

# 多项式形式 Mie-Grüneisen 物态方程及其等熵线

王继海

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京100088)

**摘要** 在压缩度不十分大, 冲击波速度和波后粒子速度呈线性关系的条件下, 将 Hugoniot 关系对压缩度展开, 并进行适当的修正, 获得了在炸药爆轰作用和高速碰撞的数值模拟和理论分析中常用的多项式形式 Mie-Grüneisen 物态方程系数和 Hugoniot 参数之间的关系, 从而给出了一种近似的物态方程。此外, 利用热力学关系, 还获得了等熵声速和等熵方程的解析表达式。利用本文的公式, 对10种最常用的轻、重金属进行了计算, 并和文献中发表的数据进行了比较, 结果表明, 这里所提供的物态方程在100GPa 以下有很好的精度。由解析形式的等熵方程, 还可导出一些非常有意义的结论, 这些结论对于分析爆炸作用和高速碰撞现象是很有用处的。

**关键词** 冲击压缩 格临爱森物态方程 等熵线

## 一、引言

形式简单而又具有很好的精确度的物态方程会给爆炸力学有关问题的数值模拟特别是解析研究带来极大的方便。在国外发表的许多二维及三维拉氏和欧氏流体弹塑性程序, 例如在 EDIC3、HEMP3D、DYNA3D 及 HULL 等三维程序中, 都广泛地采用下列形式的 Mie-Grüneisen 物态方程<sup>[1]</sup>

$$p = p_H \left(1 - \frac{\Gamma \mu}{2}\right) + \Gamma \rho (E - E_0)$$
$$p_H = \begin{cases} K_1 \mu + K_2 \mu^2 + K_3 \mu^3 & \mu \geq 0 \\ K_1 \mu & \mu < 0 \end{cases}$$
$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1$$

这个物态方程对于描绘炸药作用或高速碰撞下凝聚介质的状态是很有效的。它形式简单且在压缩度不太大的条件下有很好的精度。这个物态方程对于描绘卸载中出现  $\rho < \rho_0$  区域亦是方便的, 它在  $\rho = \rho_0$  处有一阶的光滑度。

这个物态方程的一些参数在文献[2]中曾经给出过。在压强不太高的情况下, 材料中冲击波速度和波后粒子速度呈线性关系。在此条件下, 不难获得冲击压强和压缩度之间的关系。<sup>[3]</sup>本文考虑将上述 Hugoniot 关系对压缩度进行展开, 取有限项。由于舍去的高阶项均为正数, 因而由展开式算出的 Hugoniot 压强偏低, 而对保留的高阶展开项的系数进行适

当的修正,可使展开式的应用范围扩充到 100GPa。利用 Mie-Grüneisen 方程,就可获得上述广为应用的方程。再进行展开,可得多项式形式的物态方程。

等熵声速的计算在有关数值方法中有时也是很重要的<sup>[1]</sup>。但文献<sup>[2,3,4]</sup>中给出的计算公式过分复杂,使用不便。为此,利用多项式形式的物态方程和热力学关系,可得到声速的简单表达式。计算表明,由此式算出的声速在 Hugoniot 曲线上和文献<sup>[3]</sup>中给出的结果符合极好。

在此基础上可得到简单形式的等熵方程。它还提供了许多重要信息,如材料经冲击压缩再卸载到常压时的压强是冲击压缩度的三阶小量、内能沿等熵线的变化、Hugoniot 上内能和压缩度的关系、冷热能关系等等。这些对于有关应用问题的分析研究是十分重要的。

## 二、Mie-Grüneisen 物态方程

为描绘材料冲击压缩后的状态,广泛地使用 Mie-Grüneisen 方程<sup>[2,3,4]</sup>

$$p - p_H = \Gamma \rho (E - E_H)$$

这里  $p$  为压强,  $\rho$  为密度,  $\Gamma$  为 Grüneisen 系数,  $E$  为比内能,而下标“H”表示相应的 Hugoniot 冲击绝热线上的量。  $p_H$  和  $E_H$  间满足下列能量守恒<sup>[2,3,4]</sup>

$$E_H - E_0 = \frac{1}{2} p_H \left( \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right)$$

