

# 准一维拉氏分析方法及其在凝聚炸药 冲击波起爆研究中的应用

沈石

(长沙工学院应用物理系)

丁徽

(北京理工大学力学工程系)

**摘要** 本文提出了一种准一维拉氏分析方法,用二维拉氏实验方法测得的不同拉氏位置上的压力和径向位移的变化曲线作为输入量,就能求解二维冲击波起爆过程中对称轴附近的流场。作为初步应用,文中列出了在两种加载条件下,压装 TNT 的二维冲击波起爆过程的分析结果。

**关键词** 拉氏分析 二维流场 冲击波起爆

## 一、引言

非均质凝聚炸药冲击波起爆过程的动力学研究,近年来一直是爆轰领域中的一个重要研究方向,其重要性涉及到炸药的安全性和可靠性问题。

一维拉氏实验方法和一维拉氏分析方法于七十年代初开始用于研究领域<sup>[1~3]</sup>。将一维拉氏量计的测量结果作为输入量,用一维拉氏分析方法求解整个一维冲击波起爆流场,这对于深入理解冲击波起爆的动力学过程和进行数值模拟计算都是十分重要的。

将一维流场的三个基本方程沿迹线积分得

$$u - u_1 = -v_0 \int_{t_1}^t [(\frac{\partial p}{\partial h})_j - (\frac{\partial p}{\partial t})_k (\frac{\partial t}{\partial h})_j] dt \quad (1)$$

$$v - v_1 = \int_{t_1}^t [(\frac{\partial v}{\partial h})_j - (\frac{\partial u}{\partial t})_k (\frac{\partial t}{\partial h})_j] dt \quad (2)$$

$$E - E_1 = - \int_{t_1}^t p(t) (\frac{\partial v}{\partial t})_k dt \quad (3)$$

下标含义:“1”沿前导冲击波阵面;“h”沿迹线;“j”沿径线;“0”未扰动状态。 $p, u, v, E$  分别表示压强,质速,相对比容,比内能。一维拉氏分析方法的一个重要特点是采用了所谓径线技术,构造径线的目的是将沿等时线的微分转换成沿径线和迹线的微分,即

$$(\frac{\partial x}{\partial h})_i = (\frac{\partial x}{\partial h})_j - (\frac{\partial x}{\partial t})_k (\frac{\partial t}{\partial h})_j \quad (4)$$

由于径线可根据流场性态而人为地构造,从而提高了对待求流场的拟合精度,扩大了求解区域,使拉氏量计的实验记录信息能得到充分利用。

二维拉氏量计及其实验方法为我们研究凝聚相炸药的冲击波起爆过程提供了一种新

的实验研究方法<sup>[4]</sup>。它具有加载系统简单,药量小,加载幅度连续可调,测量深度不受试件宽厚比的限制等特点。更重要的是二维拉氏实验方法可用于研究侧向稀疏对冲击波起爆过程的影响,从而使我们的研究更接近于实际情况。

## 二、准一维拉氏分析方法

为了能从二维拉氏量计的实验结果中得到更多的流场信息,有必要建立相应的二维拉氏分析方法,对于二维轴对称流场,其连续方程和动量方程为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\rho}{rJ} \frac{\partial}{\partial t}(rJ) \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho J} \left( \frac{\partial r}{\partial b} \frac{\partial p}{\partial a} - \frac{\partial r}{\partial a} \frac{\partial p}{\partial b} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho J} \left( -\frac{\partial z}{\partial b} \frac{\partial p}{\partial a} + \frac{\partial z}{\partial a} \frac{\partial p}{\partial b} \right) \quad (7)$$

其中 $(a, b)$ 是拉格朗日坐标,  $J = \frac{\partial(z, r)}{\partial(a, b)}$ ,  $z, r$ 分别为轴向坐标和径向坐标,  $u, w$ 分别为质点速度的轴向分量和径向分量,  $\rho$ 为密度。如果二维拉氏实验测得  $p(a, b, t)$ 和  $r(a, b, t)$ , 则有  $w = \frac{\partial r}{\partial t}$ 。那么原则上可从上述三个方程解出  $z, u, \rho$ 。关键是如何在 $(p, a, b, t)$ 四维空间中拟合压力  $p$  的变化曲面以及其他物理量的变化曲面。并且如何构造与一维方法中的径线相类似的“径面”, 从而将沿等时线的偏导数化成沿径面上的两个特定方向的导数之和。这些问题在理论上尚待解决。随后还有拟合精度和计算稳定性等问题。

