

## 膛口流场的数值模拟

尤国钊 魏 琪  
(华东工学院)

**摘要** 本文采用严格二维的FCT算法数值模拟美国M-16 5.56毫米自动步枪的非定常的轴对称膛口流场。用此方法不仅可得到膛口冲击波的发展过程,而且可得到不少数值方法不易得到的马赫盘的发展过程。本文计算结果与Schmidt的实验结果作了比较,二者吻合较好。这一结果为进一步开展更复杂(考虑弹丸、膛口制退器等)的膛口流场的数值模拟奠定了基础。  
**关键词** 数值模拟 冲击波 膛口流场

### 1. 引言

关于火炮与其它管形发射武器的膛口气体动力学研究已经有了很大的发展,它主要围绕膛口流场中各种物理现象,作机理性的实验、理论分析和射流与冲击波参数分布的解析、数值计算。开展对膛口流场研究的意义在于:首先,可以为膛口装置提供可靠的理论根据;其次,由于膛口流场对弹丸的飞行产生初始扰动,直接影响到射击精度;另外,为减小炮口焰、烟、冲击波和噪音对人员和装备的危害提供理论基础。

Schmidt和他的BRL的同事对膛口的气流现象进行了广泛的研究<sup>[1,2]</sup>,得出了膛口气流基本性质、射流与冲击波形成与发展机理的系统描述。Erdos<sup>[3]</sup>使用准定常射流理论计算了沿对称轴膛口气流的性质。近年来,也有一些数值方法用来模拟膛口流场<sup>[4]</sup>。

本文采用通量修正输运(FCT)的差分格式(Flux-Corrected Transport)<sup>[5-10]</sup>对膛口流场进行数值模拟,试图改善对膛口气流和冲击波理论的定性和定量分析。

### 2. 数学模型

#### 1. 基本方程组

根据膛口流场的特点和简化的需要,假设弹丸飞出膛口以后,膛内火药气体流出所形成的射流服从轴对称流动规律,对称轴线与膛轴重合;将火药气体与外界空气看作为同一介质,假设气体是无粘、无化学反应的完全气体。由此得积分形式的控制方程如下

$$\left. \begin{aligned} \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau + \int_S \rho V_n ds &= 0 \\ \int_V \frac{\partial(\rho \bar{V})}{\partial t} d\tau + \int_S \rho V_n \bar{V} ds &= \int_S p_n ds \\ \int_V \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} d\tau + \int_S \rho V_n E ds &= \int_S r_n \bar{V} ds \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

我们将(1)式中三个方程用一个统一的形式写出

$$\int_V \frac{\partial \rho^*}{\partial t} d\tau + \int_S \rho^* V_n ds = \int_S T ds \quad (2)$$

式中  $\rho^*$  是广义密度, 分别代表  $\rho, \rho \bar{V}, \rho E, T$  是广义表面应力, 分别代表  $0, p_n, p_n \cdot \bar{V}$ 。

2. 计算方法

考虑如图 1 所示的微元体, 得守恒型差分格式如下:

$$\begin{aligned}
 U_{i,i}^{n+1} W_{i,i} &= U_{i,i}^n W_{i,i} + \Delta t [A_{i-\frac{1}{2},i} U_{i-\frac{1}{2},i}^n V_{i-\frac{1}{2},i}^n \\
 &\quad - A_{i+\frac{1}{2},i} U_{i+\frac{1}{2},i}^n V_{i+\frac{1}{2},i}^n + A_{i,i-\frac{1}{2}} U_{i,i-\frac{1}{2}}^n V_{i,i-\frac{1}{2}}^n \\
 &\quad - A_{i,i+\frac{1}{2}} U_{i,i+\frac{1}{2}}^n V_{i,i+\frac{1}{2}}^n] + \Delta t S_{i,i}^n \quad (3)
 \end{aligned}$$

式中  $U$  代表  $\rho, \rho V_r, \rho V_z, \rho E, S_{i,i}^n$  表示  $\int_s T ds$  的差分。这里体积

$$W_{i,i} = \pi (r_{i+\frac{1}{2}}^2 - r_{i-\frac{1}{2}}^2) (z_{i+\frac{1}{2}} - z_{i-\frac{1}{2}})$$

