

# 弹粘塑性圆管中动应力集中的数值计算研究\*

刘凯欣 董毓新

(大连理工大学)

**摘要** 本文采用沿次特征线积分方法, 求解纵向冲击载荷作用下弹粘塑性圆管的动应力集中问题。数值计算结果表明: 动应力集中的发生位置取决于圆管的壁厚与外环半径之比, 圆管内各点最大拉应力中的极值依赖于冲击载荷的升载时间及圆管的材料特性。本文研究了避免发生动应力集中的条件, 并同相对应的圆柱体的数值计算结果进行了比较。

**关键词** 数值解析 纵向冲击 圆管 应力波 动应力集中

## 1. 引言

物体在冲击载荷作用下, 由于应力波的传播、反射, 往往在物体的某个部位产生较大的应力, 这种由应力波引起的应力集中(以后简称为动应力集中)不但可能发生于物体的孔洞等缺陷处, 而且可能发生于静力学根本无法解释的无缺陷处<sup>[1]</sup>。物体内动应力集中问题是冲击载荷作用下材料及结构强度设计的关键课题之一。

对冲击载荷作用下弹性及弹粘塑性圆柱体的动应力集中问题, 笔者通过数值计算进行了研究<sup>[2,3]</sup>, 并同Kolsky的有关试验结果<sup>[4]</sup>进行了比较。对弹性圆管的动应力集中问题也进行了初步探索<sup>[5]</sup>。本文在此基础上, 采用沿次特征线数值积分的方法<sup>[6]</sup>, 对冲击载荷作用下弹粘塑性圆管的动应力集中问题进行了数值解析。分析了冲击载荷的形式、圆管的形状及材料特性对动应力集中的发生位置及其极值的影响。

## 2. 理论分析

如图1所示, 我们考虑内径 $2R_1$ 、外径 $2R_2$ 、长 $L_0$ 的弹粘塑性圆管在一端受速度为 $V_0(t)$ 的冲击载荷作用时的二维应力波问题。采用圆柱坐标 $(r, \theta, z)$ , 将圆管的中心轴作为 $z$ 轴。由于其轴对称性, 轴向应力 $\sigma_z$ 及速度 $v_z$ , 径向应力 $\sigma_r$ 及速度 $v_r$ , 环向应力 $\sigma_\theta$ , 剪应力 $\sigma_{rz}$ 等均与 $\theta$ 轴无关, 取 $\theta = 0$ 的计算面, 其运动方程式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= \rho \frac{\partial v_r}{\partial t} \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} &= \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

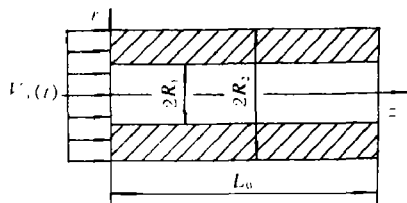


图1 圆管与座标系

Fig. 1 Coordinate system for a circular tube

\*本课题为国家自然科学基金资助项目

1989年6月20日收到原稿, 1990年5月3日收到修改稿

式中  $\rho$  为材料的密度。弹粘塑性材料的本构关系由式 (2) 表示<sup>1,7</sup>

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{2G} \dot{s}_{ij} + \langle \hat{D} \rangle s_{ij} & (\sqrt{J_2} > \hat{\tau}^*) \\ \dot{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{2G} \dot{s}_{ij} & (\sqrt{J_2} \leq \hat{\tau}^*) \\ \dot{\varepsilon}_{kk} &= \frac{1}{3K_1} \dot{\sigma}_{kk} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中  $e_{ij}$ 、 $s_{ij}$  分别表示应变偏张量及应力偏张量， $\varepsilon_{ij}$ 、 $\sigma_{ij}$  分别表示应变张量及应力张量，符号  $\dot{\phantom{x}}$  表示对时间  $t$  的偏微分， $J_2$  表示应力偏张量的二次不变量， $\hat{\tau}^*$  表示抵抗位错运动的极限应力 (back stress)， $G$  表示剪切模量， $K_1$  表示体积模量。当材料的非弹性应变较小，且不考虑温度变化时，粘塑性项  $\langle \hat{D} \rangle$  可由式 (3) 表示<sup>7</sup>。

$$\langle \hat{D} \rangle = \frac{\eta^*}{\sqrt{J_2}} \exp \left[ \frac{-D'}{\sqrt{J_2} - \hat{\tau}^*} \right] \quad (3)$$