考虑到对于二维轴对称冲击波起爆流场, 其对称轴附近的流动是具有代表性的, 其前导冲击波可视为平面正激波, 但波后流场要受到侧向稀疏作用的影响。因此, 本文提出了准一维拉氏分析方法。

在二维轴对称流场中的对称轴附近的小膨胀区, 有欧拉形式的微分方程<sup>[5]</sup>

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{2w}{r} = 0 \quad (8)$$

$$\rho \frac{du}{dt} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

在对称轴附近有

$$dz = v \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 dh \quad (10)$$

其中  $v = \rho_0 / \rho$ 。将(10)式代入(8)式, 可得一阶线性常微分方程

$$\frac{dv}{dt} - \frac{2w}{r} v - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \left( \frac{\partial u}{\partial h} \right)_t = 0 \quad (11)$$

可解得

$$v = v_1 + \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \int_{t_1}^t \left( \frac{\partial u}{\partial h} \right)_t dt \quad (12)$$

将(10)式代入(9)式, 积分可得

$$u = u_1 - \frac{1}{\rho_0} \int_{t_1}^t \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \left( \frac{\partial p}{\partial h} \right)_t dt \quad (13)$$

利用(4)式, 上两式可化为

$$u - u_1 = -v_0 \int_1^t \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \left[ \left(\frac{\partial p}{\partial h}\right)_j - \left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_s \left(\frac{\partial x}{\partial h}\right)_j \right] dt \quad (14)$$

$$v - v_1 = \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \int_1^t \left[ \left(\frac{\partial u}{\partial h}\right)_j - \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_s \left(\frac{\partial x}{\partial h}\right)_j \right] dt \quad (15)$$

以上两式即为准一维拉氏分析方法的基本方程,与一维拉氏分析方法的基本方程(1)、(2)式相比,增加了发散因子 $\left(\frac{r}{r_0}\right)$ 的平方项。因此,除了对称轴附近不同拉氏位置上的 $p(t)$ 曲线之外,还需提供这些拉氏位置上的径向位移的变化曲线 $r(t)$ ,作为准一维拉氏分析的输入量。这两个物理量可用二维拉氏量计和二维拉氏实验方法同时测得<sup>[4]</sup>。

与一维拉氏分析方法一样,准一维拉氏分析方法也是采用径线技术<sup>[10]</sup>。所增加的发散因子 $\left(\frac{r}{r_0}\right)$ ,不需沿等时线作微分运算,只需将实验测得的 $r(t)$ 曲线,用最小二乘三次B样条函数拟合后,代入公式(14)和(15)即可。两种分析方法的能量方程形式是一样的,因此,其他物理量,如能量释放速率,化学反应度等的求法也是相同的。综上所述,准一维拉氏分析与一维拉氏分析在计算方法上是基本相同的。

### 三、应 用

作为准一维拉氏分析方法的首次应用,本文研究了压装 TNT 炸药(颗粒度为20目以

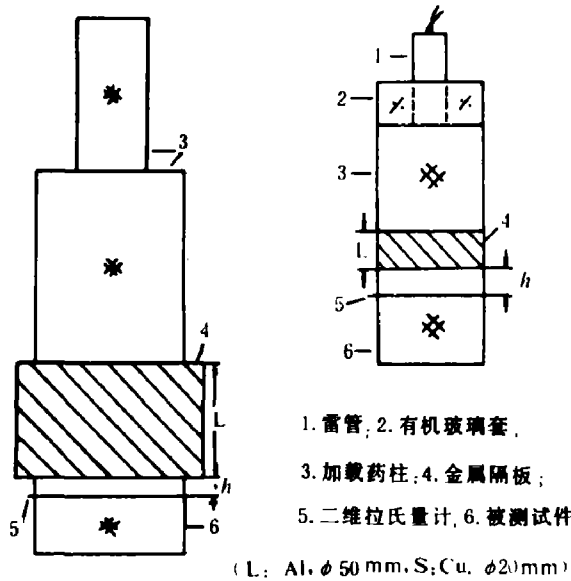


图 1 实验装置

Fig. 1 Experimental setup

1. Detonator; 2. PMMA holder; 3. Loading charge;
4. Metal plate (L: Al,  $\phi$  50mm, S: Cu,  $\phi$  20mm);
5. 2-D Lagrange gauge; 6. Sample

