

一种饱和粘土本构模型的实验研究

周光泉 李永池 丁刚

(中国科技大学近代力学系)

摘要 本文紧密结合工程应用, 基于三轴破坏实验和静水压缩实验结果, 采用多项式函数给出了破坏包络线的具体形式, 运用椭圆函数确定了加载函数曲线, 从而提供一个简便易用, 适用于一种饱和粘土的帽子模型。它与实验观测结果的吻合程度是令人满意的。

关键词: 帽子模型, 本构关系, 饱和粘土。

一、引言

在爆破工程、水利工程、基础工程等实践中, 常常碰到土岩介质。对于这些地质材料力学行为的实验和理论研究, 既有其基础研究的需要, 更有着强烈的工程应用背景。为此, 国内外均投入大量人力、物力从事相应的研究工作。但由于地质材料有着强烈的非均匀性和分散性, 其力学性能与常见的金属材料有许多不同之处, 研究工作也困难得多, 因而在发展速度上也相对缓慢一些, 尤其是在本构模型研究方面, 目前还没有一种型模是十分理想的。但是工程实践不能等待, 许多与工程应用有关的大规模数值计算工作急待进行。其中, 首当其冲的问题是要求力学工作者提供方便实用的描述介质力学行为的本构关系以及相应的材料常数。为此人们采用或提出了一系列模型, 如改进的弹性-理想塑性模型、变模量材料模型、帽子模型等。最近, 一些学者又在试图采用内时理论模型来描述地质材料的力学性质。但就笔者所见, 其中还是以帽子模型应用较广也较实用。

帽子模型是本世纪七十年代Dimaggio和Sandler等为了模拟爆炸引起的地震冲击波和结构-介质相互作用效应而提出来的一种考虑应变硬化的弹性-非理想塑性模型。由于其理论上比较严格, 又能较好地反映土岩介质的压密、剪切迟滞及破坏特性, 受到人们的广泛注意, 得以进一步地研究发展。该模型对Mc Carmick Ranch沙、土和cedar city英云闪长岩的应用取得了较满意的结果^[1]。国内王武林、修学纯等曾就花岗岩和沙土等的帽子模型应用问题也进行过探讨, 为工程应用提供了一些有价值的数^[2,3]。

本文利用土三轴仪对湖北田关系站工程工地的一种饱和粘土进行了有关的实验, 以图获得该种基础材料力学行为的主要实验结果, 并给出其帽形本构描述及其有关材料常数。

二、帽子模型简要描述

地质材料, 尤其是土体材料不同于金属材料的重要之点是不能假设静水压不影响屈服。大量事实表明静水压力(围压)对于土岩介质的破坏状态起着至关重要的影响。这里为了计及这种影响, 我们采用莫尔-库仑(Mohr-Coulomb)准则来描述材料的初始屈服(破坏)状态。

$$|\tau| = -\sigma_n \operatorname{tg} \varphi + C \quad (1)$$

τ 为法向为 n 的平面内的极限剪应力; σ_n 为法向为 n 的平面上的法向应力; C 为粘聚力; φ 为内摩擦角。

在三维应力情况下, 上述准则可写成如下的一般形式

$$f_1(J_1, J_2') = A \quad (2)$$

其中 J_1 为应力张量第一不变量, 代表平均静水压 (p), J_2' 为应力偏量第二不变量, A 为材料性质常数。

f_1 的具体函数形式可以有不同表达式, Dimaggio 和 Sandler 提供了一种指数函数形式

$$\sqrt{J_2'} + C e^{-\mu J_1} = A \quad (3)$$

上式在 $\sqrt{J_2'} \sim J_1$ (或 $\sqrt{J_2'} \sim p$) 坐标平面内是一根下弯曲线, 代表破坏包络线。如将其绕 p 轴旋转一周就得到一类似古钟的空间曲面, 它代表主应力空间中的破坏包络面。十分明显, 随着平均静水压的增大, 屈服 (破坏) 强度亦随之提高。