面积

$$A_{i,i-\frac{1}{2}} = A_{i,i+\frac{1}{2}} = A_i = \pi (r_{i+\frac{1}{2}}^2 - r_{i-\frac{1}{2}}^2)$$

$$A_{i-\frac{1}{2},i} = 2\pi r_{i-\frac{1}{2}} (z_{i+\frac{1}{2}} - z_{i-\frac{1}{2}})$$

$$A_{i+\frac{1}{2},i} = 2\pi r_{i+\frac{1}{2}} (z_{i+\frac{1}{2}} - z_{i-\frac{1}{2}})$$

$$U_{i+\frac{1}{2},i}^n = \frac{1}{2} (U_{i,i}^n + U_{i+1,i}^n)$$

$$U_{i,i+\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{2} (U_{i,i}^n + U_{i,i+1}^n)$$

这里采用的通量修正输运是 Zalesak<sup>[9]</sup> 的严格的多维算法。FCT 的主要思想是对基本的输运格式, 加上充分强的扩散以确保正性, 其反扩散步除去超过稳定要求的扩散。对一些可压流问题的处理证实了这种保持正性的方法优于传统的方法, 尤其对存在强激波的问题。

首先, 用守恒型差分格式得到 FCT 算法的输运步, 即

$$\begin{aligned}
 U_{i,i}^T W_{i,i} &= U_{i,i}^n W_{i,i} + \Delta t [A_{i-\frac{1}{2},i} U_{i-\frac{1}{2},i}^n V_{i-\frac{1}{2},i}^n \\
 &\quad - A_{i+\frac{1}{2},i} U_{i+\frac{1}{2},i}^n V_{i+\frac{1}{2},i}^n + A_{i,i-\frac{1}{2}} U_{i,i-\frac{1}{2}}^n V_{i,i-\frac{1}{2}}^n \\
 &\quad - A_{i,i+\frac{1}{2}} U_{i,i+\frac{1}{2}}^n V_{i,i+\frac{1}{2}}^n] + \Delta t S_{i,i}^n \quad (4)
 \end{aligned}$$

加扩散于输运量  $U_{i,i}^T W_{i,i}$ , 得输运和扩散量如下

$$\begin{aligned}
 U_{i,i}^D W_{i,i} &= U_{i,i}^T W_{i,i} + v_{i+\frac{1}{2},i} W_{i+\frac{1}{2},i} (U_{i+1,i}^n - U_{i,i}^n) \\
 &\quad - v_{i-\frac{1}{2},i} W_{i-\frac{1}{2},i} (U_{i,i}^n - U_{i-1,i}^n) \\
 &\quad + v_{i,i+\frac{1}{2}} W_{i,i+\frac{1}{2}} (U_{i,i+1}^n - U_{i,i}^n) - v_{i,i-\frac{1}{2}} W_{i,i-\frac{1}{2}} (U_{i,i}^n - U_{i,i-1}^n) \quad (5)
 \end{aligned}$$

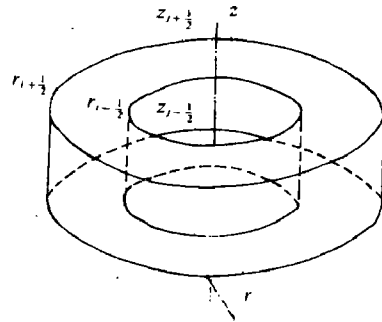


图 1 微元体示意图

Fig. 1 Fluid element scheme

$$\text{式中 } W_{i\pm\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2}(W_{i,j} + W_{i\pm 1,j}), W_{i,j\pm\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(W_{i,j} + W_{i,j\pm 1}),$$

$$v_{i\pm\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{i\pm 1,j}), v_{i,j\pm\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{i,j\pm 1}),$$