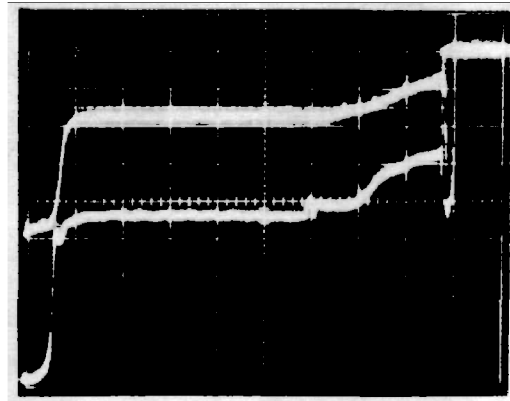


图 2 实验记录

Fig. 2 Experimental record (2 $\mu$ s/div)

下,  $\rho_0 = 1.56 \text{g/cm}^3$ ) 的二维轴对称冲击波起爆过程。准一维拉氏分析所需的输入量——对称轴附近流场中,不同拉氏位置上的压力曲线 $p(t)$ 和质点径向位移曲线 $r(t)$ ,用二维拉氏实验方法测得。实验装置见图1。采用两种加载方式,分别简称为大隔板(L)和小隔板(S)

实验装置。改变隔板厚度  $L$  可任意调节试件顶端的入射冲击波压力。当大隔板厚度  $L_{A1} = 43\text{mm}$  时，其对称轴附近的入射冲击波的峰值压力约为  $4.1\text{GPa}$ ，小隔板厚度  $L_{m} = 7\text{mm}$  时，压力约为  $4.3\text{GPa}$ 。每发实验测量离起爆端面距离为  $h$  的一个截面上两个不同半径  $r_0$  处的四条曲线，即两条  $p(t)$  曲线，和两条  $r(t)$  曲线。对每种起爆条件都测四个不同的截面。典型的实验记录见图2。实验记录用下列公式处理成  $p(t)$  和  $r(t)/r_0$  曲线(见图3)。

$$p = 0.27 + 34.40\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right) + 1.07\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)^2, \text{ (单位 GPa)} \quad (16)$$

$$\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right) = \left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)_m - \frac{k_m}{k_c} \left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)_c \quad (17)$$

$$\frac{r}{r_0} = 1 + \frac{1}{k_c} \left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)_c \quad (18)$$

其中  $\Delta R/R_0$  为实验记录值，下标  $m$  和  $c$  分别表示锰铜和康铜， $k$  为动态拉伸系数<sup>[7]</sup>。

