v_n + (\Delta t)^2 (1 - 2\beta) \frac{a_n}{2} \quad (15)$$

$$\hat{v}_{n+1} = v_n + \Delta t (1 - \gamma) a_n \quad (16)$$

\hat{u}_{n+1} 、 \hat{v}_{n+1} 为预估值, u_{n+1} 、 v_{n+1} 为校正值。

3. 衬垫材料的弹塑性描述

根据试验结果 [8], 软衬垫材料的静力单轴应力应变曲线为图 1 所示。从图 1 可知, 衬垫材料的单轴应力应变曲线接近于理想弹塑性变形。考虑到实际衬垫材料多少有点应变硬化, 故将衬垫材料的应力应变曲线假定为 Prandle 模型 (图 2), 并且认为这类材料遵从 Mises 屈服准则。由塑性力学的 Prandle-Reuss 流动理论, 可推得如下弹塑性本构关系

$$d\sigma = [D_{e,p}] d\epsilon \quad (17)$$

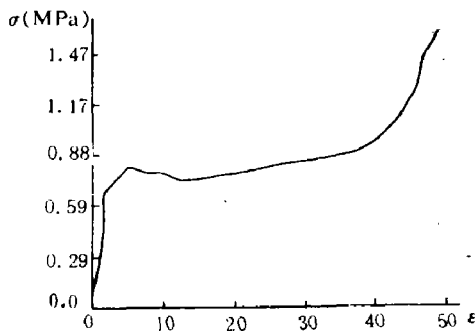


图 1 泡沫混凝土典型应力应变曲线

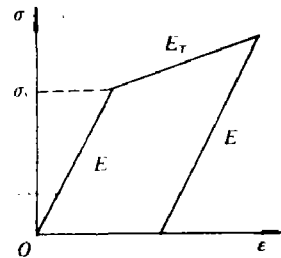


图 2 Prandle 模型

其中

$$[D_{e,e}] = \frac{[D_e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D_e]}{A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D_e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}} \quad (18)$$

式中 F 取为屈服面函数、 $[D_e]$ 为弹性本构关系, A 为加工硬化模量, 对于 Prandtl 模型, $A = E_T / (1 - E_T / E)$ 。

4. 边界条件的处理

本文根据深埋结构特点, 底部采用 Lysmer 粘性阻尼边界, 并推广应用于弹塑性波的传播。Lysmer 和 Kuhlemeyer^[11] 根据一维平面弹性波理论提出了粘性阻尼边界的模型

$$\sigma = \rho c \dot{u} \quad (19)$$

本文针对 Prandtl 模型, 推广了 Lysmer 阻尼边界, 并应用于弹塑性波的传播, 提出了

$$\sigma = \sigma_0 + \rho c' \dot{u} \quad (20)$$

式中 $\sigma_0 = \sigma_s (1 - c' / c)$, 其中 c, c' 分别为介质的弹性和塑性波波速。为了便于编制程序, 将 σ 作为外荷载, 运用等参元离散, 可推得

$$f_b = -f_{b_0} - [c_b] \{\dot{u}\}^e \quad (21)$$

式中

$$f_{b_0} = \int N^T \{\sigma_0\} ds \quad (22)$$

$$[c_b] = [\rho c_b' \quad \rho c_s'] \quad (23)$$

$\{\dot{u}\}^e$ 为单元 e 的节点速度。利用 (23) 式, $[c_b]$ 就可以与系统的阻尼一并考虑。计算结果表明, 本文方法精度很高, 几乎完全吸收了弹塑性波在边界处的反射。

三、软衬垫对地下结构受力性能的影响

1. 计算模型及参数选取

由于结构设置较深, 且结构尺寸比压缩波波阵面半径小得多, 所以计算时可以近似认为作用在结构上压缩波为平面波。此外, 因为结构埋设较深, 在地表卸载波到达之前, 结构已发生了最大响应, 因而不考虑地表卸载波的影响。结构的计算简图如图 3。荷载时间曲线见图 4。选取计算参数: $P_m \cong 50 \text{ MPa}$, $t_0 = 10 \sim 25 \text{ ms}$, $t_r = 30 \sim 75 \text{ ms}$ 。结构、介质及衬垫的计算参数见表 1。