$v_{i\pm\frac{1}{2},j}$  和  $v_{i,j\pm\frac{1}{2}}$  是扩散系数。

记(4)式中  $U_{i,j}^T$  在  $r, z$  方向的输运分量为  $U_{i+1,j}^T, U_{i,j}^T$ , 定义反扩散通量为

$$F_{i+\frac{1}{2},j} = \mu_{i+\frac{1}{2},j} W_{i+\frac{1}{2},j} (U_{i+1,j}^T - U_{i,j}^T),$$

$$F_{i,j+\frac{1}{2}} = \mu_{i,j+\frac{1}{2}} W_{i,j+\frac{1}{2}} (U_{i,j+1}^T - U_{i,j}^T)$$

式中  $\mu_{i+\frac{1}{2},j}$  和  $\mu_{i,j+\frac{1}{2}}$  是反扩散系数。

采用 Zalesak 的多维反扩散通量限制方法, 及扩散通量乘以范围从 0 到 1 的系数  $C_{i+\frac{1}{2}}$  和  $C_{i,j+\frac{1}{2}}$  进行限制, 得修正后的通量

$$F_{i+\frac{1}{2},j}^c = C_{i+\frac{1}{2},j} F_{i+\frac{1}{2},j}, \quad F_{i,j+\frac{1}{2}}^c = C_{i,j+\frac{1}{2}} F_{i,j+\frac{1}{2}}$$

扩散系数  $\nu = (1/6) + (1/3)\varepsilon^2$  和反扩散系数  $\mu = (1/6) - (2/3)\varepsilon^2$ , 见文献 [10]。修正因子  $C$  的取法见文献 [5-10]。 $\varepsilon = V(\Delta t/\Delta x)$  为 Courant 数。在  $r$  方向,  $V = V_r, \Delta x = \Delta r$ ; 在  $z$  方向,  $V = V_z, \Delta x = \Delta z$ 。

加修正的反扩散通量于输运和扩散后的量  $U_{i,j}^{T,p}$ , 得

$$U_{i,j}^{T,p} W_{i,j} = U_{i,j}^T W_{i,j} - (F_{i+\frac{1}{2},j}^c - F_{i-\frac{1}{2},j}^c) - (F_{i,j+\frac{1}{2}}^c - F_{i,j-\frac{1}{2}}^c) \quad (6)$$

由此, 得到下一时间步长的  $\rho_{i,j}^{n+1}, (\rho V_r)_{i,j}^{n+1}, (\rho V_z)_{i,j}^{n+1}$  和  $(\rho E)_{i,j}^{n+1}$ 。由  $E = e + (1/2)(V_r^2 + V_z^2)$  和状态方程  $p = (\gamma - 1)\rho e$ , 可得  $V_{r,i,j}^{n+1}, V_{z,i,j}^{n+1}$  和  $p_{i,j}^{n+1}$ 。由这些值, 开始下一时间步长的计算。

本文采用 CFL 条件来计算此显式差分格式推进的时间步长, 即

$$\Delta t = \min_{i,j} \left[ \frac{\min(\Delta r_i, \Delta z_j)}{a_{i,j} + \sqrt{V_{r,i,j}^2 + V_{z,i,j}^2}} \right]$$

式中  $\Delta r_i = r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}}, \Delta z_j = z_{j+\frac{1}{2}} - z_{j-\frac{1}{2}}, a_{i,j}$  为当地音速, 等于  $[\gamma p_i / \rho_{i,j}]^{1/2}$ 。

### 3. 边界处理

本文的膛口流场问题, 由于忽略弹丸影响, 故仅考虑三种边界条件: 流入边界, 流出边界和固定的固体边界。

(1) 对固定的固体边界和对称轴上的边界, 要求跨过边界的所有输运性质的量的通量为零。

(2) 对流入边界, 也为初值条件, 给定各变量值。

(3) 对流出边界, 采用公式  $U_i = U_{i-1}$  外推。

### 3. 计算结果

本文具体计算了美 M-16 5.56 毫米自动步枪的膛口流场, 并且与 Schmidt<sup>[11]</sup> 的实验结果进行比较。采用膛内的起始条件如图 2 所示<sup>[11]</sup>。炮膛口径  $d = 5.56$  毫米, 弹丸速度  $V_{e0} =$

