

# 高速弹丸撞靶的侵彻参数的统计分析

张俊华

(北京强度与环境研究所)

**摘要** 弹丸与靶高速碰撞下的侵彻参数是一个随机量。本文对侵彻参数(坑深度  $p$ 、坑表面孔径  $d$ )进行统计分析,给出变量  $p$ 、 $d$  的变差系数。这样,当变差系数  $c_r$  已知时,可对极小样本量  $n=2,3,4$  的情况进行统计分析。

**关键词** 弹丸撞靶 统计分析 侵彻

## 1. 前言

在撞击的理论分析和试验研究中,侵彻参数是基本的研究问题。对于厚靶,弹丸撞靶后坑的深度(或侵彻深度) $p$ 、坑的表面孔径  $d$  是基本侵彻参数。对于薄靶,弹丸穿靶后的靶上孔径  $d$  也是基本参数。试验表明,这些参数都是随机量。当弹丸的形状和材料、靶板材料和厚度、弹丸和靶的加工工艺和弹丸速度都相同的条件时,前一次试验结果不能预测下一次试验值,仅能预测下一次试验值的范围,真实试验值试验前不能得知。

对于一个随机量,一般要用两个参数描述,如平均值和材料标准偏差。过去,侵彻参数大多用确定量的方法描述,如经验曲线等。它们没有给出试验数据的散布情况,仅给出变化趋势。由于未给出散布特性,使用也不方便。

本文注意到已有工作的缺点,根据侵彻参数的随机性,用统计方法,搜集和整理已有试验数据,并补充几种情况的试验数据,研究其分散度,给出一般情况下的侵彻参数  $p$  和  $d$  的变差系数及其使用方法。

## 2. 统计方法<sup>[1]</sup>

侵彻参数  $p$  和  $d$  的分布函数可以证明其符合正态分布,(限于篇幅,证明从略)。在正态分布的假设下,由试验数据给出一定概率条件下的上下限。注意到同样条件下的试验数据很少,一般只有  $n=2\sim 4$ ,要进行统计或给出合理数值,分析和整理试验数据,研究变差系数的变化范围及使用方法就很困难。 $p$  和  $d$  的变差系数是无量纲量,用它描述分散度比用标准偏差更合理。有了变差系数  $c_r$  值和  $n=2\sim 4$  的样本平均值,就可计算给定概率下样本的上下限值。通过试验数据分析和整理,给出  $c_r$  建议使用值。

### 1. 样本平均值、标准偏差和变差系数的算式

设  $x_i$  代表  $p$  或  $d$  的一个试验值。有一组  $x_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$  值组成样本。该样本的平均值  $\bar{x}$ 、标准偏差  $s$ 、变差系数  $c_r$  的表达式分别为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1a)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (1b)$$

$$c_r = s/\bar{x} \quad (1c)$$

当式(1)中  $n \rightarrow \infty$  时, 式(1)给出母体均值  $\mu$  和母体标准偏差  $\sigma$ 。

2. 已知  $c_r$  和  $\mu$ , 确定样本上下限

变差系数  $c_r$  和母体均值  $\mu$  已知, 可求出母体标准偏差  $\sigma (\sigma = c_r \mu)$ 。给定概率  $P_r$  的侵彻参数  $x$  的上下限  $x_{\pm}$  和  $x_{\mp}$  的表达式为

$$\begin{aligned} x_{\pm} &= \mu(1 + L_{P_r} c_r) \\ x_{\mp} &= \mu(1 - L_{P_r} c_r) \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $L_{P_r}$  为对应  $P_r$  的概率系数, 由正态函数表查取。

从作战性能观点看, 当给定撞击速度  $v$  时, 防护一方, 应认为能够达到上限, 攻击一方, 应认为能够达到下限。式(2)是用双边容许限方法计算的, 若仅计算上限或下限, 应采用单边容许限计算方法。

3. 已知  $c_r$  和样本均值  $\bar{x}$  确定样本上下限

若母体均值未知, 而知其样本, 样本量  $n = 2 \sim 4$ 。此时, 不能计算标准偏差  $s$  或计算出的  $s$  不稳定, 样本均值  $\bar{x}$  可以统计计算。若已知  $c_r$ , 亦可给出样本上下限计算方法。