式中  $\eta^*$ 、 $D'$  分别表示扩散频率系数及应变率依存性系数。为简化计算，采用下列无量纲变量

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{c_1}{r_0} t, \quad \eta = \frac{r}{r_0}, \quad \xi = \frac{z}{r_0}, \quad u = \frac{v_z}{c_1} \\ v &= \frac{v_z}{c_1}, \quad p = \frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{2\rho c_1^2}, \quad q = \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2\rho c_1^2} \\ s &= \frac{\sigma_z}{\rho c_1^2}, \quad n = \frac{\sigma_{zz}}{\rho c_1^2}, \quad \langle \hat{D} \rangle = \rho r_0 c_1 \langle \hat{D} \rangle \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中  $c_1 = [E(1-\nu)/\rho(1-2\nu)(1+\nu)]^{1/2}$  为膨胀波波速， $c_2 = (G/\rho)^{1/2}$  为剪切波波速， $r_0$  为基准长度，在数值计算中取圆管的壁厚 ( $R_2 - R_1$ ) 为  $r_0$ 。由式 (4) 将式 (1)、(2) 无量纲化，并考虑到连续性条件，经整理后得出下式

$$\mathbf{L}(\mathbf{W}) = \mathbf{A}^r \mathbf{W}_r + \mathbf{A}^\eta \mathbf{W}_\eta + \mathbf{A}^\xi \mathbf{W}_\xi - \mathbf{B} = \mathbf{0} \quad (5)$$

式中的矢量  $\mathbf{W}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{0}$ ，及矩阵  $\mathbf{A}^r$ 、 $\mathbf{A}^\eta$ 、 $\mathbf{A}^\xi$  的具体形式表示如下

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ p \\ q \\ s \\ n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2q/\eta \\ n/\eta \\ u/\eta - 2\langle \hat{D} \rangle (p-s)/3 \\ -u/\eta - 2\langle \hat{D} \rangle q \\ 2\langle \hat{D} \rangle (p-s)/3 \\ -2\langle \hat{D} \rangle n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}^r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & Q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q & 0 & N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}^\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}^\xi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

式中的  $\mathbf{W}_r$ 、 $\mathbf{W}_\eta$ 、 $\mathbf{W}_\xi$  分别表示矢量  $\mathbf{W}$  对无量纲变量  $\tau$ 、 $\eta$ 、 $\xi$  的偏导数。矩阵  $\mathbf{A}^r$  中的常数  $k$ 、

$M, N, Q$  如下所示

$$k = \frac{c_1}{c_2}, \quad M = \frac{k^4}{3k^2 - 4}$$

$$N = \frac{k^2(k^2 - 1)}{3k^2 - 4}, \quad Q = \frac{k^2(2 - k^2)}{3k^2 - 4}$$

式 (5) 是一个含 3 个独立变量  $(\tau, \eta, \xi)$ ，并由 6 个一次偏微分方程式组成的半线性偏微分方程组。可由沿次特征线数值积分的方法<sup>[6]</sup>求解。

由式 (5) 的特征方程可求得一般点  $(\tau_a, \eta_a, \xi_a)$  为顶点的特征圆锥，其表达式为

$$c^2 (\tau - \tau_a)^2 = (\eta - \eta_a)^2 + (\xi - \xi_a)^2 \quad (6)$$

式中无量纲波速  $c$  的值为  $\pm 1, \pm 1/k$ ，分别表示膨胀波及剪切波的波速，正负符号分别表示应力波的传播方向与座标正向相同或相反。特征圆锥面的母线即次特征线的表达式如式 (7) 所示

$$\left. \begin{aligned} \eta - \eta_a &= c (\tau - \tau_a) \cos \alpha \\ \xi - \xi_a &= c (\tau - \tau_a) \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中  $\alpha$  是次特征线同  $\tau$  轴构成的平面与  $\eta$  轴的夹角。如图 2 所示，分别取  $\alpha = 0, \pi/2, \pi,$