945米/秒。网格分布非均匀， $r$ 方向用40个网格， $z$ 方向用55个网格。

图3给出了马赫盘和冲击波随时间的变化，在此图中同时也标出了Schmidt的实验数据。从图中看出，数值计算结果与实测值有较好的一致性。

图4给出了在 $t = 40$ 微秒时沿中心线的压力和速度分布。从图中看出，在膛口和马赫盘之间，气流迅速膨胀，压力剧降，速度剧增。气流经正激波（马赫盘）后压力陡增，速度剧降。

在不同的时间以及 $z/d = 4$ 的条件下，压力随 $r/d$ 的分布曲线如图5所示。在图中能够识别出击波和射流内激波的位置。

图6—11表示了时间 $t = 18.40、31.44、44.53$ 微秒时，膛口流场速度向量图和等压线图（压力范围从 $10^8 \sim 10^{10}$  Pa）。如图所示，沿中心线上的外冲击波的包络线最早的位置分别在 $z/d \approx 4.5、8.7、11$ 处。马赫盘的位置也同样可以识别出来。

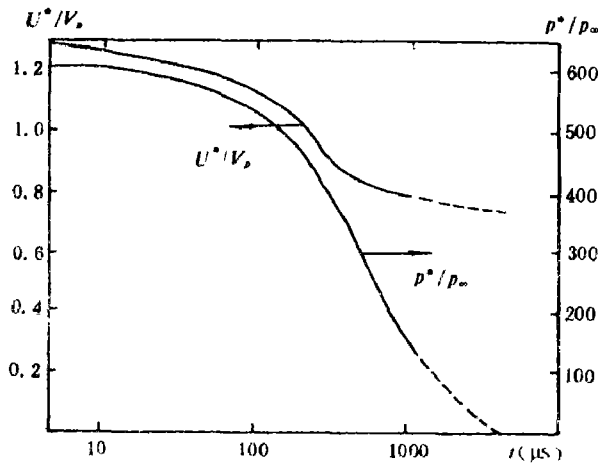


图2 流空过程中膛口火药气体性质  
Fig.2 Muzzle propellant gas properties in emptying process

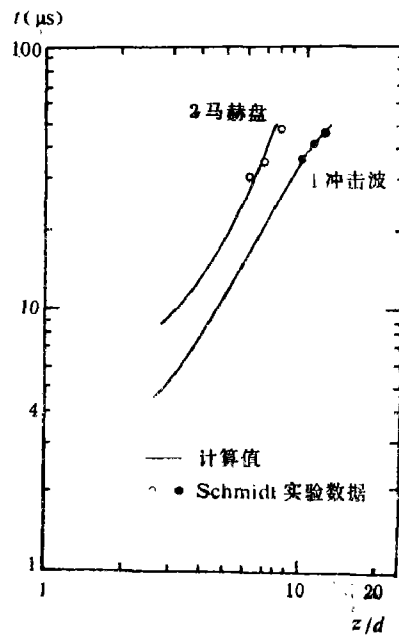


图3 美M-16 5.56毫米自动步枪的  
马赫盘和冲击波计算结果  
Fig.3 Computational results of  
Mach disc and blast wave of  
U.S.A. M-16 5.56mm rifle  
1—Blast wave, 2—Mach disc,  
—Calculated, ○ Experimental  
data by Schmidt