为了拟合实验点简单方便, 本文拟采用如下多项式形式的破坏包络函数

$$J_2' = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 \quad (4)$$

其中 a_0, a_1, a_2 均为材料常数。

对于岩土介质来说, 上述破坏包络关系虽反映了平均静水压对其屈服强度的影响, 但未能反映应变硬化效应的影响。大量实验数据表明, 地质材料也是一种应变硬化现象显著的材料, 为了更精确地刻划其力学行为, 必须给出应变硬化规律的描写。自然, 也可以假定在不同应力水平时的那些屈服面的形式与上述各种初始屈服面相似, 而认为破坏面是代表极限状态的一个屈服面。但是对于岩土介质来说, 在静水压力作用下可以产生塑性体积应变。为了反映这一特性, 硬化规律 (加载函数) 需要采用与传统作法不同的形式, 即代表初始破坏面的锥体不变, 但在锥上戴一“帽子”, 而且这种“帽子”随静水压的变化不断地向外扩展。这种“帽子”形的加载函数, 其形式也可以是各种各样的, 通常取之为

$$f_2(J_1, \sqrt{J_2'}, \epsilon^p) = 0 \quad (5)$$

其中 ϵ^p 代表塑性体积应变。

根据物理上的考虑, 上述加载函数应具备如下性质: 与 J_1 轴垂直相交; 与 $f_1 = 0$ 交点之切线垂直于 $\sqrt{J_2'}$ 轴。一般取满足上述要求的椭圆曲线以拟合实验数据, 可以得到较好的结果 (图 1)。这样, 加载函数 f_2 的具体形式可表为

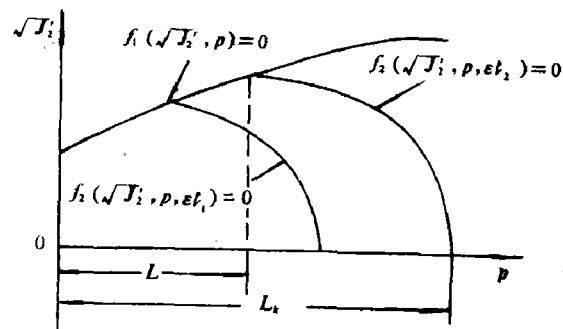


图 1 破坏包络线和加载函数曲线

$$f_2 = \frac{(p-L)^2}{(L_k-L)^2} + \frac{(\sqrt{J_2})^2}{(\sqrt{a_0+a_1L-a_2L^2})^2} - 1 = 0 \quad (6)$$

或

$$\frac{(p-L)^2}{(L_k-L)^2} + \frac{(\sqrt{J_2})^2}{(\sqrt{a_0+a_1L+a_2L^2})^2} = 1$$

式中 L ——加载函数曲线与破坏包络线交点处的静水压力, L_k ——椭圆加载函数曲线长轴点处的静水压力。

三、实验方法与结果分析

为了具体确定破坏包络函数 f_1 和加载函数 f_2 的具体形式, 并检验其在不同条件下的适用性, 必须借助于实验研究结果。这里需要进行二组基本实验:

第一组—常规三轴破坏实验。由该组实验先得到试样剪破参数 (轴压 σ_1 和围压 σ_3), 进而求得破坏包络关系。然后再卸载并测量其塑性体积变化以得到 $L \sim \epsilon_p$ 关系曲线。

第二组—静水压实验。通过先加载到某一围压值 L_k , 再卸载到零的方法, 测量相对于 L_k 的塑性体积应变, 从而得到 $L_k \sim \epsilon_p$ 的关系曲线。参照上组实验进而可以定出 L_k 与 L 之间的关系。