文献[1]中式(7~14)给出母体均值  $\mu$  的下限

$$\mu_{\mp} = \frac{\bar{x}}{1 + L_{\alpha} \frac{c_r}{\sqrt{n}}} \geq \bar{x} \left(1 - L_{\alpha} \frac{c_r}{\sqrt{n}}\right)$$

其中  $\alpha$  为置信概率,  $L_{\alpha}$  为对应  $\alpha$  的概率系数。  $L_{\alpha}$  由正态函数表查取, 通常  $\alpha = 0.8, L_{\alpha} = 0.842$ 。若取  $\alpha = 0.9, L_{\alpha} = 1.282$ 。  $L_{\alpha} \frac{c_r}{\sqrt{n}} < 1$ 。

$$\mu_{\mp} = \bar{x} \left(1 - L_{\alpha} \frac{c_r}{\sqrt{n}}\right) \quad (3a)$$

同样可得母体均值  $\mu_{\pm}$  的算式

$$\mu_{\pm} = \bar{x} \left(1 + L_{\alpha} \frac{c_r}{\sqrt{n}}\right) \quad (3b)$$

计算  $x_{\pm}$  和  $x_{\mp}$  时, 用  $\mu_{\pm}$  计算  $\sigma$ , 即  $\sigma = c_r \mu_{\pm}$ , 相当于  $\sigma$  上限。  $x_{\pm}$  和  $x_{\mp}$  的算式为

$$x_{\pm} = \bar{x} \left(1 + L_{\alpha} \frac{c_r}{\sqrt{n}}\right) (1 + c_r L_{P_r}) \quad (4a)$$

$$x_{\mp} = \bar{x} \left(1 - L_{\alpha} \frac{c_r}{\sqrt{n}}\right) \left(1 - c_r L_{P_r} \frac{1 + L_{\alpha} c_r / \sqrt{n}}{1 - L_{\alpha} c_r / \sqrt{n}}\right) \quad (4b)$$

式(4)是近似算式。

4. 已知样本  $n \geq 5, c_r$  未知, 确定样本上下限

若  $\mu$  和  $c_r$  均未知, 知其样本, 样本量  $n$  较大, 如  $n \geq 5$ , 可直接从样本计算其上下限。  $x_{\pm}$  和  $x_{\mp}$  的算式为

$$x_{\pm} = \bar{x} \pm L_{P_r} s \quad (5a)$$

$$x_T = \bar{x} - L_{p..} S \tag{5b}$$

其中,  $L_{p..}$  为单边容许限因子, 由相应的数表查取. 当然,  $L_{p..}$  亦可用双边容许限因子.