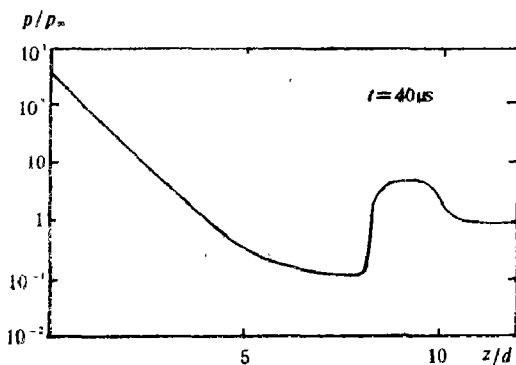


图4—1 沿中心线的压力分布  
Fig.4-1 Pressure distribution along the center line

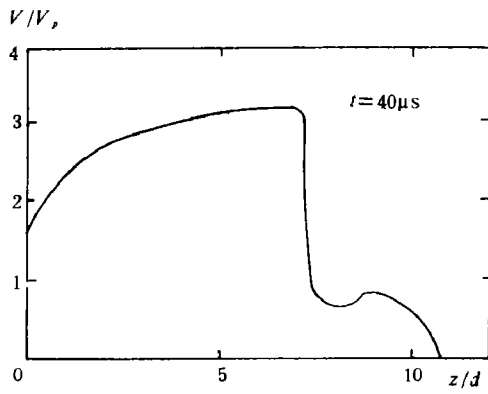
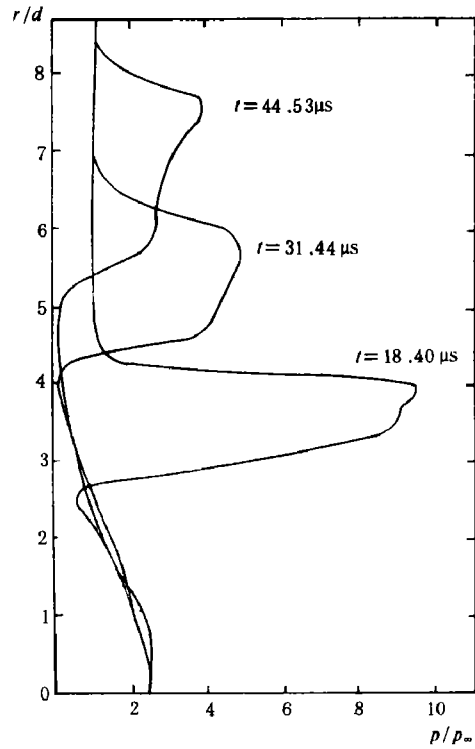


图4—2 沿中心线的速度分布  
Fig.4—2 Velocity distribution along the center line



► 图5  $z/d=4$  条件下的压力分布曲线  
Fig.5 Pressure distribution curves under the condition of  $z/d=4$