上述两组基本实验是在三轴压缩仪或称三轴剪力仪上进行的, 其大致结构原理如图 2 所示。

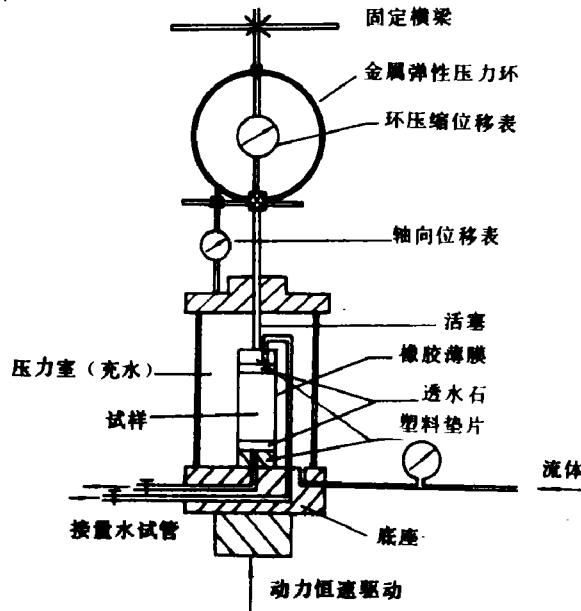


图 2 三轴剪力仪工作图

三轴仪的主体部分是压力室, 上方有个金属压力环, 只要读出环的位移就能换算出轴的超压。压力环与压力室间有个测微表, 可用来测量试样的轴向位移。在压力室中, 试样用橡皮薄膜包裹以使试样的孔隙水与压力室内施加围压的流体完全隔开, 孔隙水通过试样上下端的

的透水石与量测系统连通, 并有排水阀加以控制, 以量测孔隙压和排水量。实验时试样被作成短圆柱体, 其直径为 3.91 cm, 高为 8.0 cm。

我们采用排水剪方法来进行这组三轴破坏实验。试验时, 先打开排水阀和通向压力室的气体管路, 预加一很小的初始压力 (如 $9.807 \times 10^4 \text{ Pa}$), 以排除橡皮膜和试件间空气和水及试件内部之空气。这个过程约需进行三个小时左右。紧接着对试件施加选定的围压值 (σ_3), 对试件进行固结, 并每隔一定时间记录一次排水量, 以获得一条固结曲线。这个过程约需 12 小时以上。固结完成后即可开始正式试验: 为此启动发动机, 对试件施加轴向加载, 直至破坏。其间每当轴向位移有一定变化时便记录一次压力环读数和排水量, 这个剪破过程约需 30 小时以上。试件破坏后, 记录下各种读数, 接着进行卸载, 先卸轴压, 再卸围压, 使试样回弹。卸载过程约需 12~30 小时。

本组试验一共进行了七次, 围压分别取作 0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0 (单位: $9.807 \times 10^4 \text{ Pa}$)。

再看静水压缩实验。这组试件的几何尺寸为: $d_0 = 6.91 \text{ cm}$, $V_0 = 163.48 \text{ cm}^3$ 。通过压入流体对试样施加设定围压 (第一级为 $2.452 \times 10^4 \text{ Pa}$), 并维持不变。每隔一定时间记录一次排水管读数。当最后隔 2~3 小时读数保持不变时, 即认为试件在这一级压力下达到稳定, 其后加载或卸载。本组实验的加载途径如下: 0.25 (2.5) \rightarrow 0.15 (16) \rightarrow 0.00 (17) \rightarrow 0.25 (6) \rightarrow 0.5 (24) \rightarrow 0.25 (10) \rightarrow 0.00 (14) \rightarrow 0.5 (15) \rightarrow 1.00 (18) \rightarrow 0.50 (13) \rightarrow 0.00 (18) \rightarrow 1.00 (9) \rightarrow 2.00 (34) \rightarrow 0.50 (11.5) \rightarrow 0.00 (16) \rightarrow 2.00 (21) \rightarrow 4.00 (46) \rightarrow 0.90 (10) \rightarrow 0.05 (20) \rightarrow 1.00 (1.5) \rightarrow 4.00 (19) \rightarrow 8.00 (24) \rightarrow 1.00 (1.5) \rightarrow 0.00 (31)。括号外表示所施压力 (单位: $9.807 \times 10^4 \text{ Pa}$), 括号内表示在相应一级上, 试件停留的时间 (单位: h)。每一级上试件所需稳定的时间大致在 6h~46h 之间不等。一般地, 卸载和重复加载时所需稳定时间较短, 而在新一级较高围压下则需要较长的稳定时间。

第一组实验结果可归纳整理成表 1、表 2; 其中“固结体变”指固结时土体体积的缩小。其

表 1 三轴破坏实验体变一览表

试样编号	σ_1 (MPa)	固结体积 (cm^3)	剪切体变 (cm^3)	塑性体变 (cm^3)	塑性体应变 (%)
1	0.0490	3.90	—	—	—
2	0.0981	6.90	7.35	9.95	9.85
3	0.1961	10.75	7.60	7.65	7.66
4	0.2942	14.95	7.95	14.27	13.85
5	0.3923	18.00	5.90	—	—
6	0.4904	17.40	7.85	16.15	15.54
7	0.5884	19.25	7.30	14.10	13.69

