

# 非理想爆源产生的爆炸场数值模拟

彭金华 汤明钧

(华东工学院, 南京·210014)

**摘要** 本文采用有限差分方法——TVD(Total Variation Diminishing, A. Harten, 1983)格式对非理想爆源在地面上形成的二维轴对称爆炸场进行了数值模拟, 数值计算值与试验结果吻合得相当好。

**关键词** 爆炸场 数值模拟

## 一、引言

对于凝聚相炸药爆炸及核爆炸产生的爆炸波和爆炸场至今已做过大量的试验、理论研究和数值模拟工作。爆炸场的数值模拟工作开始于五十年代, 最早的工作当推 Brode<sup>[1,2]</sup>的一维拉格朗日坐标下的数值计算。随着电子计算机容量的增大和速度的提高, 除了许多解一维问题的方法和程序外, 现在已发展了很多可以解二维、甚至三维问题的方法和程序, Baker<sup>[3,4]</sup>在其两篇专著中已作了详细叙述和介绍。我国北京大学爆炸波计算组<sup>[5]</sup>从六十年代开始对柱面爆炸波进行了数值模拟, 贺成林等<sup>[6,7]</sup>对核爆炸(点源模型)从七十年代开始进行了大量的数值计算工作。

但是, 对于分布爆炸(非理想爆源爆炸)这类爆炸场, 由于其爆源压力较低(MPa量级), 而且爆源体积相当大, 使得点源强爆炸近似不再成立, 也不具有解析解, 所以要研究这类爆炸场, 除试验之外, 主要就只有依靠数值模拟了。

所谓分布爆炸, 就是燃料(粉尘、液滴、或气体)分散在氧化气体(氧气或空气)中, 然后点火引起爆燃或爆轰以后在周围空气中形成的爆炸波及爆炸场。这一现象自六十年代开始就被苏美两国先后用于军事技术——燃料空气炸药武器。此外, 分布爆炸也是民用工业中的一大灾害, 如化工、采矿、纺织等工业及天然气输运等环节中的爆炸事故与日俱增, 因而更引起爆炸力学的广泛兴趣。

对这类爆炸场的试验研究耗资较大, 时间周期长, 安全性差, 所得信息少, 而且由于受测试手段的限制, 无法测量爆炸场的内部细微过程, 这些都可以通过数值模拟在一定程度上得到弥补。而这种爆炸场的数值模拟, 国内外很少见到报道, 许会林等<sup>[8]</sup>对半球形爆源产生的分布爆炸场进行过一维拉氏计算, 英国原子能协会<sup>[9]</sup>也只对半球面激波(由分布爆炸产生)分别与地面上单个长方体和两个正立方体建筑的相互作用问题做过数值研究。

本文采用总变差递减格式<sup>[10]</sup>(简称 TVD 格式)对这类非理想爆源产生的二维轴对称爆炸场进行了数值模拟, 数值计算得到了任意时刻的爆炸场压力、密度空间分布、速度场,

· 本项目得到自然科学基金“两相介质中激波特性和研究”资助。

1990年11月3日收到原稿。

爆炸波运动轨迹以及离中心任意位置的压力—时间曲线、比冲量等。

## 二、数值模拟方法

### 1. 基本方程

为便于数值模拟,把上述这类分布爆炸抽象成如下物理模型:

- 爆轰产物是地面上—团分布均匀的高温高压气体;
- 该高压区是轴对称的,但它与大气的界面是不规则的,界面函数  $z = F(|r|)$ ,如图 1 所示;
- 高压区内气体与大气均为完全气体,但绝热指数  $\gamma$  值不同。

这样,问题就归结为求解一个非定常二维轴对称的理想介质流场,于是可采用二维轴对称的理想气体欧勒方程

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial f(W)}{\partial r} + \frac{\partial g(W)}{\partial z} = h(W, r) \quad (1)$$

式中

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ m \\ u \\ E \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} m \\ um + p \\ vm \\ u(E + p) \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} n \\ un \\ vn + p \\ v(E + p) \end{bmatrix}, \quad h = -\frac{u}{r} \begin{bmatrix} \rho \\ m \\ n \\ E + p \end{bmatrix}$$

式中所用符号为通用符号,不再说明,只是  $m = \rho u, n = \rho v$  分别为  $r, z$  方向动量分量,

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) = \rho e + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2)$$