### 3. 变差系数统计

#### 1. 侵彻参数 $p$ 和 $d$ 的算式

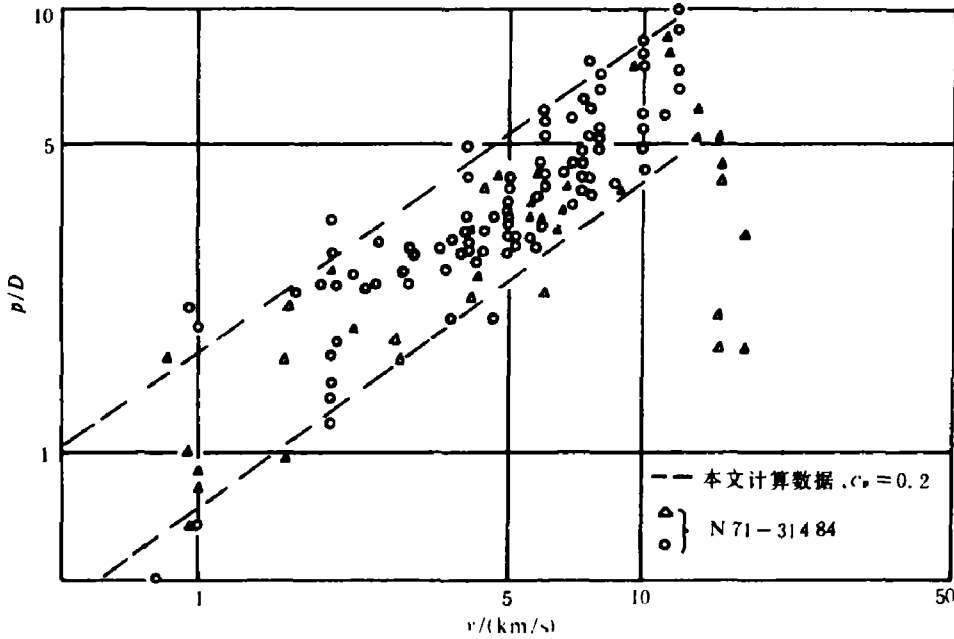


图1 钢弹丸撞击半无限铝靶

Fig. 1 Steel spheres impacted on semi-infinite aluminum targets

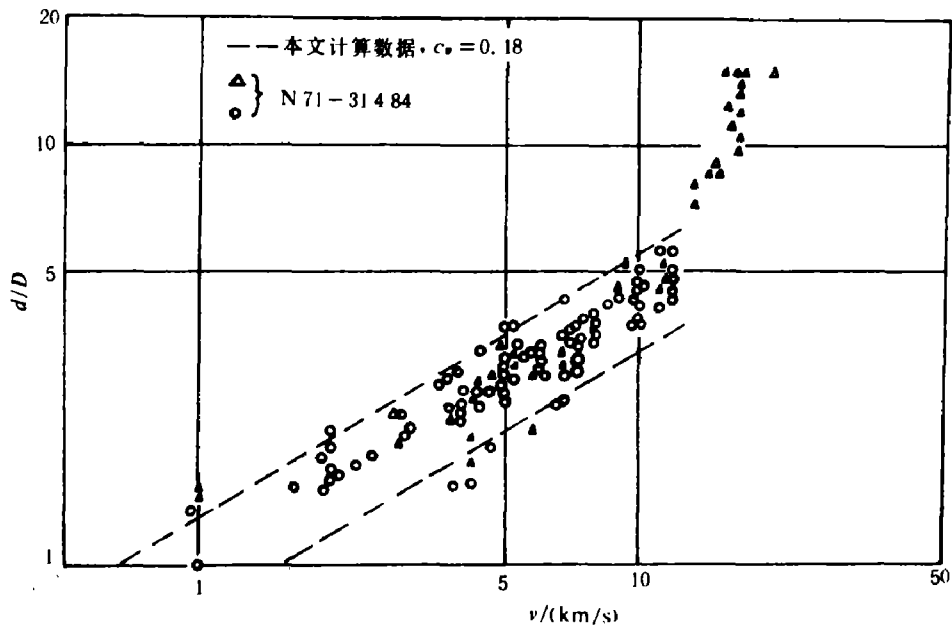


图2 钢弹丸撞击半无限铝靶

Fig. 2 Steel spheres impacted on semi-infinite aluminum targets

侵彻参数  $p$  和  $d$  与撞击速度  $v$  之间的关系式, 由图1和图2表明, 可用下式表示

$$\frac{p}{D} = k_p \left( \frac{\rho_p v}{\rho_t v_t} \right)^{2/3} \quad (6a)$$

$$\frac{d}{D} = k_d \left( \frac{\rho_p v}{\rho_t v_t} \right)^{3/5} \quad (6b)$$

其中,  $D$ ——球形弹丸直径或球头圆柱体的柱体直径;  $\rho_t, v_t$ ——分别为靶材料密度和靶中声速;  $\rho_p$ ——弹丸材料密度;  $k_p, k_d$ ——系数, 弹丸和靶材给定时是常数。

2. 变差系数  $c_r$  的统计

撞击速度  $v > 1000\text{m/s}$  的试验数据不少, 可以进行统计分析。各样本组数据、侵彻参数统计值和数据来源见表1和表2, 其中数据有两种情况: ①产生数据的条件完全相同; ②除撞击速度有小的变化外, 产生数据的其余条件均相同。 $v$  差别小的影响可以不考虑。如表中  $v = 4500\text{m/s}$  的数据, 对应的速度区间  $4200\text{m/s} < v < 4800\text{m/s}$ 。有的数据, 由于产生条件差异较大, 没有统计。