表 1 结构、介质及衬垫的计算参数

参 数 材 料	弹性模量 $E(\text{MPa})$	密 度 $\rho(\text{g/cm}^3)$	泊 桑 比 μ	屈服应力 $\sigma_y(\text{MPa})$
介 质	15000	2.6	0.2	—
结 构	35000	2.5	0.2	—
衬 垫	70—200	0.87	0.1	1—6

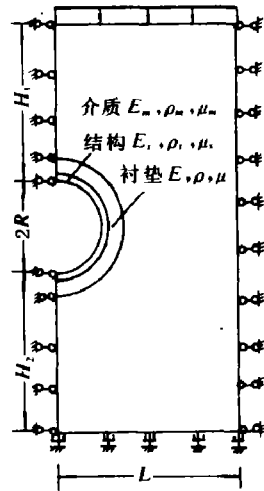


图3 计算简图

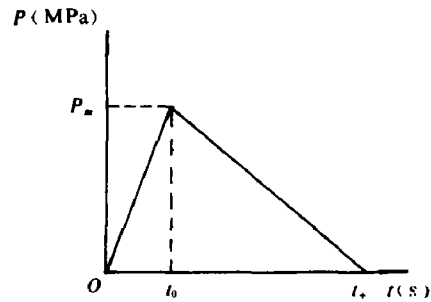


图4 荷载时间曲线

2. 衬垫的几何非线性对地下结构受力性态的影响

为了吸收波的能量，衬垫往往选择低密度大变形材料。因此，软衬垫在应力波作用下可能已处于大变形状态。当前，对于这一问题的研究仅限于小变形理论。本文应用了TL法研究了衬垫在大位移、小应变情况下对地下结构的影响，同时用小变形理论（即仅考虑材料非线性，简称MNO法）和ADINA程序中的UL法与之对比。计算结果见图5-8。计算结果表示方法参见图9，例如 $P_i(y)$ 表示结点 i 、 y 方向的数值，其余类同。

计算结果表明：由三种方法所得到的结构拱顶的位移、速度、加速度和应力相差无几。我们认为其原因是：衬垫材料的大变形主要是压缩波对其逐层压密所产生的大应变。由于荷载与结构都是对称的，衬垫中的最大剪应变为 10^{-4} 阶，最大正应变在 10^{-2} 阶，而整个结构-衬垫-介质体系的位移以整体运动引起的为主，结构之间的相对变形引起的较小，故衬垫材料的转动效应是次要的。因此，由格林-拉格朗日应变

$$E_{ij} = \epsilon_{ij} + \frac{1}{2} (\epsilon_{ki} - \omega_{ki}) (\epsilon_{kj} - \omega_{kj}) \quad (24)$$

其中： $\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$ ， $\omega_{ij} = \frac{1}{2} (u_{j,i} - u_{i,j})$ ，

可知当 $\omega_{ij} \ll \epsilon_{ij}$ 则(24)式可以写成

$$E_{ij} = \epsilon_{ij} + \frac{1}{2} \epsilon_{ki} \epsilon_{kj} \quad (25)$$

又如果 $\epsilon_{ij} \ll 0.1$ ，则忽略上式的高阶项所引起的相对误差为5%。由此可见，只要衬垫的转动效应影响较小，可以用小变形理论描述应变小于0.1的大应变问题，所引起的误差将在工程容许范围内。应