为单位体积气体总能量。

根据对称性,只需考虑  $r \geq 0, z \geq 0$  的区域。边界条件:对称轴上 ( $r=0$ ),  $u=0$ ; 沿地面 ( $z=0$ ),  $v=0$ 。

为了程序编制和使用方便,避免物理量单位的不一致性带来的麻烦以及大气初始条件的影响,下面对方程(1)引进无量纲量,令

$$\left. \begin{aligned} \bar{t} &= \frac{\sqrt{p_1/\rho_1}}{r_0} t, \bar{r} = \frac{r}{r_0}, \bar{z} = \frac{z}{r_0} \\ \bar{p} &= \frac{p}{p_1}, \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_1}, \bar{u} = \frac{u}{\sqrt{p_1/\rho_1}}, \bar{v} = \frac{v}{\sqrt{p_1/\rho_1}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

引进无量纲量以后,方程组(1)形式不变,由于下面仅涉及无量纲量,为简便起见,本节省略这些量上方的一杠。

### 2. 差分格式

采用 TVD 格式对方程组(1)进行差分,其中含有两个空间自变量,对此采用 Strang 维数分裂法<sup>[1]</sup>,即

$$\left. \begin{aligned} W_j^{n+1} &= L_z L_r W_j^n + 2\Delta t \cdot h(W_j^n, r_i) \\ W_j^{n+2} &= L_r L_z W_j^{n+1} + 2\Delta t \cdot [h(W_j^{n+1}, r_i) - h(W_j^n, r_i)] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中

$$L_r W_{ij} = W_{ij} - \lambda^r (\bar{J}_{i+\frac{1}{2},j} - \bar{J}_{i-\frac{1}{2},j}) \quad (4)$$

$$L_z W_{ij} = W_{ij} - \lambda^z (\bar{g}_{i,j+\frac{1}{2}} - \bar{g}_{i,j-\frac{1}{2}}) \quad (5)$$

而

$$\lambda^r = \Delta t / \Delta r, \lambda^z = \Delta t / \Delta z,$$

$\Delta t, \Delta r, \Delta z$  分别是时间步长,  $r$  方向和  $z$  方向的空间网格尺寸,  $i, j$  分别为  $r$  方向和  $z$  方向下标, 如图 2 所示。

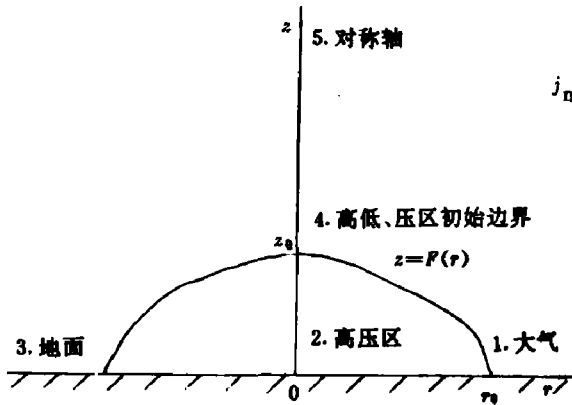


图 1 初始流场

Fig. 1 Initial flow field

1. Air, 2. High pressure region, 3. Ground surface, 4. Initial boundary between high and low pressure regions, 5. Symmetric axis.

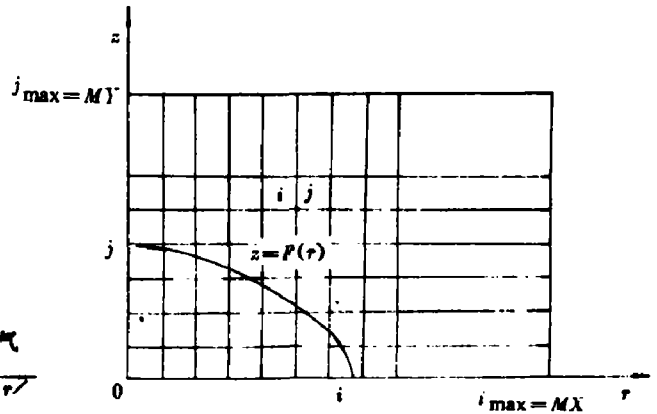


图 2 计算区域内网格划分

Fig. 2 The grid points in the computational region

时间步长由下式确定

$$\left. \begin{aligned} \Delta t &= \mu \cdot \min \left( \frac{\Delta r}{\max_{ij} (|u_{ij}^k| + c_{ij}^k)}, \frac{\Delta z}{\max_{ij} (|v_{ij}^k| + c_{ij}^k)} \right) \\ t^{n+2} &= t^n + 2\Delta t \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中  $\mu$  为库朗数, (4) 式中  $\bar{J}_{i+\frac{1}{2},j}$  为