3. 推荐的变差系数

由表1和表2看出,  $p$  的  $c_r$  值比  $d$  的  $c_r$  值约大10%。若弹丸和靶板材料及其加工工艺相同, 同一批试验,  $c_r$  值最低。根据现有数据, 推荐的  $c_r$  值见表3。

表1 侵彻比的变差系数  $c_r$  统计

Table 1  $c_r$  data of  $p/D$

序号	弹丸材料	靶材料	速度 $v/(\text{m/s})$	$x = p/D$	$n$	$\bar{x}$	$s_r$	$c_r$	来源
1	铁	铝	10000	4.3, 4.8, 5.3, 5.7, 5.6, 7.2, 7.2, 7.7, 8.3	9	6.23	1.39	0.22	N71-31484
2			7500	3.7, 3.8, 4.2, 4.2, 4.4, 4.8, 4.8, 5.1, 5.2, 5.3, 5.8, 6.1, 6.3, 6.8, 7.5	15	5.20	1.12	0.21	
3			6200	4.0, 4.0, 4.2, 5.2, 5.5, 5.8, 3.2, 3.5, 3.6, 3.9, 4.2, 4.5, 5.6, 2.9, 3.1, 3.1, 3.2, 3.4, 3.4, 3.4, 3.6, 3.7, 4.1, 4.4	24	3.98	0.83	0.21	
4			4500	2.0, 2.3, 2.5, 2.7, 2.8, 2.8, 2.9, 3.0, 3.1, 3.2, 3.2, 3.3, 3.3, 3.4, 3.5, 3.8, 4.1, 4.1, 4.8, 2.8, 2.9, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.5, 3.6, 3.9, 4.1	29	3.28	0.59	0.18	
5	铝	铝 1100F	6600	3.0, 2.7, 2.9, 2.8, 2.9, 2.9, 2.5, 2.5, 2.4, 2.7	10	2.75	0.22	0.08	AD423789
6			5500	2.2, 2.3, 2.5, 2.5, 2.6, 2.4, 2.7, 2.7, 2.7	9	2.51	0.17	0.07	
7			4400	2.2, 2.9, 2.3, 2.3, 2.5, 2.1, 2.4, 2.7	8	2.31	0.18	0.08	
	铜	铜	5500	1.25, 1.36, 1.40, 1.41, 1.48	5	1.48	0.09	0.06	AD267289 p. 234
			4500	1.08, 1.11, 1.12, 1.19, 1.20, 1.21	6	1.15	0.06	0.05	
			3300	0.83, 0.90, 0.94, 1.02, 1.09	5	0.96	0.10	0.11	

表2 孔径系数  $k_d$  的实验数据  
Table 2 Test data of  $k_d$

序号	弹丸材料	靶材料	撞击速度 $v/(m/s)$	孔径 $d/mm$	$k_d$	备注
1	铝、半球 头圆柱体 $d=12mm$ 2.8g	LF6M	1556	18.2	3.24	$n=7$ $\bar{k}_d=3.42$ $s=0.26$ $c_r=0.08$
2			683	12.0	3.49	
3			956	15.3	3.64	
4			1346	17.8	3.45	
5			765	13.9	3.78	
6			840	12.8	3.29	
7			1857	18.8	3.02	
8		LD10CS	811	13.8	3.63	$n=10$ $\bar{k}_d=3.39$ $s=0.25$ $c_r=0.07$
9			1198	14.8	3.08	
10			1239	16.2	3.30	
11	钢珠 $\varnothing 12mm$ 7.0g	LF6	1325	16.0	1.66	$n=6$ $\bar{k}_d=1.71$ $s=0.21$ $c_r=0.12$
12			635	12.2	1.97	
13			1596	18.9	1.75	
14			1303	14.8	1.55	
15			1670	15.8	1.42	
16			641	12.0	1.92	
17	玻璃钢、半 球头圆柱 $d=12mm, 1.8g$	LD10CS	1311	14.8	3.72	$n=4$ $\bar{k}_d=4.29$ $s=0.39$ $c_r=0.09$
18		LF6	1717	20.7	4.42	
19			1293	18.2	4.61	
20			1898	22.0	4.43	
21	铝、半球 头圆柱 $d=6mm$ 0.395g	LD10CS	1706	13.6	4.58	$n=6$ $\bar{k}_d=4.19$ $s=0.26$ $c_r=0.06$
22			1830	12.8	4.13	
23			1225	10.4	4.27	
24			913	8.6	4.21	
25			900	8.5	4.19	
26			1348	9.7	3.76	