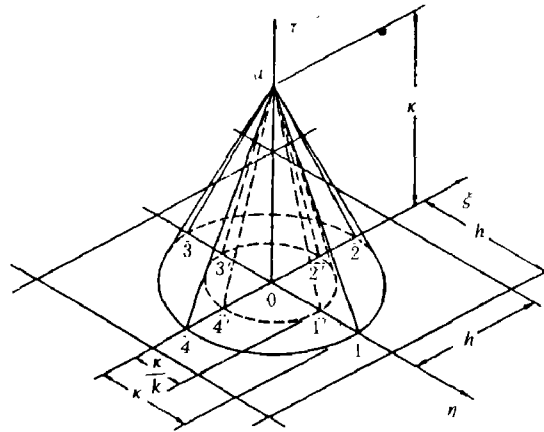


图 2 次特征线

Fig. 2 Bicharacteristics

$3\pi/2$ ，共得到 8 条次特征线。对这 8 条次特征线上的微分关系式进行积分，再将式 (5) 沿  $\tau$  轴积分，经整理可得到精度为  $\kappa^3$  的差分方程组

$$\delta u - \frac{\kappa}{\eta} \delta q = \frac{\kappa^2}{2} \left[ \frac{H_2}{k^2} \left( \frac{u_{\eta 0}}{\eta} - \frac{u_0}{\eta^2} \right) + u_{\eta \eta 0} + \frac{u_{\xi \xi 0}}{k^2} + \frac{H_1}{k^2} v_{\eta \xi 0} \right.$$

$$\left. - \frac{2}{3k^2} (D_{\eta 0} p_0 - D_0 p_{\eta 0} - D_{\eta 0} s_0 - D_0 s_{\eta 0} + 3 D_0 q_{\eta 0} \right.$$

$$\left. + 3 D_{\xi 0} n_0 + 3 D_0 n_{\eta 0} \right) + \kappa \left( p_{\eta 0} + q_{\eta 0} + \frac{2}{\eta} q_0 + n_{\xi 0} \right) \quad (8.1)$$

$$\delta v - \kappa \delta n / 2 \eta = (\kappa^2 / 2k^2) [H_2 u_{\xi 0} / \eta + H_1 u_{\eta \xi 0} + v_{\eta \eta 0} + k^2 v_{\xi \xi 0} + (4/3)(D_{\xi 0} p_0$$

$$+ D_0 p_{z0} - D_{s0} s_0 - D_0 s_{z0} - 2 (D_{n0} n_0 + D_0 n_{n0}) + \kappa \left( s_{z0} + \frac{n_0}{\eta} + n_{n0} \right) \quad (8.2)$$

$$-\frac{\kappa H_2}{2k^2 \eta} \delta u + \left( 1 + \frac{H_3}{3} \right) \delta p + (1 + H_3) \delta q - \frac{H_3}{3} \delta s = \frac{\kappa^2}{2} \left[ p_{n\tau 0} + q_{n\tau 0} + \frac{2q_{n0}}{\eta} - \frac{2H_1}{k^2} n_{n\tau 0} + \frac{H_2}{k^2} \left( s_{z0} + \frac{n_{z0}}{\eta} \right) \right] + \kappa \left[ u_{n0} + \frac{H_2}{k^2} \left( \frac{u_0}{\eta} + v_{z0} \right) - \frac{D_a + D_0}{3k^2} (p_0 + 3q_0 - s_0) \right] \quad (8.3)$$

$$\frac{\kappa}{2\eta} \delta u + (k^2 + \kappa D_a) \delta q = \frac{\kappa^2}{2} \left( p_{n\tau 0} + q_{n\tau 0} + \frac{2q_{n0}}{\eta} - \frac{2q_0}{\eta^2} + n_{n\tau 0} \right) + \kappa \left[ u_{n0} - \frac{u_0}{\eta} - (D_a + D_0) q_0 \right] \quad (8.4)$$

$$\left( N + \frac{\kappa D_a}{3} \right) \delta s - \left( \frac{H_2}{H_1} + \frac{\kappa D_a}{3} \right) \delta p = \frac{\kappa^2}{2} \left( n_{n\tau 0} + \frac{n_{z0}}{\eta} + s_{z0} \right) + \kappa \left[ v_{z0} + \frac{D_a + D_0}{3} (p_0 - s_0) \right] \quad (8.5)$$

$$(k^2 + \kappa D_a) \delta n = \frac{\kappa^2}{2} \left( p_{n\tau 0} + q_{n\tau 0} + \frac{2q_{z0}}{\eta} + s_{n\tau 0} + n_{n\tau 0} + n_{z\tau 0} \right) + \frac{n_{n0}}{\eta} - \frac{n_0}{\eta^2} + \kappa (u_{z0} + v_{n0} - (D_a + D_0) n_0) \quad (8.6)$$