$$\bar{J}_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2} \left[ f(W_{ij}) + f(W_{i+1,j}) + \frac{1}{\lambda^r} \sum_{k=1}^4 \beta_{i+\frac{1}{2},j}^k R_{i+\frac{1}{2},j}^k \right] \quad (7)$$

$$\beta_{i+\frac{1}{2},j}^k = \theta_{i+\frac{1}{2},j}^k (\xi_{ij}^k + \xi_{i+1,j}^k) - Q(\gamma_{i+\frac{1}{2},j}^k + \theta_{i+\frac{1}{2},j}^k \eta_{i+\frac{1}{2},j}^k) \cdot \alpha_{i+\frac{1}{2},j}^k \quad (8)$$

$$\eta_{i+\frac{1}{2},j}^k = \begin{cases} \frac{\xi_{i+1,j}^k - \xi_{ij}^k}{\alpha_{i+\frac{1}{2},j}^k}, & \alpha_{i+\frac{1}{2},j}^k \neq 0 \\ 0, & \alpha_{i+\frac{1}{2},j}^k = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\xi_{ij}^k = S_{i+\frac{1}{2},j}^k \cdot \max \left[ 0, \min \left( |\bar{\xi}_{i+\frac{1}{2},j}^k|, S_{i+\frac{1}{2},j}^k \cdot \bar{\xi}_{i+\frac{1}{2},j}^k \right) \right] \quad (10)$$

$$\bar{\xi}_{i+\frac{1}{2},j}^k = \frac{1}{2} \left[ Q(\gamma_{i+\frac{1}{2},j}^k) - (\gamma_{i+\frac{1}{2},j}^k)^2 \right] \cdot \alpha_{i+\frac{1}{2},j}^k \quad (11)$$

$$S_{i+\frac{1}{2},j}^k = \text{sign}(\bar{\xi}_{i+\frac{1}{2},j}^k) \quad (12)$$

$$\gamma_{i+\frac{1}{2},j}^k = \lambda^r \cdot \alpha_{i+\frac{1}{2},j}^k \quad (13)$$

$$\theta_{i+\frac{1}{2},j}^k = 1 + 2\max(\theta_{ij}^k, \theta_{i+1,j}^k) \quad (14)$$

$$\theta_{ij}^k = \begin{cases} \frac{|\alpha_{i+1/2,j}^k - \alpha_{i-1/2,j}^k|}{|\alpha_{i+1/2,j}^k| + |\alpha_{i-1/2,j}^k|} & \alpha_{\pm 1/2,j}^k \begin{cases} \text{不同时为 0} \\ \text{同时为 0} \end{cases} \\ 0 & \end{cases} \quad (15)$$

而  $Q(x)$  的表达式为

$$Q(x) = \begin{cases} |x| & |x| > \varepsilon \\ \frac{1}{2} \left( \frac{x^2}{\varepsilon} + \varepsilon \right) & |x| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (16)$$

其中  $\varepsilon$  为计算中经验参数,一般取  $0.05 \leq \varepsilon \leq 0.5$ 。

$\alpha^k, R^k$  分别是 Jacobi 矩阵  $A(W) = \partial f(W) / \partial W$  的特征值和特征向量,  $\alpha^k$  是下述线性代数方程组的解

$$\sum_{k=1}^4 \alpha_{i+1/2,j}^k \cdot R_{i+1/2,j}^k = W_{i+1,j} - W_{ij} \quad (17)$$

上述所有在  $(i+1/2, j)$  点的值为在  $(i, j)$  点和  $(i+1, j)$  点的 Roe 平均值。同样(5)式中的  $\bar{g}_{i,j+1/2}$ , 只要将上述式中各量下标  $(i \pm 1/2, j)$  和  $(i+1, j)$  相应地换成  $(i, j \pm 1/2)$  和  $(i, j+1)$  即可,  $(ij)$  不变, 不过,  $\alpha^k, R^k$  是 Jacobi 矩阵  $B(W) = \partial g(W) / \partial W$  的特征值和特征向量,  $\alpha^k$  是下述线性代数方程组的解

$$\sum_{k=1}^4 \alpha_{i,j+1/2}^k \cdot R_{i,j+1/2}^k = W_{i,j+1} - W_{ij} \quad (18)$$