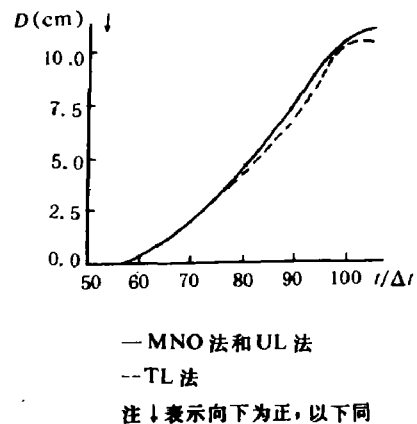


图5 $P_i(y)$ 位移时程曲线

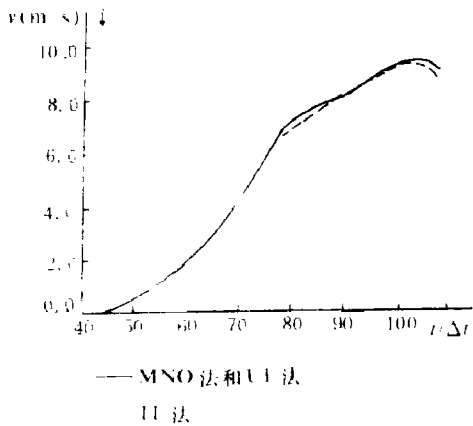


图 6 $P_1(t)$ 速度时程曲线

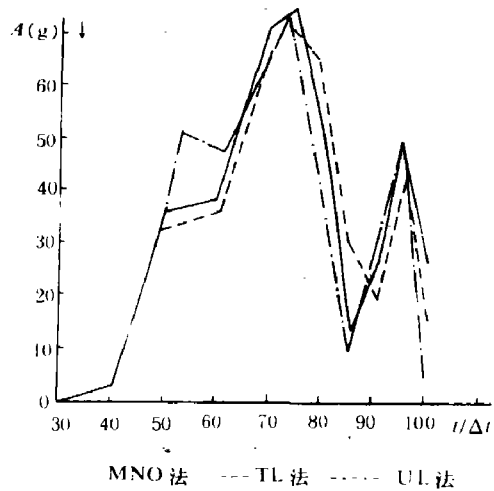


图 7 $P_1(t)$ 加速度时程曲线

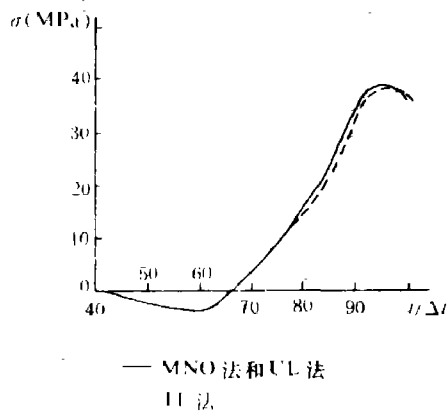


图 8 $P_1(x)$ 应力时程曲线

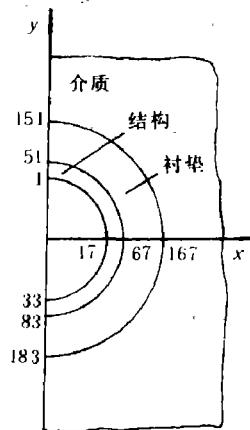


图 9 计算结果表示示意图

该指出, 在本文研究的问题中, 衬垫的最大等效塑性应变 $\bar{\epsilon}_p = 3.8 \sim 5.0\%$, 而文献(10)指出, 当结构等效塑性应变 $\bar{\epsilon}_p \geq 2\%$ 时应按大应变理论进行数值计算。很显然, 文献(10)中关于大、小应变问题的计算分界是值得商榷的。实际上, 如果转动与应变同阶, 当应变 $\leq 10^{-2}$ 时, 从(24)式可知转动效应仅包含在高阶项中, 所以略去转动效应的影响所产生的误差 $\leq 1\%$; 而对于金属壳体这类柔性结构, 转动通常在 10^{-2} 阶, 其应变在 $10^{-4} \sim 10^{-3}$ 阶。在这种情况下, 忽略转动效应的影响会导致很大的误差。

以上结论是在本文研究的特定情况下得出的。当结构、介质或荷载非对称以及考虑到由反射波产生岩体洞室周边的岩石剥离而挤压衬垫等因素, 在这种情况下, 是否需要考虑衬垫的大变形影响应做进一步的深入研究。

3. 衬垫的其它参数对地下结构的影响

为了说明软衬垫的减振作用, 我们对结构周边有无衬垫模型进行了计算。表2反映了有、无衬垫结构、介质中应力状态及运动变化情况。从表2得知: 设置衬垫后, 结构的最大加速

度、最大速度、最大位移分别减少50%、15%和10%；结构拱部和底部外表面的最大应力 σ_{max} 与衬垫材料的屈服应力 σ_Y 有近似关系式： $\sigma_{max} = 1.5\sigma_Y$ 。原因是：由于设置了软衬垫造成了衬垫与介质间的波阻抗的不匹配，在衬垫与介质间产生了有利的反射波，把荷载转嫁给介质，引起了软衬垫周围介质的环向拉应力急剧增加。结构腰部的压应力也从180 MPa 减小到43 MPa，减缓了应力集中。从计算结果中，我们还发现：设置衬垫后，虽然结构的周边的外荷载减少约90%，但结构内部应力未能减少到相应的程度。由此可见，结构的惯性荷载对结构内部应力有较大的影响，且与浅埋结构的结论一致²。