\*表中数据为航空航天部702所试验数据。

#### 4. 统计值与试验值的比较

图1、图2和图3中的试验数据较多,相应的弹丸和靶板材料有多种,据此,图中的平均值线当作母体均值  $\mu$  图线,  $c_r$  值分别取  $c_r(p) = 0.20, c_r(d) = 0.18$ 。按90%概率计算,计算值的图线亦列入图中。三个图说明,推荐的  $c_r$  值可以使用。图3中对应  $\frac{p}{v} = 0.2$  的四个数据偏差较大,可能是速度较低 ( $v < 1000m/s$ ) 造成。 $v < 1000m/s$  时,式(5a)给出的数值偏高。

图4中,对于铝1100-F的试验点,取  $c_r = 0.1$ ,给出

表3  $p$  和  $d$  的  $c_r$  推荐值  
Table 3  $c_r$  data of  $p$  and  $d$

统计 参数 $c_r$ 件	统计参数	
	$p$	$d$
同一批试验	0.1	0.09
二至三批试验	0.15	0.14
多批试验	0.20	0.18

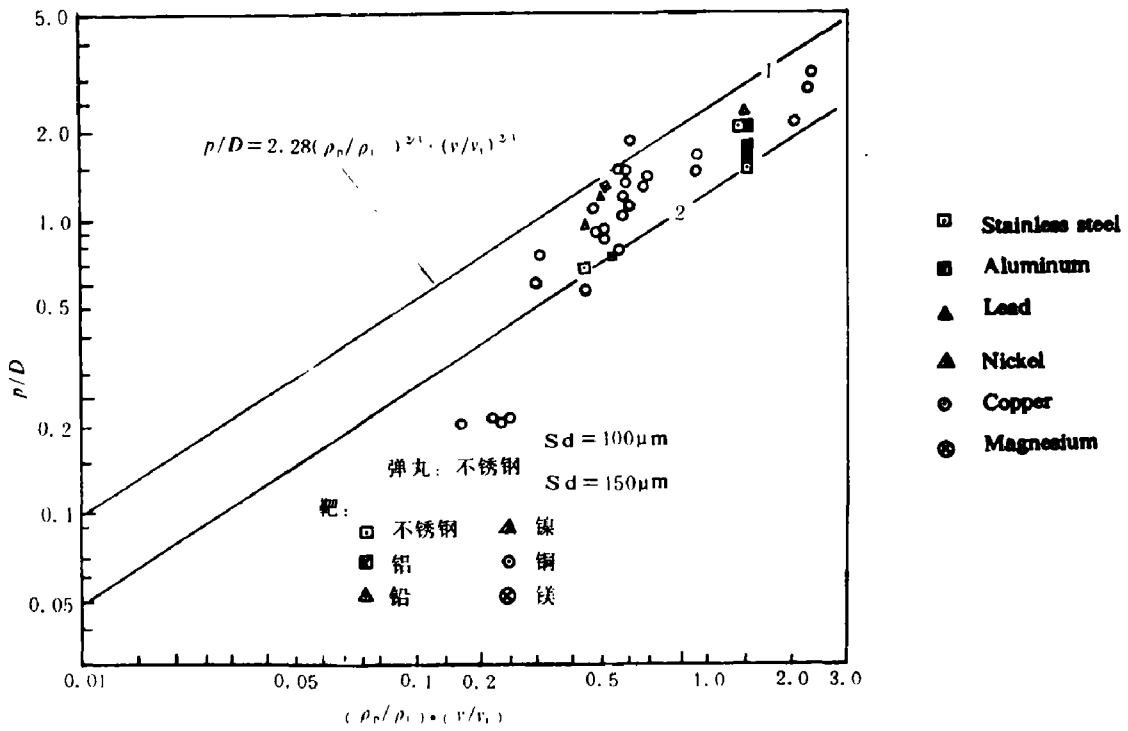


图 3 不锈钢球撞击各种靶(AD267289)