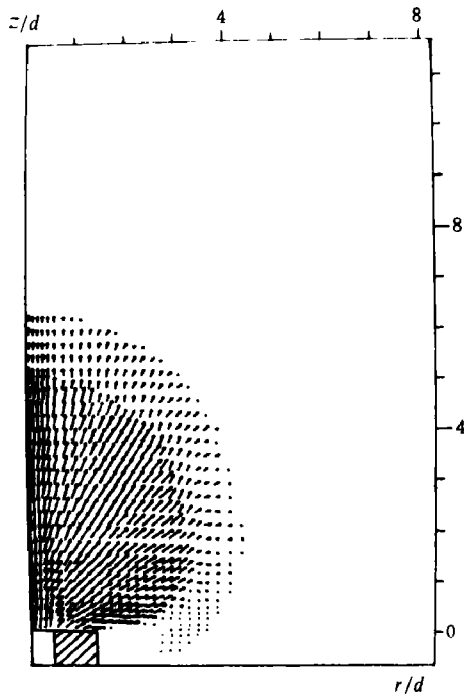


图6  $t=18.4 \mu s$  的速度矢量图  
Fig.6 Velocity vector diagram at  $t=18.4 \mu s$

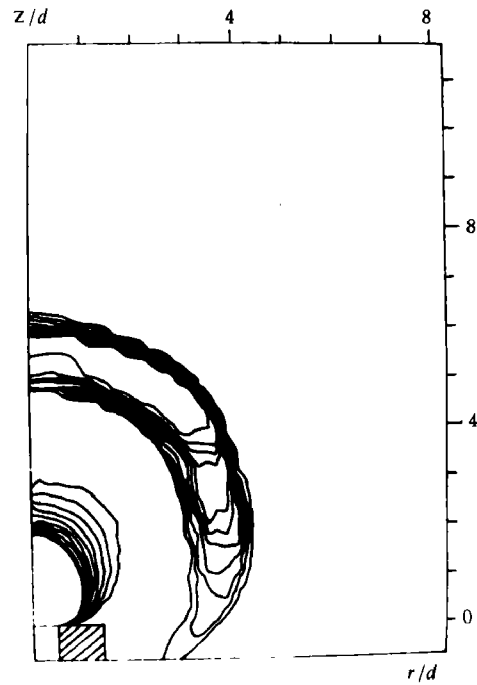


图7  $t=18.4 \mu s$  的等线图  
Fig.7 Isobar diagram at  $t=18.4 \mu s$

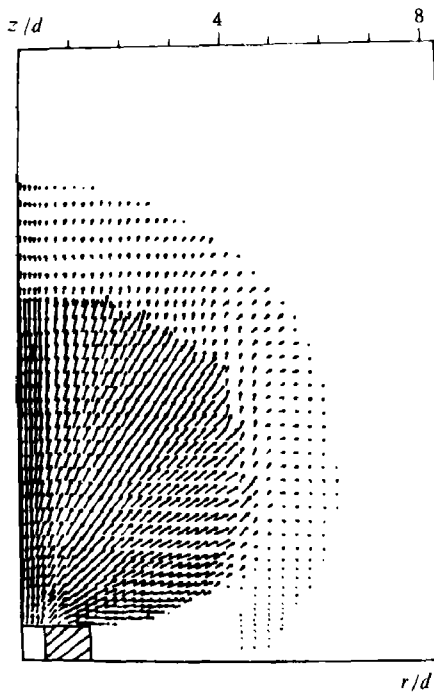


图8  $t = 31.44 \mu\text{s}$  的速度矢量图

Fig. 8 Velocity vector diagram at  $t = 31.44 \mu\text{s}$

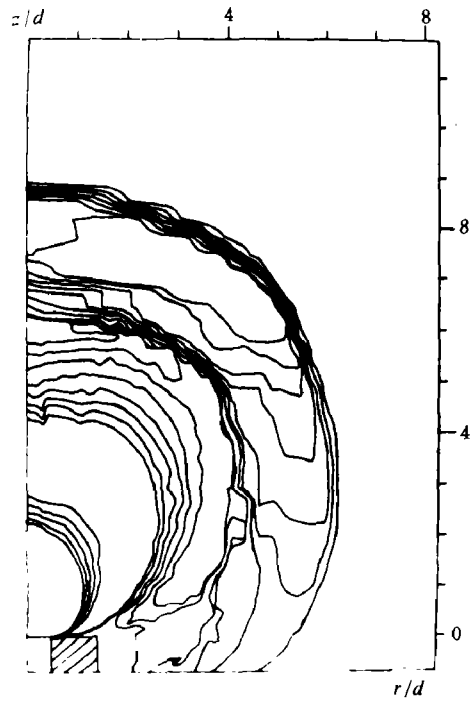


图9  $t = 31.44 \mu\text{s}$  的等压线图

Fig. 9 Isobar diagram at  $t = 31.44 \mu\text{s}$

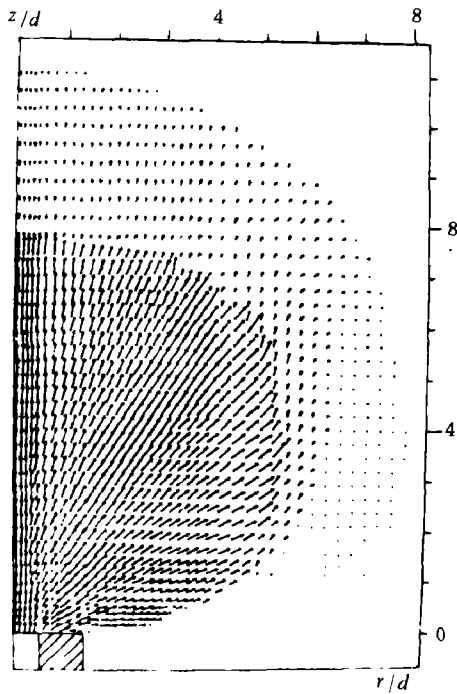


图10  $t = 44.53 \mu\text{s}$  的速度矢量图

Fig. 10 Velocity vector diagram at  $t = 44.53 \mu\text{s}$

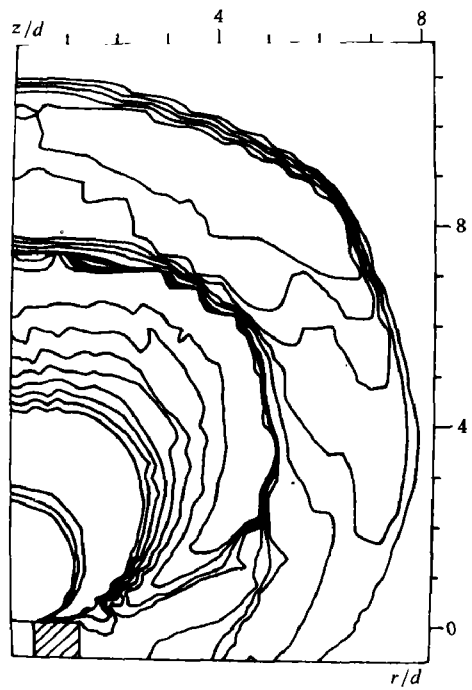


图11  $t = 44.53 \mu\text{s}$  的等压线图

Fig. 11 Isobar diagram at  $t = 44.53 \mu\text{s}$

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Schmidt, E. M. and shear, D. D., *AIAA J.*, **13** (1975), 1086.
- [ 2 ] Schmidt, E. M., Gion, E. J., and Fansler, K. S., A parametric study of the muzzle blast from a 20mm cannon, *ADA105531*, Aug., (1981).
- [ 3 ] Erdos, J. and Del Guidice, P., *AIAA J.*, **13** (1975), 1048.
- [ 4 ] Taylor, T. D. and Lin, T. C., *AIAA J.*, **19** (1981), 346.
- [ 5 ] Boris, J. P. and Book, D. L., *J. Comput. phys.*, **11** (1973), 38.
- [ 6 ] Book, D. L., Boris, J. P., and Hain, K. H., *J. Comput. phys.*, **18** (1975), 248.
- [ 7 ] Boris, J. P. and Book, D. L., *J. Comput. Phys.*, **20** (1976), 397.
- [ 8 ] Boris, J. P. and Book D. L., *Methods in Computational physics* Academic Press, New York; Vol. 16, (1976), 85.
- [ 8 ] Zalesak, S. T., *J. Comput. Phys.*, **31** (1979), 335.