表2 有、无衬垫时结构、介质中应力状态及运动变化情况

参 数		加速度 (g)		速 度 (m/s)		位 移 (cm)		应 力 (MPa)		
		$P_1(y)$	$P_{11}(y)$	$P_1(y)$	$P_{11}(y)$	$P_1(y)$	$P_{11}(y)$	$P_1(x)$	$P_{11}(x)$	$P_c(y)$
模 型	无衬垫	147	112	8.9	7.5	10.6	10.0	11.7	-30.4	-30
	有衬垫	76	74	7.6	7.0	9.6	8.8	41.9	-34.4	-3
参 数		应 力 (MPa)								
位 置		$P_{11}(y)$	$P_{11}(y)$	$P_{11}(x)$	$P_{11}(x)$	$P_{11}(y)$	$P_{11}(x)$	$P_{11}(y)$	$P_{11}(x)$	
模 型	无衬垫	-180	-180	-4	-44	-35	-24	-26	-24	
	有衬垫	-43	-47	-58	-45	-1.6	-17.5	-11.4	-12.8	

注：表中s代表结构，m代表介质，拉力为+，压力为-，向下运动为+，向上为- 以下同。

1. 衬垫材料的弹性模量的影响

当衬垫材料的密度和泊桑比不变时，弹性模量就反映了材料的波阻抗的影响。衬垫材料的弹性模量对结构最大反应值的影响见表3 由表3可见，衬垫与介质的波阻抗不匹配对结构的运动和内部应力有较大的影响。衬垫相对于介质越软，则结构内部应力和加速度、速度就越小。

表3 弹性模量E对结构最大反应值的影响

参 数			a_m (g)		V_{max} (m/s)		σ_{max} (MPa)						
位 置			$P_1(y)$	$P_{11}(y)$	$P_1(y)$	$P_{11}(y)$	$P_1(x)$	$P_{11}(x)$	$P_1(y)$	$P_{11}(y)$	$P_{11}(x)$	$P_{11}(x)$	
$\frac{\delta}{\Delta}$	0.2	E (MPa)	200	-110	-102	-10.6	-10.6	59.8	-47.5	-71.3	67.2	79.3	-71.6
			70	-78	-107	-7.8	-8.4	50.8	-30.0	-40.0	47.2	56.8	-41.9
	0.3		200	-119	-113	-10.3	-9.6	49.8	-50.9	-70.9	49.8	68.3	-64.2
			70	-88	-76	-8.3	-9.8	41.9	-34.4	-43.4	46.7	57.8	-45.1

2. 衬垫材料的弹性和塑性变形的影响

图10~13反映了衬垫材料的弹性、塑性变形时对结构受力性能的影响。由图可见，由于

衬垫的塑性变形吸收了波应力在衬垫内来回反射和折射的能量，所以结构拱顶的环向应力减少了19%，拱顶、底的向下加速度峰值分别降低了38%和36%，拱顶的速度也分别减少了10%和14%。