1——90%概率(双边截尾)上限,  $k_p=1.67$ ; 2——90%概率(双边截尾)下限,  $c_p=0.2$

Fig. 3 Stainless steel sphere impacted into various targets

1——90% upper probability (both side truncated) limit,  $\bar{k}_p=1.67$ ;

2——90% lower probability (both side truncated) limit,  $c_p=0.2$

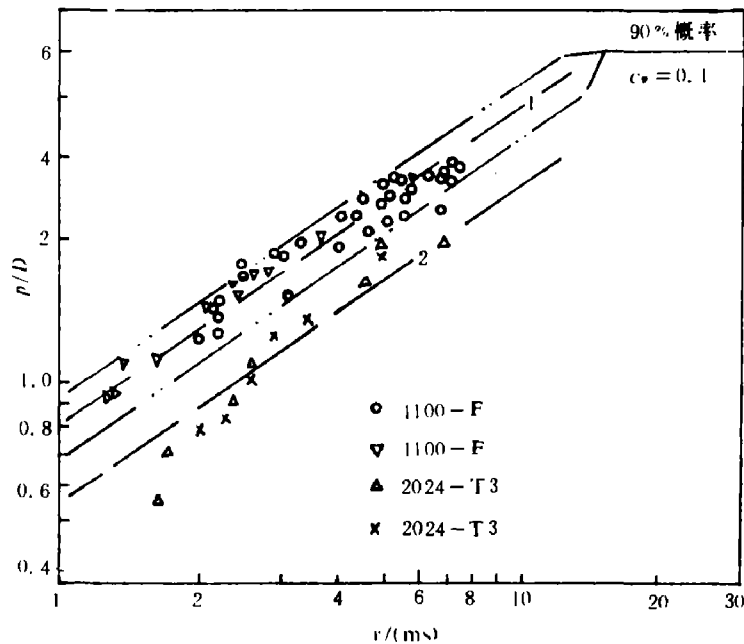


图 4 铝弹丸撞击1100-F和2024-T3靶板(AD423789)

Fig. 4 Aluminum pellet impacted into 1100-F and 2024-T3 aluminum targets

1—— $k_p=2.55$ ; 2—— $k_p=1.80$

90% 概率图线。图中平均值线当作母体均值  $\mu$ ，计算90%的上下限。所得数据表明，取  $c_r = 0.1$  是合适的。

图1至图4表明，表3中给出的  $c_r$  值可用。用统计方法描述，不仅能给出平均值、散布特性、某一概率下的界限值，也便于进行使用性能分析。

#### 5. 结束语

本文给出侵彻参数  $p$  和  $d$  的变差系数  $c_r$ 。有了变差系数  $c_r$ ，描述试验数据的分散程度时，不要求较大的样本值， $n \geq 2$  即可统计分析。

对侵彻参数的统计分析，本文仅是初步工作，今后应继续研究。

本文在李清源同志建议下编写成文，深表谢意。

#### 参 考 文 献

- [1] 张俊华，结构可靠性设计与分析，宇航出版社，1989年。
- [2] Leont'ev, L. V., Tarasov, A. V., Tereshkin, L. A., Some Results of Research on High-Velocity Impacts N71-31464.
- [3] Herrman, W., Jones, A. H., Survey of Hypervelocity Impact Information AD-267289.

## STATISTICAL ANALYSIS OF THE PENETRATION PARAMETERS FOR PROJECTILES IMPACT ON TARGETS

Zhang Junhua

(Beijing Institute of Structure and Environment)

**ABSTRACT** The penetration parameters of hypervelocity projectiles impact on targets are random. This paper uses statistical method to analyse penetration parameters (i. e. the penetration depth and the hole diameter. ). Variation coefficient and statistical method are given in this paper. When variation coefficient is known, even for small samples (such as  $n = 2, 3$ ), we can make statistical analysis.

**KEY WORDS** projectile impacts on target, statistical analysis, penetration.