注: 1. 试样主要参数: $d_0 = 3.91 \text{ cm}$, $h_0 = 8.0 \text{ cm}$, $V_0 = 96.06 \text{ cm}^3$

2. 试样种类: 湖北田关饱和粘土

值为两根集水试管中水位的增加之和; “剪切体变”是固结完成后, 加超压直至破坏过程中试样体积的缩小; “塑性体变”是指土体不可恢复的永久变形; “塑性体应变”, 其值为 $\ln[1 + (\text{塑性体变}/\text{土样初始体积})]$ 。

表 2 试样破坏时应力参数表 (单位: MPa)

试样编号	σ_1	σ_3	$\sqrt{J_2} = (\sigma_1 - \sigma_3) / \sqrt{3}$	$p = (\sigma_1 + 2\sigma_3) / 3$
1	0.0186	0.0847	0.0381	0.0407
2	0.0981	0.2703	0.0994	0.1554
3	0.1961	0.5241	0.1894	0.3055
4	0.2942	0.8228	0.3052	0.4704
5	0.3923	0.9761	0.9618	0.5869
6	0.4904	1.4272	0.5410	0.8026
7	0.5884	1.5603	0.5613	0.9123

根据第二组实验结果可以画出加载卸载曲线 (图 3) 和 $L_i \sim \epsilon_i^p$ 曲线 (图 4)。

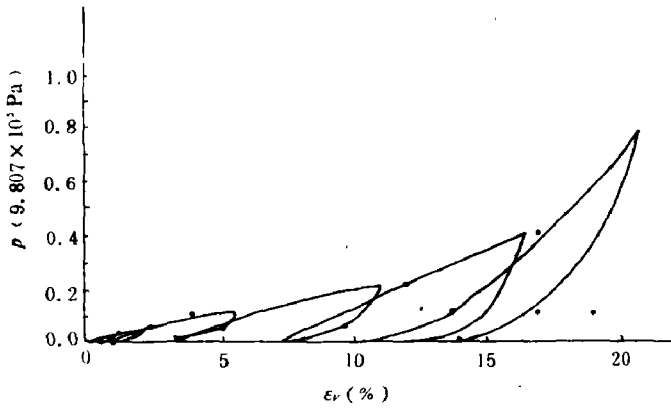
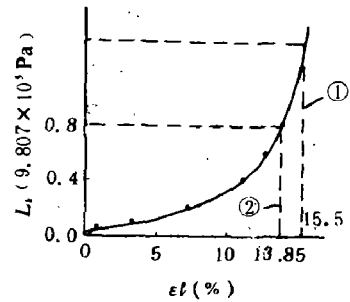


图 3 静水压加卸载曲线



① 对应于 $\sigma_1 = 0.4904$ MPa
② 对应于 $\sigma_1 = 0.2942$ MPa

图 4 $L_i \sim \epsilon_i^p$ 曲线

四、本构模型及其参数的确定

设 (J_2^n, p_n) 代表实验点, $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 。现在我们来给出破坏包络线的具体形式。为此首先需要确定方程 $J_2'(p) = a_0 + a_1 p + a_2 p^2$ 中的系数, 以使得 $J_2'(p)$ 曲线尽可能好地反映实验结果。在此我们采用最小二乘法可以求得上述系数为: $a_0 = 0.0503$; $a_1 = -0.0884$; $a_2 = 0.4102$ 。由此最后得到破坏包络函数的具体形式为

$$J_2' = 0.0503 - 0.0884p + 0.4102p^2 \quad (7)$$

下面我们来给出加载函数曲线 (帽子) 的具体形式。为此, 在 $p \sim \epsilon_i^p$ 图上找出相应的一系列 L_i 值。这里, 我们仅就 $\epsilon_i^p = 13.85\%$ (4号样) 和 $\epsilon_i^p = 15.54\%$ (6号样) 为例给出具体说明。这时相应的 L_i 值为: $L_{i1} = 0.77$ MPa, $L_{i2} = 1.35$ MPa, 从而分别定出 $p \sim \sqrt{J_2}'$ 坐标内两个椭圆帽子的长轴位置, 而利用破坏包络线方程很容易给出椭圆短轴的位置, 其分别为: (4.797, 3.0109), (8.184, 5.1770)。于是加载函数曲线 (帽子) 方程可具体给出如下