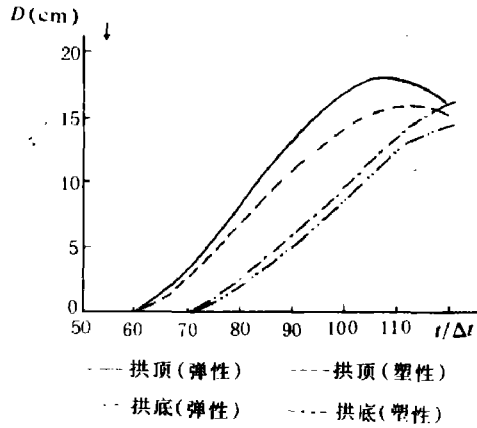


图10 衬垫为弹性和塑性变形时拱顶、底位移时程曲线

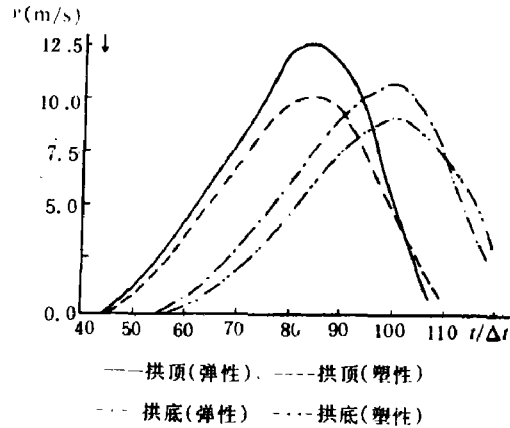


图11 衬垫为弹性和塑性变形时拱顶、底速度时程曲线

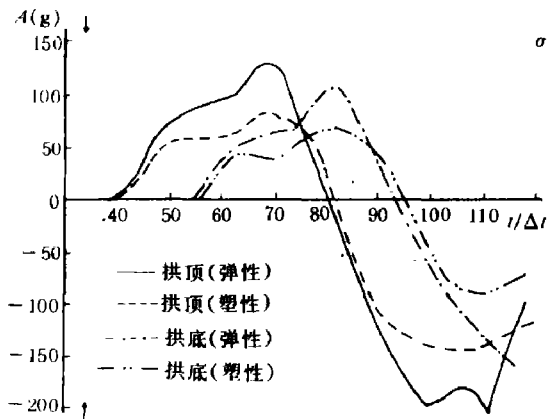


图12 衬垫为弹性和塑性变形对结构拱顶、底加速度时程曲线

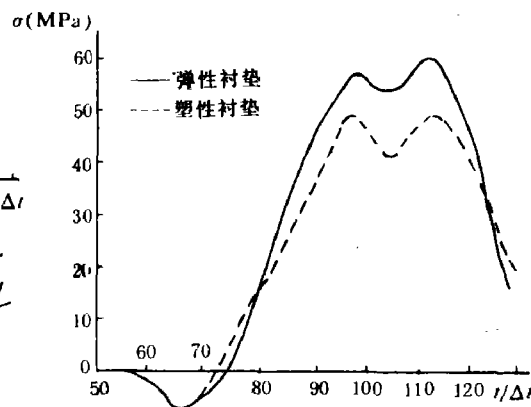


图13 衬垫为弹性和塑性变形时 $P_1(x)$ 处的应力时程曲线

3. 荷载正压作用时间的影响

表4反映了升压时间不变，正压作用时间增加时对结构最大反映值的影响。从表4可知，增加正压作用时间，结构拱顶、底的加速度峰值基本不变，而结构拱顶、底的速度峰值却增加了12%，结构内部应力也平均增加了12%。这是因为结构的加速度峰值出现较早，基本上是荷载峰值过后出现最大值，所以荷载正压作用时间对其影响不大。而结构的速度和应力峰值出现相对较晚，所以正压作用时间对它们有一定的影响。

4. 结构与衬垫的厚度比的影响

表4 荷载正压作用时间 t_+ 对结构最大反应值的影响

参数 t_+ (ms)	$A_{max}(g)$		$V_{max}(m/s)$		$\sigma_{max}(MPa)$					
	$P_1(y)$	$P_{33}(y)$	$P_1(y)$	$P_{33}(y)$	$P_1(x)$	$P_{17}(y)$	$P_{67}(y)$	$P_{31}(x)$	$P_{37}(x)$	$P_{33}(x)$
30	119	113	10.3	9.6	49.8	-70.9	49.8	-50.9	68.3	-64.2
70	114	111	11.7	11.0	60.3	-84.7	50.9	-67.3	68.9	-70.8

表5反映了结构与衬垫的厚度比结构最大反应值的影响。从表5可知，结构厚度 δ 与衬垫厚度 Δ 比值并非越小，减振效果越好。当 δ/Δ 减小到一定程度后，再减少其值，效果并不明显。有时反而增加结构拱底的加速度和内部应力值。