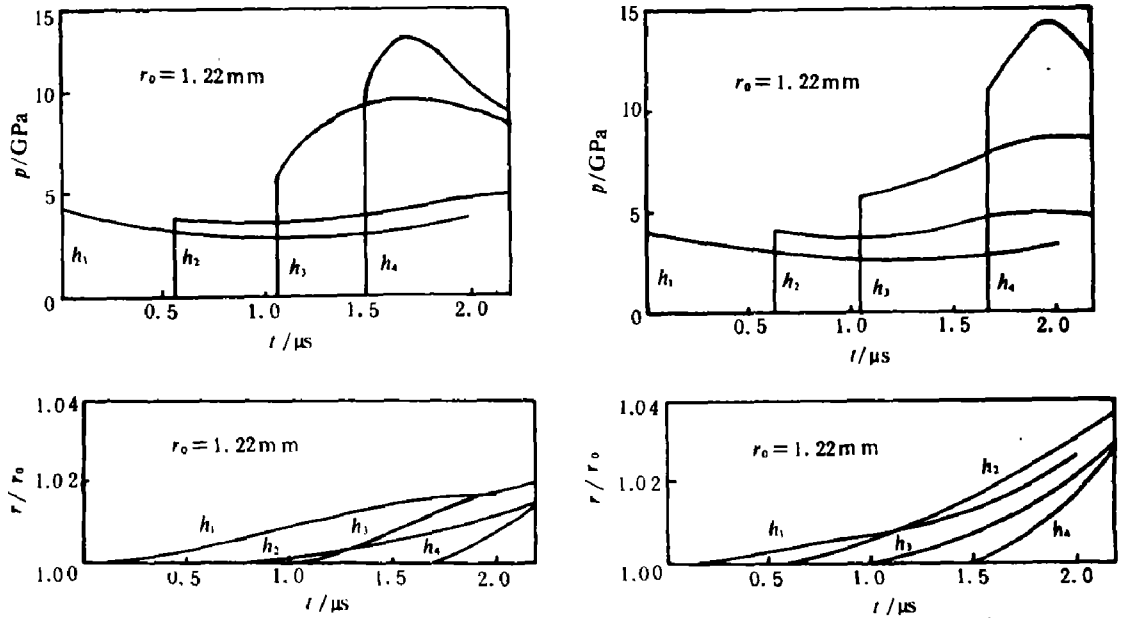


图3 两种起爆条件下的  $p(t)$  和  $r(t)/r_0$  曲线

Fig. 3 Curves of  $p(t)$  and  $r(t)/r_0$  under two shock initiating conditions

(L)  $L_{A1} = 43.01\text{mm}, r_0 = 1.22\text{mm},$  (S)  $L_m = 7.02\text{mm}, r_0 = 1.22\text{mm},$   
 $h_1 = 0.00\text{mm}, h_2 = 2.34\text{mm},$   $h_1 = 0.00\text{mm}, h_2 = 2.08\text{mm},$   
 $h_3 = 4.00\text{mm}, h_4 = 7.00\text{mm}$   $h_3 = 4.06\text{mm}, h_4 = 6.08\text{mm}$

将图3所示曲线作为准一维拉氏分析计算的输入量，在给定炸药和产物的状态方程及其混合法则的条件下，求得了这种压装 TNT 炸药的化学反应曲线  $\lambda(t)$  (见图4实线)。这簇  $\lambda(t)$  曲线可以用来标定化学反应速率方程。本文选用的反应速率方程为<sup>[8]</sup>：

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = \begin{cases} a_1(a_2\eta^3 + \lambda)^{a_3}(a_5 - \lambda)^{a_4} p^{\eta}, & \lambda \leq \min(1, a_5) \\ 0, & \lambda > \min(1, a_5) \end{cases} \quad (19)$$

其中  $\eta = (1/v_1) - 1$ 。用  $\lambda(t)$  曲线确定了方程中的七个系数， $a_1 = 36, a_2 = 28, a_3 = 3, a_4 = 2, a_5 = 1.04, a_6 = 0.15, a_7 = 1.2$ 。标定后的反应速率方程所绘出的  $\lambda(t)$  曲线见图4中的虚线。值得指出的是这组反应速率方程参数与用一维实验和一维拉氏分析方法确定的参数

是完全相同的<sup>[9]</sup>。

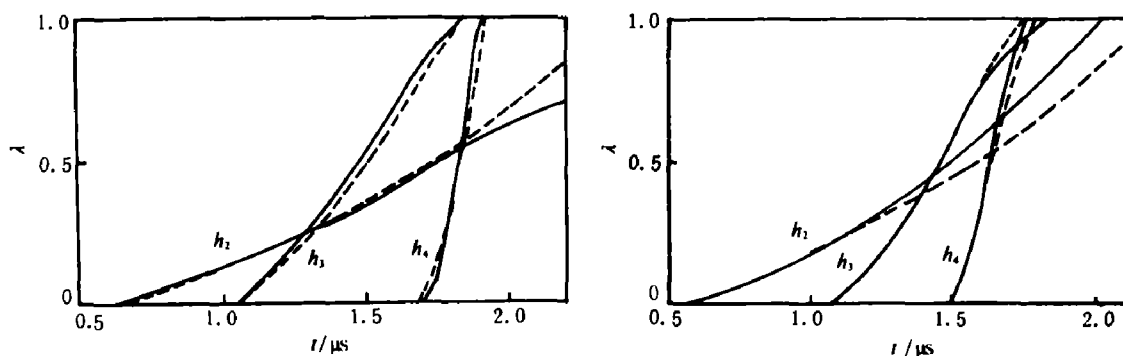


图4 化学反应曲线

——准一维 Lagrange 分析的结果, --- 标定后反应速率方程的结果

Fig. 4 Chemical reaction curves

—— Results of quasi-1-D Lagrange analysis, --- Results of calibrated reaction rate equation

由于反应度曲线  $\lambda(t)$  与炸药和产物的状态方程以及混合法则有关<sup>[9]</sup>, 因此, 由  $\lambda(t)$  曲线标定出来的反应速率方程与前三者构成了一个描述炸药冲击波起爆特性的本构方程。用这套已标定的压装 TNT 的本构方程进行二维数值模拟计算, 其结果见图5。