$$f_2 = \frac{(p - 4.797)^2}{(7.85 - 4.797)^2} + \frac{J_2'}{(3.0109)^2} - 1 = 0 \quad (\text{对于 } \epsilon_i^p) \quad (8a)$$

$$f_2 = \frac{(p - 8.184)^2}{(13.85 - 8.184)^2} + \frac{J_2'}{(5.1770)^2} - 1 = 0 \quad (\text{对于 } \epsilon_1^p) \quad (8b)$$

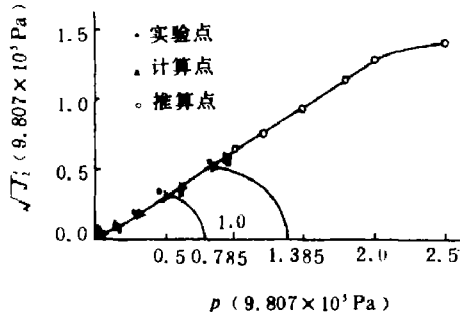


图 5 饱和粘土帽子模型

概念确定了破坏包络函数的具体形式, 根据椭圆帽子的假定给出了典型加载函数曲线。与实验结果相比较, 其吻合程度是令人满意的, 在所涉及的压力不是很大的土岩工程应用范围内, 本文所提供的模型应该说是可用的。对于涉及较高压力的情况, 严格说来应该用同样的方法对同样的试件作高围压下的三轴破坏试验和静水压缩实验, 但由于实验条件所限, 兼之任务紧急、时间仓促, 未来得及进行。但是笔者认为, 在一般工程应用上可以合理地将上述所得的破坏包络线的高压段自然延拓, 同时根据低压段椭圆帽子长短轴之比较接近的事实, 假定 R 变化不大 (如令 $R = (R_1 + R_2)/2 = 1.054$), 便可得任意位置的椭圆帽子, 这样, 亦可满足工程应用的需要。

关于土破坏定义问题, 在本文中我们按工程界通常作法, 取轴向应变达 15% 时软土破坏。但从理论上讲, 我们认为以轴向超压与轴向应变曲线趋于缓和平坦后对应的点为破坏点更为合理。

从三轴破坏实验的体变关系 (表 1) 中可以发现一个有趣现象, 即在剪切过程中剪切体变几乎相同 (5 号试样例外), 并不随外加载荷的增加而增加。这个现象大概和土具有剪胀性质有关, 值得注意。

本文主要实验是在中科院武汉岩土力学研究所进行的。实验过程中得到沈理等同志的大力协助, 特此鸣谢。

参 考 文 献

- [1] Nelson, I., Baron, M.L., and Sandler, I., *Mathematical Models for Geological Materials for Wave Propagation Studies, Shock Waves and the Mechanical Properties of Solids*, Syracuse Univ. press. (1971).
- [2] 王武林, 冯遵兴, 岩石和岩体的本构关系, *岩土力学* (1) (1980), 15.
- [3] 穆学纯, 黄日德, 土的本构理论与实验, *岩土力学*, (2) (1980), 11.

椭圆长短轴之比分别为: $R_1 = 1.014, R_2 = 1.094$ 。

完全类似地也可以得到相应于 ϵ_1^p 其他值的加载函数曲线方程, 在此不再赘述。

最后我们可以给出田关粘土帽子模型的具体形式, 如图 5 所示。

五、结论与讨论

本文基于两组基本试验 (常规三轴试验和静水压缩试验), 根据一种多项式逼近

EXPERIMENTAL STUDY FOR THE CONSTITUTIVE MODEL OF A SATURATION CLAY

Zhou Guangquan Li Yongchi Ding Gang

(*Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China*)

ABSTRACT This paper proposes a cap model which is suitable for saturation clay. The model is simple in form and easy to use. Comparison between theoretical predictions and experimental results is in good accord.

KEY WORDS cap model, constitutive relation, saturation clay.