式中增量  $\delta W = W_a(\tau, \eta, \xi) - W_0(\tau - \kappa, \eta, \xi)$ , 下标  $a, 0$  分别表示在  $a, 0$  点的值 (参见图 2), 下标  $\eta, \xi$  分别表示对  $\eta, \xi$  的偏微分;  $\kappa$  为数值计算中的无量纲时间步长;  $H_1 = k^2 - 1$ ,  $H_2 = k^2 - 2$ ,  $H_3 = \kappa D_a / 3k^2$ . 通过式 (8) 可由 0 点上的已知量求得  $a$  点上的未知量  $\delta u, \delta v, \delta s, \delta p, \delta q, \delta n$ .  $D_a$  也是未知量, 由于  $D_a$  是  $a$  点上各变量的函数, 因此可用逐次近似的方法求出。

圆管的受冲击端面, 自由端面及内、外侧表面的边界条件如式 (9) 所示。

$$\left. \begin{aligned} v &= V(\tau), & n &= 0 & (\xi &= 0) \\ s &= 0, & n &= 0 & \left( \xi = \frac{L_0}{r_0} \right) \\ p + q &= 0, & n &= 0 & \left( \eta = \frac{R_1}{r_0} \right) \\ p + q &= 0, & n &= 0 & \left( \eta = \frac{R_2}{r_0} \right) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中负荷函数  $V(\tau) = V_0(t) / c_1$ , 其具体形式如下所示 (参照图 3)。

$$V(\tau) = \begin{cases} 5V_m \tau / \tau_r & (\tau \leq \tau_r) \\ 5V_m & (\tau_r < \tau) \end{cases} \quad (10)$$

式中  $V_m$  表示使材料达到弹性极限的无量纲冲击速度 ( $= -\hat{\tau}^* / (\rho c_1^2)$ );  $\tau_r$  表示无量纲升载

时间。

在圆管的边界上，可供使用的次特征线的数量要少于一般点，可由边界条件加以补充，亦可分别导出边界上的关于增变量的计算式。

另外，为了确定材料特性的影响，假定下列三种材料进行了数值计算：材料（I）： $\bar{\tau}_1^* = \bar{\tau}^*$ ；材料（II）： $\bar{\tau}_2^* = 1.7\bar{\tau}^*$ ；材料（III）： $\bar{\tau}_3^* = 5.0\bar{\tau}^*$ 。显而易见，在式（10）所示的冲击载荷作用下，材料（I）、（II）将弹粘塑性变形，材料（III）将弹性变形。

### 3. 计算结果及分析

数值计算中我们取圆管的长  $L_0 = 6 \text{ cm}$ ，基准半径  $r_0 = 1 \text{ cm}$ ，材料常数取低碳钢的值<sup>[7]</sup>， $E = 205.8 \text{ GPa}$ ， $\nu = 0.25$ ， $\rho = 7.86 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}^4$ ， $\bar{\tau}^* = 2.758 \times 10^2 \text{ MPa}$ ， $\eta^* = 1437 \text{ s}^{-1}$ ， $D' = 2.482 \times 10^2 \text{ MPa}$ 。取无量纲步长  $h = 1/20$ ，无量纲时间步长  $\kappa = 0.25/h$  时，下列各计算例中的圆管的入射能量与圆管的内能之相对误差的绝对值均小于 3%。