### 3. 边界条件的实现

该格式是五点格式,所以在计算区域四周各加了四排网格点,落在地面以下的四排网格点上的量由下式给定

$$\left. \begin{aligned} u_{i,-j} &= u_{ij} \\ v_{i,-j} &= -v_{ij} \\ \rho_{i,-j} &= \rho_{ij} \\ p_{i,-j} &= p_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (j = 1, 2, 3, 4) \quad (19)$$

落在对称轴左边的四排网格点上的量由下式给定

$$\left. \begin{aligned} u_{-i,j} &= -u_{ij} \\ v_{-i,j} &= v_{ij} \\ \rho_{-i,j} &= \rho_{ij} \\ p_{-i,j} &= p_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (20)$$

对内界面,初始时刻 ( $t=0$ ),内界面为  $z = F(r)$ ,因此在赋初值时,当  $i\Delta r < r_0$  和  $j\Delta z < F(i\Delta r)$  同时满足时就赋(2)区初值,否则赋(1)区初值。当  $t > 0$  时,采用一开关函数

$$\Pi_{ij} = \left| \frac{p_{i-1,j} - 2p_{ij} + p_{i+1,j}}{p_{i-1,j} + 2p_{ij} + p_{i+1,j}} \right| \quad (21)$$

来近似确定计算过程中内界面位置,以确定某网格点上是用  $\gamma_1$  还是  $\gamma_2$ 。

## 三、计算结果

差分格式中参数取  $\mu = 0.95, \varepsilon = 0.05$ , 初始条件:

(1)区:静止大气,  $p_1 = 0.101325\text{MPa}, T_1 = 298.15\text{K}, \gamma_1 = 1.4$ ; (2)区:高温高压静止

气体,  $p_2 = 21p_1, T_2 = 7T_1, \gamma_2 = 1.4$ 。

本文分别对有限长和无限长圆柱形爆源在周围大气中形成的爆炸波及爆炸场进行了数值模拟,其计算域,网格数及初始界面函数如表1。

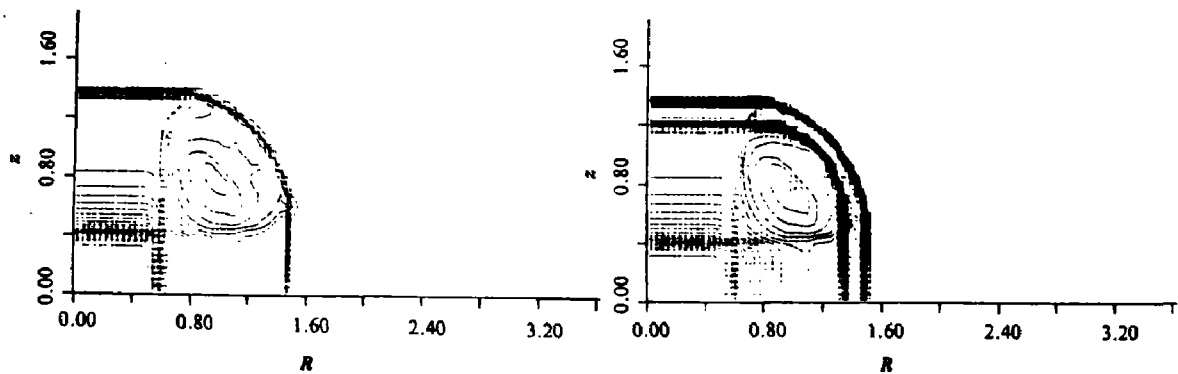
算例1结果

图3所示是  $n = 20$  时的压力、密度空间分布及速度场(分别示于 a,b,c)。图4所示是10个时刻的地面压力分布。图5所示是爆炸波轨迹的计算值与实测值的比较。

表1 两算例空间参数

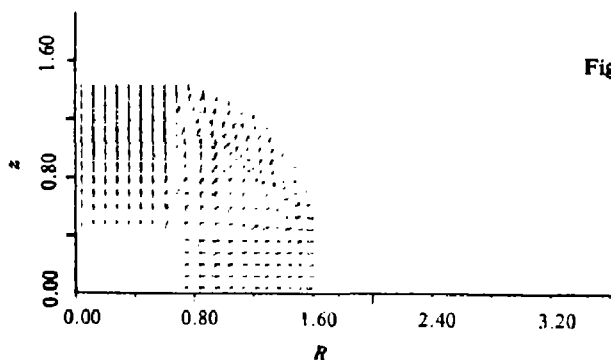
Table 1 Space parameters in two numerical tests