- [ 10 ] Guirguis, R. H., Two-Dimensional Flux-Corrected Transport, *ADA128364*, (1983).

## NUMERICAL SIMULATION OF MUZZLE FLOWFIELD

You Guozhao, Wei Qi

*(East China Institute of Technology, Nanjing, China)*

**ABSTRACT** The numerical simulation of muzzle flowfield including Mach disc and muzzle blast wave is the object of this investigation. The existence of Mach disc was often not easy to be detected by the numerical methods used in the past. FCT (Flux-Corrected Transport) method was provided by Boris and Bood, <sup>[5,6]</sup> its basic idea is to add sufficiently strong diffusion to any convective scheme to ensure positivity, its antidiffusion step removes the excess diffusion for stability requirement. Such method of positivity preservation is superior to traditional methods, especially when strong shock exists. This paper adopts a fully two-dimensional FCT method improved by Zalesak to numerically simulate the unsteady axisymmetrical muzzle flowfield without muzzle devices, and presents the computational results of the development process of Mach disc and blast wave in muzzle flow at the early stage of exhausting process for a USA M-16 5.56mm rifle. The location and shape of the Mach disc and the bottle shock could be clearly recognized from the diagrams of isobar and velocity vector. The numerical results are in good agreement with those of the Schmidt's experiment. Such results are encouraging, and have made helpful preparation for developing more complex numerical simulation of muzzle flowfield (considering projectile, muzzle devices and so on).

**KEY WORDS** numerical simulation, blast wave, muzzle flowfield.