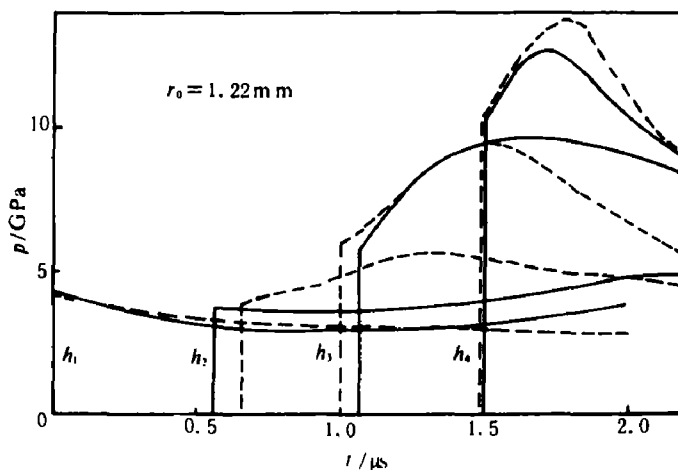


图5 二维数值模拟计算结果

Fig. 5 Result of 2-D numerical simulation (dotted lines)

#### 四、结 语

二维拉氏实验方法具有加载系统简单、经济、可靠等特点, 入射压力连续可调, 测量范围不受试件宽厚比的限制。最重要的是, 它可用于研究侧向稀疏作用对冲击波起爆过程的

影响。准一维拉氏分析方法,在对称轴附近具有二阶精度,在计算方法上与一维拉氏分析方法基本相同,从而保持了一维拉氏分析方法所具有的精度和数值稳定性。因此,可利用二维拉氏实验的记录数据,进一步求解对称轴附近流场中其他物理量的分布,比如化学反应度 $\lambda(t)$ 。用这些数据可以更深入地探讨二维轴对称冲击波起爆流场的特性,并且为标定所研究炸药的本构关系提供数据。

炸药的反应速率方程应与初边值条件无关,用大隔板和小隔板实验数据分别标定出来的同一种炸药的速率方程系数是相同的,而且与一维拉氏方法标定出来的数据也是一致的。从而,由一个侧面证实了准一维拉氏分析方法的有效性。

### 参 考 文 献

- [1] Cowperthwaite, M., Williams, R. F., *J. Appl. Phys.*, **42** (1971), 456.
- [2] Grady, D. E., *J. Geophys. Res.*, **78** (1973), 1299.
- [3] Seaman, L., *J. Appl. Phys.*, **45** (1974), 4303.
- [4] Huan Shi, Ding Jing, *Shock waves in Condensed Matter Monterey (USA)*, (1987).  
Schmidt, S. C., Holmes, N. C. (editors), Elsevier Science Publishers B. V., (1988), 593.
- [5] Chan, S. K., *Proc. 7th Symp. (Intern.) on Detonation (USA)*, (1981), 589.
- [6] Huan Shi, Xue Honglu, Ding Jing, *Proc. Intern. Symp. on Intense Dynamic Loading and Its Effects, Beijing, China*, (1986), 144.
- [7] Huan Shi, Yang Wenbo, Ding Jing, *Shock Compression on condensed Matter, (USA)*, (1989).
- [8] Huan Shi, Yang Wenbo, Ding Jing, *Proc. of 4th Intern. Conf. of the Groupe de Travail de Pyrotechnic, France*, (1989), 23.
- [9] Huan Shi, Ding Jing, *Proc. of 9th Symp. (Intern.) on Detonation (USA)*, (1989), 135.
- [10] 浣石, 薛鸿陆, *爆炸与冲击*, **5** (3) (1985), 20.

## QUASI - ONE - DIMENSIONAL LAGRANGE ANALYSIS AND ITS APPLICATION FOR SHOCK INITIATION IN CONDENSED EXPLOSIVES

Huan Shi

(Dept. of Applied Physics, Changsha Institute of Technology)

Ding Jing

(Dept. of Engineering Mechanics, Beijing Institute of Technology)

**ABSTRACT** In this paper, a quasi - one - dimensional Lagrangian analysis method is presented. This method with the profiles of the pressure and the radial displacement at different Lagrangian positions, which determined from the two - dimensional (2-D) Lagrangian experimental technique for the input, can be used to solve the flow field near the axis of a 2-D shock initiation process. As a preliminary application, we show the analysing results of 2-D shock initiation process in pressed TNT at two loading conditions.

**KEY WORDS** Lagrangian analysis, two - dimensional flow field, shock initiation.