算例 序号	计算域		网格数 $M \times N$	空间步长		初始内界面		
	$r_{max} \times z_{max}$ (m × m)	$\bar{r}_{max} \times \bar{z}_{max}$		$\Delta r \times \Delta z$ (m × m)	$\Delta \bar{r} \times \Delta \bar{z}$	$r_0$ (m)	$P(r)$ (m)	$\bar{P}(r)$
1	20 × 10	4 × 2	100 × 50	0.2 × 0.2	0.04 × 0.04	5	4	0.8
5	20 × 6	4 × 1.2	100 × 30	0.2 × 0.2	0.04 × 0.04	5	$\infty$	$\infty$



(a) 压力

(b) 密度



(c) 速度

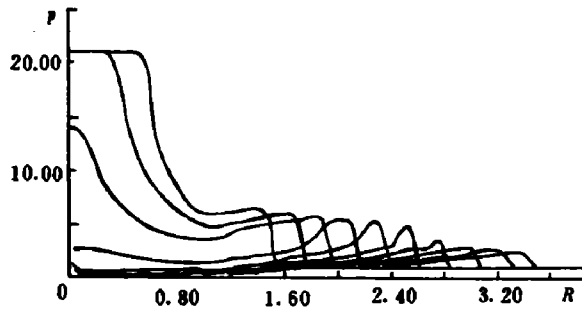
图3  $n = 20$  ( $t = 0.16441030$ ) 时的压力, 密度空间分布及速度场

Fig. 3 Pressure, density contours and velocity field at  $t = 0.16441030$

(a) pressure contours at  $t = 0.16441030$ ,  
max = 21.0000, min = 1.0000

(b) Density contours at  $t = 0.16441030$   
max = 3.3982, min = 0.5921

(c) Velocity field at  $t = 0.16441030$



p-R Curve			
$t = 0.16441030$	$n = 20$	$t = 0.24175395$	$n = 30$
$t = 0.31822738$	$n = 40$	$t = 0.39633026$	$n = 50$
$t = 0.47879810$	$n = 60$	$t = 0.56650075$	$n = 70$
$t = 0.66223154$	$n = 80$	$t = 0.77189140$	$n = 90$
$t = 0.89080438$	$n = 100$	$t = 0.97339515$	$n = 110$

图4 10个时刻的地面压力分布  
Fig. 4 Pressure distributions on the ground at ten different times

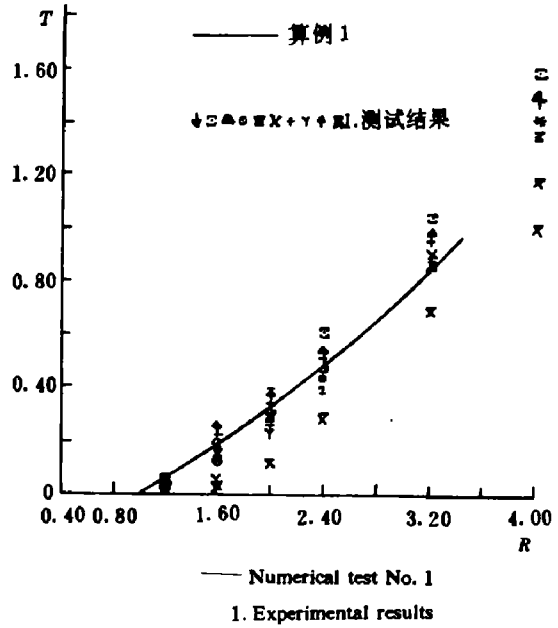


图5 爆炸波轨迹的试验数据与计算结果  
Fig. 5 Experimental data and computational results of blast waves' trajectories