#### 1. 动应力集中的发生位置

由应力波的传播、反射而引起的物体内动态拉应力的集中，是受冲击物体发生脆性破坏的主要原因。特别是对于抗拉强度显著低于抗压强度的脆性材料，在冲击载荷作用下发生破坏的部位，同由于动应力集中而产生极大的拉应力的位置是相互对应的<sup>[3]-[5]</sup>。为此，我们通过数值计算求得了在冲击载荷作用下圆管内各点产生的无量纲最大拉应力  $\sigma_{\max}/V_m$  的分布状况。事实上，冲击载荷作用下圆管内的应力分布是瞬时变化的，为获取圆管内各点在  $0 \sim \tau$  时间内的极值，我们先求得在  $\tau$  时间内每个时刻中各点的最大主应力  $\sigma_1(\tau) = \max\{[(s+p+q)/2 \pm ((s-p-q)^2/4+n^2)^{1/2}, p-q]\}$ ，再从中选取极值做为圆管内各点的  $\sigma_{\max}$ 。由于本文各算例中在  $\tau > 10$  后各点的  $\sigma_{\max}$  值均无明显强加，故取计算时间  $\tau = 10$ 。

三种材料的壁厚与外径之比  $H[(R_2 - R_1)/R_2] = 0.91$  的圆管，在  $\tau = 1$  的冲击载荷作用下至  $\tau = 10$  时间内产生的最大拉应力  $\sigma_{\max}/V_m$  在  $\eta - \xi$  面上的分布如图 4 所示。

图中圆管内侧附近的  $\sigma_{\max}/V_m$  值较大，既在圆管的内侧发生了动态拉应力集中。其应力成分主要是  $\sigma_{\theta}$ 。在同样的冲击载荷作用下，材料（III）处于弹性变形状态，其应力集中状况较为明显；而材料（II），（I）由于材料粘塑性效应的影响，其动应力集中状况被缓解，且材料越软， $\sigma_{\max}/V_m$  值越小。

图 5 表示三种材料的  $H = 0.17$  圆管的  $\sigma_{\max}/V_m$  在  $\eta - \xi$  面上的分布状况。其它计算条件与图 4 相同。此计算例同样显示出材料的粘塑性效应对动应力集中状况的缓解作用，但  $\sigma_{\max}/V_m$  的分布状况与图 4 大不相同。由此可见，圆管的形状支配着动态拉应力集中的状态。另外，在  $H < 0.3$  且  $\tau_r > 3.3$  条件下， $\xi - \eta$  面上最大拉应力的分布较为均匀（图略），而且其数值也很小（参见图 6, 7），可认为上述条件是减轻圆管内动态拉应力集中程度的主要途径。

#### 2. 动态拉应力的极值

在各种计算条件下求得的圆管在  $\tau = 10$  时间内产生的最大拉应力  $\sigma_{\max}$  的极值  $\sigma^* = \max(\sigma_{\max}(\tau, \eta, \xi))$  通过归纳整理，如图 6 及图 7 表示。如图 6 所示，在升载时间一致时，圆管

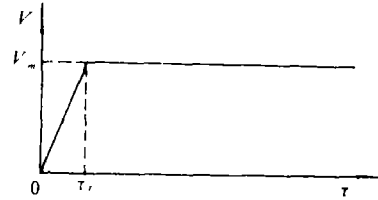
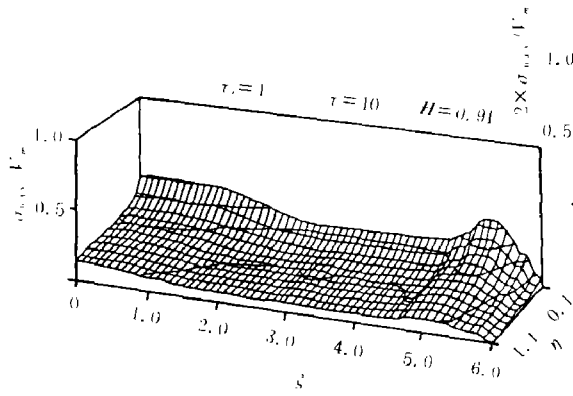
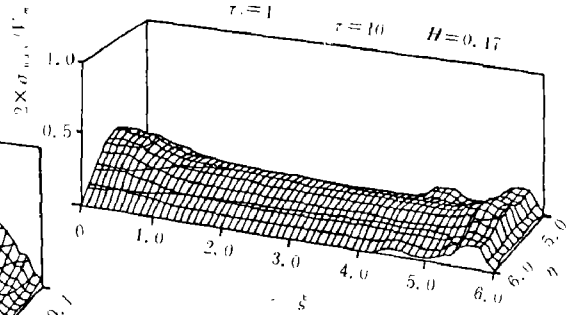