表5 结构与衬垫的厚度比对结构反应的影响

参数				$A_{max}(g)$		$V_{max}(m/s)$		$\sigma_{max}(MPa)$							
位置				$P_1(y)$	$P_{33}(y)$	$P_1(y)$	$P_{33}(y)$	$P_1(x)$	$P_{31}(x)$	$P_{17}(y)$	$P_{67}(y)$	$P_{33}(x)$	$P_{37}(x)$		
E	200	δ	0.72	Δ	2.4	119	113	10.3	9.6	49.8	-50.9	-70.9	49.8	68.1	-64.2
					3.6	110	102	10.6	10.6	59.8	-47.5	-71.3	67.2	79.3	-71.6
	70	δ	0.72	Δ	2.4	88	76	8.3	9.8	41.9	-34.4	-43.4	46.7	57.8	-45.1
					3.6	78	107	7.8	8.4	50.8	-30.2	-40.0	47.2	56.8	-41.9

注：E单位为MPa， δ, Δ 单位均为m。

四、结 论

通过计算和分析，得到以下几点初步结论：

1. 衬垫的几何非线性对地下结构的影响主要表现在衬垫材料的应变所引起的大变形。当衬垫的转动效应影响较小时，如果应变 ≤ 0.1 ，则可以用小变形理论设计大应变问题。

2. 软衬垫可以大大地减少作用在结构上的压力。作用在结构上的压力与衬垫材料的屈服应力有近似关系式： $\sigma_{max} = 1.5 \sigma_r$ 。

3. 设置软衬垫后，结构最大加速度可减少50%，最大速度和位移可分别减少15%和10%，结构内部最大应力亦可减少70%。

4. 与浅埋结构相同，深埋结构的惯性效应对结构的运动和内部应力亦有较大的影响。

5. 考虑衬垫的塑性变形后，结构内部应力和结构振动加速度可以进一步降低20%~40%；软衬垫的弹性模量的结构的运动和应力有较大的影响。建议工程设计中，在满足静载要求的前提下，尽可能选用低弹性模量、低密度的大变形弹性材料作衬垫。

6. 结构与衬垫的厚度比并不与结构内部应力和加速度成正比，结构与衬垫厚度比为1:3.3时较为合适。

参 考 文 献

- [1] 钱七虎, 陈震元, 爆炸与冲击, 1 (1) (1982), 24.
- [2] 陈震元, 钱七虎, 爆炸与冲击, 5 (2) (1985), 24.
- [3] 林立, 浅埋土中梁式结构受冲击波作用的动力响应和弹性介质中的卸载波, 同济大学硕士论文 (1985).
- [4] 邱仑, 无限弹性介质中多层圆柱结构受脉冲波作用的响应计算, 同济大学硕士论文 (1981).
- [5] 邱仑, 地下结构瞬态响应分析的积分方程法, 同济大学博士论文 (1985).
- [6] 孙钧, 张庆贺, 设置衬垫的地下结构的抗爆动态响应, 同济大学内部资料 (1984).
- [7] Hoff, G. C., Response of Foam-Isolated Tunnel Linings to Transient Loadings, *WLTDR-64-28*, June (1964).
- [8] Linger, D. A., Effects of Backpacking on Structure-Medium Interaction, *AFWL-TR-64-40*, July (1968).
- [9] Sweet, J., Nonlinear Response of Buried Structures in a Stress Environment, *DNA4360F*, June (1977).
- [10] Bathe, K. J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, (1982).
- [11] Lysmer, J., Kuhlemeyer, R. L., *ASCF*, V95, EM4, 859-877.
- [12] Bathe, K. J., Ramn, E., Wilson, E. L., *Int. J. Num. Mech. Engng.* 9 (1975), 333.

DYNAMIC INTERACTION BETWEEN STRESS WAVES AND UNDERGROUND STRUCTURE WITH CRUSHABLE BACKPACKING

Fang Qin Qian Qihu

(*Engineering Institute of Army Engineer Corps*)

ABSTRACT In the paper, the problem of dynamic interaction between stress waves and under ground structure with crushable backpacking is studied by FEM. The behavior of the crushable backpacking is described by prandle model for the constitutional law and the Von Mises yielding criterion, and the influence of gemetric nonlinearity of crushable backpacking is considered. Basic formulae in calculating gemetric and material nonlinearity problem by FEM are presented in the paper. The paper studies motion properties of structures after passing the stress waves. The comparision of structures with and without crushable backpacking under the same condition is under taken. From the numerical results, the influence of geometric nonlinear physical properties and dimensions, etc. on the structural motion is studied. The paper also discuss the bounds in numerical calculation in which the large or small strain theory is used.

KEY WORDS stress waves, underground structures, dynamic structure-media interaction, crushable backpacking.