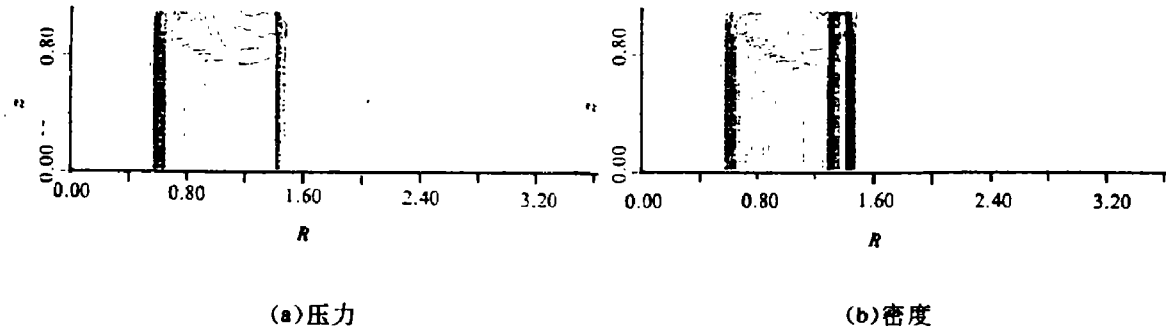
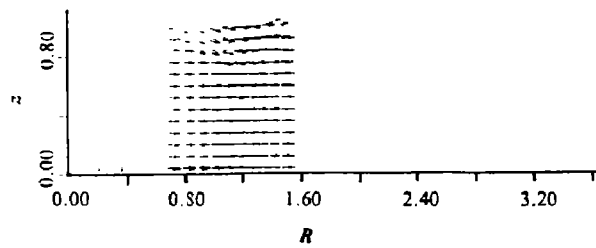
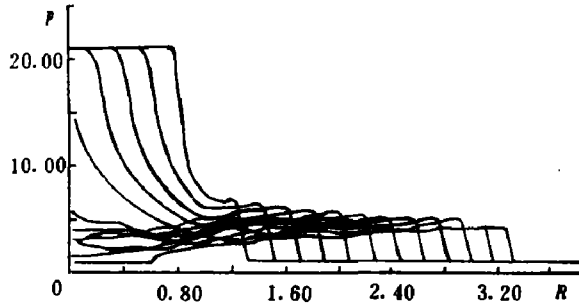


图6. 算例5的  $n = 20$  ( $t = 0.15371999$ ) 时的压力、密度分布及速度场  
Fig. 6 Pressure, density contours and velocity field of numerical test NO. 5 at  $t = 0.15371999$   
(a) Pressure contours at  $t = 0.15371999$ ,  
max=21.000, min=1.0000  
(b) Density contours at  $t = 0.15371999$ ,  
/ max=3.1515, min=0.9919  
(c) Velocity field at  $t = 0.15371999$



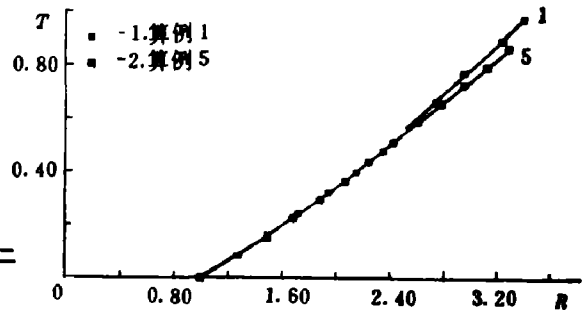
(c)速度



p-R Curve

$t = 0.08405822$	$n = 10$	$t = 0.15371999$	$n = 20$
$t = 0.22427988$	$n = 30$	$t = 0.29473047$	$n = 40$
$t = 0.36556415$	$n = 50$	$t = 0.43716297$	$n = 60$
$t = 0.50987777$	$n = 70$	$t = 0.58405075$	$n = 80$
$t = 0.65755186$	$n = 90$	$t = 0.72636547$	$n = 100$
$t = 0.79365816$	$n = 110$	$t = 0.86043968$	$n = 120$

图7 算例5,12个时刻的地面压力分布  
Fig. 7 Pressure distributions on the ground at twelve different times in numerical test NO. 5



1. Numerical test No. 1  
2. Numerical test No. 5

图8 算例1和算例5的爆炸波轨迹  
Fig. 8 Blast waves' trajectories of numerical tests NO. 1 and NO. 5

### 算例5结果

图6所示是  $n = 20$  时的压力、密度空间分布及速度场(分别示于 a, b, c)。图7所示是12个时刻的地面压力分布。图8所示是算例1与算例5爆炸波轨迹的比较。上述图中所有量都是如式(2)所定义的无量纲量。