图 3 外加载荷

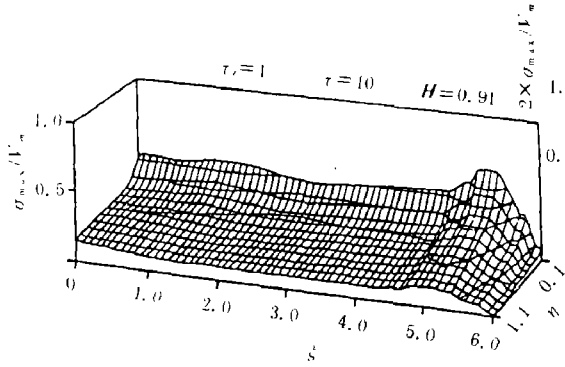
Fig. 3 Loading condition



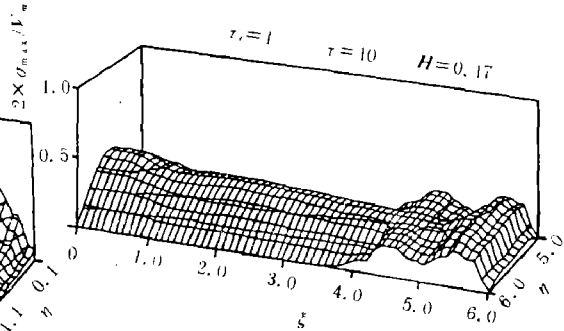
(a) 对于材料 (I)  
(a) For material (I)



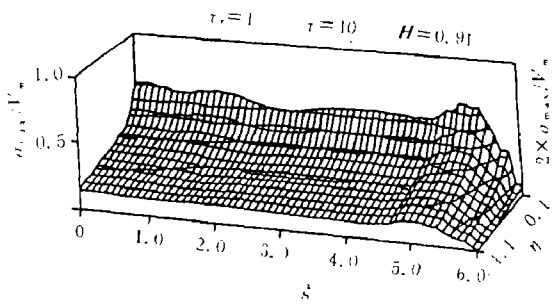
(a) 对于材料 (I)  
(a) For material (I)



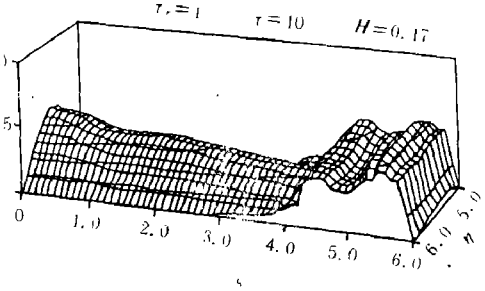
(b) 对于材料 (II)  
(b) For material (II)



(b) 对于材料 (II)  
(b) For material (II)



(c) 对于材料 (III)  
(c) For material (III)



(c) 对于材料 (III)  
(c) For material (III)

图4 最大拉应力的分布

图5 最大拉应力的分布

Fig. 4 The distribution of the maximum tensile stress

Fig. 5 The distribution of the maximum tensile stress

壁厚与外环半径之比  $H$  值越大, 材料越硬 ( $\dot{\epsilon}^*$  值越大), 动态拉应力的极值  $\sigma^*/V_m$  就越高。另外, 为参考起见, 在  $H=1.0$  处标出三种材料的实心圆柱体的计算结果<sup>[3]</sup>。显然, 圆管的  $H$  值近于 1 时 (其极限情况是轴心有一条贯穿裂纹的圆柱体), 其动应力集中的状况比实心圆柱体要严峻。并且, 其极值将出现于裂纹处 (参见图 4)。如图 7 所示, 在  $H$  值一定的条件, 在  $\tau_r \leq 3.3$  范围内  $\tau$  值越小, 材料越硬,  $\sigma^*/V_m$  值就越大;  $\tau_r > 3.3$  时,  $\sigma^*/V_m$  值的变化较为复杂, 但数值较小。