本文仅给出  $\gamma_2 = 1.4$  及圆柱形高压区的两个算例,对于其它  $\gamma_2$  值和任意初始内界面函数  $F(|r|)$ ,我们也做过计算,限于篇幅,这里不做介绍,另见报道或作者博士论文<sup>[12]</sup>。

## 四、结论及分析

1. 从定性上来看,数值结果符合物理现象,从压力,密度的空间分布和速度场上可以看到爆炸波向大气中的传播规律以及稀疏波向高压区的传播和遇对称轴(相当于固壁)的反射,当中心附近压力较低时,又有一个向回传的激波产生。特别是从密度分布图上还可看到内界面(密度间断面)。

2. 从定量上来看,爆炸波超压及轨迹的计算值与实测值吻合较好。

3. 该格式的激波分辨率高,平面激波只有一个过渡点。

4. 从图8可以发现,两个算例除高压圆柱体一个为有限长,一个为无限长之外,其它条件均相同,所以爆炸波初始阶段的速度一样,只是当  $\bar{t} > 0.6$ (即约为  $t > 10\text{ms}$ )以后,无限长情况的激波速度才大于有限长情况的激波速度,这也符合物理现象,因为有限长柱体的

高压区向大气膨胀,同时有两个方向的稀疏波向内传播,而无限长柱体的高压区则只有来自  $r$  方向的稀疏波。在初始阶段,来自于  $z$  方向的稀疏波还不曾影响到  $r$  方向的激波,所以有限长,无限长情况几乎一致,只有当  $r$  方向的稀疏波遇  $z$  轴反射赶上激波时,才会显现出二者之差别。

综上所述,采用 TVD 格式对分布爆炸这类非理想爆源产生的爆炸场进行数值模拟,无论是从定性上还是定量上都能基本反映其真实物理现象和规律,该方法的应用和对爆炸场的进一步深入研究无论是对于军用武器的设计还是对于工业爆炸灾害事故中爆炸波破坏效应、破坏半径等预报都将具有十分重要的实际意义。

本文数值计算得到北京大学数学所黄敦教授及其博士生陈让福、吴颂平两同志的大力帮助。华东工学院云爆武器研究室为本文提供了实验数据,孙名振教授对本文的定稿给予了细心审校,在此一并表示衷心感谢。

### 参 考 文 献

- [1] Brode H. L., Numerical Solutions of Spherical Blast Waves, *J. Appl. Phys.* **26**(6)(1955), 766-775.
- [2] Brode H. L., Blast Wave from a Spherical Charge, *The Physics of Fluids*, **2**(2)(1959) 217-229.
- [3] W. E. 贝克著, (江 科译), 空中爆炸, 原子能出版社, (1982).
- [4] Baker, W. E., et al, Explosion Hazards and Evaluation, Elsevier Scientific Publishing Company, (1983).
- [5] 北京大学爆炸波计算组, 柱形爆炸波及其反射的计算, (1973).
- [6] 真实空气中点源爆炸冲击波计算, 爆炸力学学术会议报告, 华东工学院馆藏 N17100, (1977).
- [7] 贺成林, 郝保田, 实际空气中的点爆炸数值计算, 爆炸与冲击, **1**(1)(1981), 37-48.
- [8] 许会林等, 燃料空气炸药, 国防工业出版社(1980), 85-99.
- [9] Hall, S. F., et al, UKAEA Work on the Interaction of Vapour Cloud Explosions with Structures, FUEL-AIR EXPLOSIONS, pp. 475-504, Univ. of Waterloo Press, (1982).
- [10] Harten, A., High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, *J. Comp. Phys.* **49**, (1983), 357-393.
- [11] 吴颂平, 近地空中点爆炸波遇地面反射的数值模拟, 北京大学博士论文, (1987).
- [12] 彭金华, 非理想爆源产生的爆炸场数值模拟与实验研究, 华东工学院博士论文, (1990).

## NUMERICAL SIMULATION OF BLAST FIELDS FROM NON-IDEAL EXPLOSION SOURCES

Peng Jinhua, Tang Mingjun

(East China Institute of Technology, Nanjing)

**ABSTRACT** in this paper, numerical simulations of two-dimensional axisymmetric blast fields from non-ideal explosion sources on the ground were carried out by use of finite difference method-TVD schemes (Total Variation Diminishing, A. Harten, 1983). Numerical solutions are in agreement with the experimental result.

**KEY WORDS** blast fields, numerical simulation.