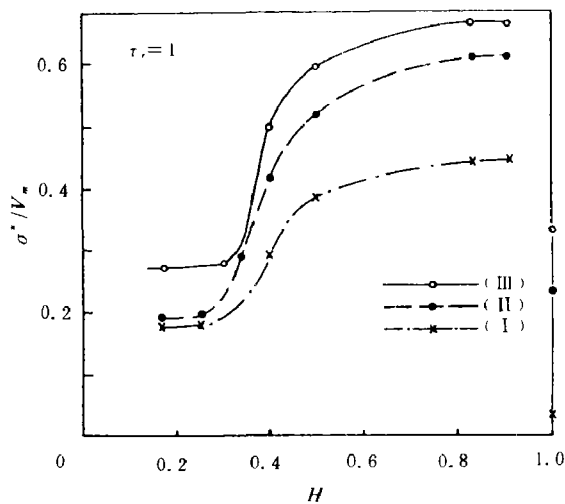


图 6 圆管的壁厚与外环半径之比对最大拉应力极值的影响

Fig. 6 The effect of the ratio of the thickness of the tube to the outside radius on the extreme value of the maximum stresses

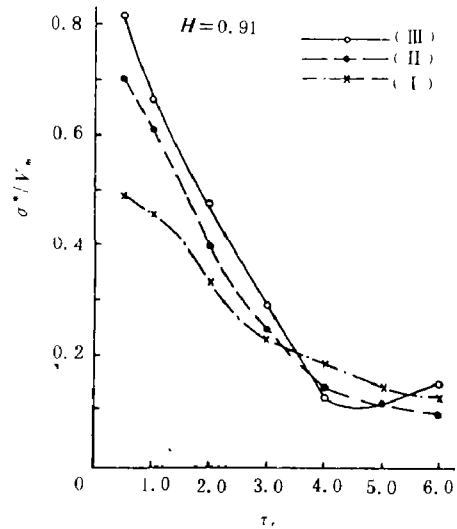


图 7 冲击载荷的升载时间对最大拉应力极值的影响

Fig. 7 The effect of the rise time of the applied impact on the extreme value of the maximum stresses

#### 4. 小结

数值计算结果表明: 在冲击载荷作用下, 圆管产生动应力集中的幅值取决于冲击载荷的升载时间  $\tau_r$ 、圆管的壁厚与外环半径之比  $H$  及圆管的材料特性; 而动应力集中的出现位置仅取决于圆管的壁厚与外环半径之比  $H$ ; 材料的粘塑性效应对动应力集中状况有缓解作用; 减低圆管内动应力集中程度的主要条件是  $H < 0.3$ 、 $\tau_r > 3.3$ 。上述结论对工程设计中减少或防止动应力集中及其危害是有实际意义的。

#### 参 考 文 献

- [1] 林卓夫, 日本材料学会志, 34 (383) (1985), 997.
- [2] 刘凯欣, 谷村真治, 台丸谷政志, 日本机械学会论文集, 53 (491A) (1987), 1239.
- [3] 刘凯欣, 谷村真治, 井垣久, 台丸谷政志, 日本材料学会志, 36 (411) (1987), 1309.
- [4] Kolsky, H., Stress Wave in Solids, Dover Pub., (1963), 183.
- [5] 刘凯欣, 谷村真治, 井垣久, 日本机械学会论文集, 54 (502A) (1988), 1284.

- [ 6 ] Clifton.R.J., Q.Appl. Mach., 25 ( 1 ) ( 1967 ), 97.  
[ 7 ] 谷村真治, 井垣久, 日本材料学会志, 29 ( 317 ) ( 1980 ), 137.

## NUMERICAL ANALYSIS OF THE DYNAMIC STRESS CON- CENTRATION IN ELASTIC/VISCOPLASTIC CIRCULAR TUBE

Liu Kaixin Dong Yuxin

(*Dalian University of Technology*)

**ABSTRACT** In this paper, the method of numerical integration along bicharacteristics is used to solve the problem of the dynamic stress concentration in the elastic/viscoplastic circular tube, when the longitudinal impact applied to the end face of the tube. By obtaining the numerical results, it is clearly demonstrated that, the positions of the dynamic stress concentration is dependent on the ratio of the thickness of the tube to the outside radius, the extreme value of the maximum tensile stresses in the tube is dependent on the rise time of the applied impact and nature of materials of the tube. The conditines to avoid occurrence of the dynamic stress concentration are investigated. The numerical results are compared with related numerical results of circular cylinder.

**KEY WORDS** numerical analysis, longitudinal impact, circular tube, stress wave, dynamic stress concentration.