这里  $E_0$  和  $\rho_0$  是材料常态下的比内能和密度。对于固定的材料,  $p_H$  是冲击压缩所达到的密度  $\rho$  的函数。将此式代入上式,得到

$$p = p_H(\rho) \left( 1 - \frac{\Gamma \mu}{2} \right) + \Gamma \rho (E - E_0) \quad (1)$$

这里

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1$$

定义为材料的压缩度。

下面给出  $p_H(\rho)$  的表达式。由凝聚介质的冲击压缩实验<sup>[2,3,4,5]</sup>可知,冲击波速度  $D$  和波后粒子速度  $u$  之间呈线性关系,即

$$D = c_0 + \lambda u$$

这里  $c_0$  和  $\lambda$  是由实验得到的常数,我们简称其为材料的 Hugoniot 参数,其中  $c_0$  等于或接近于材料常态下的声速。将此式代入跨越冲击波的质量守恒方程

$$\rho(D - u) = \rho_0 D$$

得到

$$u = \frac{c_0 \mu}{1 - (\lambda - 1) \mu}$$

$$D = \frac{c_0 (1 + \mu)}{1 - (\lambda - 1) \mu}$$

代入跨越冲击波阵面的动量守恒方程

$$p_H = \rho_0 D u$$

得到

$$p_H = \rho_0 c_0^2 \mu (1 + \mu) / [1 - (\lambda - 1)\mu]^2 \quad (2)$$

类似的公式在文献中是常见的,只是变量的取法可能不同。<sup>[3,4,5]</sup>

Grüneisen 系数  $\Gamma$  是密度  $\rho$  或压缩度  $\mu$  的函数,当压强不太高时可采用<sup>[2,3,4,5]</sup>

$$\Gamma \rho = \Gamma_0 \rho_0$$

这一很好的近似。将(1)和(2)联立得到

$$\left. \begin{aligned} p &= f(\mu) + \Gamma_0 \rho_0 (E - E_0) \\ f(\mu) &= \frac{\rho_0 c_0^2 \mu (1 + \mu)}{[1 - (\lambda - 1)\mu]^2} \left[ 1 - \frac{\Gamma_0 \mu}{2(1 + \mu)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

这种形式的 Mie-Grüneisen 方程已经可以应用了。

由于数值模拟和理论分析的需要,常常要给出材料在各状态下的声速和等熵方程。有了物态方程(3)以后,就可以导出有关表达式,而不必采用复杂的公式或差分计算<sup>[3]</sup>。

对(3)式微分得

$$dp = f'(\mu) \frac{d\rho}{\rho_0} + \Gamma_0 \rho_0 dE$$

将热力学关系

$$dE = T ds + \frac{p d\rho}{\rho^2}$$

代入上式,并取  $ds=0$  得等熵声速

$$c_s^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = f'(\mu) / \rho_0 + \frac{\Gamma_0 p}{\rho_0 (1 + \mu)^2} \quad (4)$$

$f'(\mu)$  可由(3)的第二式求得。此式是等熵情况下  $p$  对于  $\rho$  的一阶常微分方程,其解可写成

$$p - p_H = \left[ e^{-\Gamma_0/(1+\mu)} \int e^{\Gamma_0/(1+\mu')} f'(\mu') d\mu' \right]_{\mu_H}^{\mu} \quad (5)$$

这就是相应的等熵方程的积分表达式。

### 三、多项式形式的物态方程

当压强不十分高,  $\mu$  是小量,可以将前面的  $D$ 、 $u$  和  $p_H$  对  $\mu$  展开,得

$$u = c_0 \mu [1 + (\lambda - 1)\mu + (\lambda - 1)^2 \mu^2 + \dots]$$

$$D = c_0 [1 + \lambda \mu + (\lambda - 1)\lambda \mu^2 + (\lambda - 1)^2 \lambda \mu^3 + \dots]$$

$$p_H = \rho_0 c_0^2 \mu [1 + (2\lambda - 1)\mu + (\lambda - 1)(3\lambda - 1)\mu^2 + \dots]$$

对绝大多数材料而言,均有  $\lambda > 1$ ,因此当我们对上述展开式取有限项时,丢失的高阶项均为正数。为修正误差,使多项展开式在较高压强下仍有好的精度,我们在最高阶系数上乘一个大于或等于 1 的修正因子  $\eta$ ,例如对  $p_H$  有

$$p_H = K_1 \mu + K_2 \mu^2 + K_3 \mu^3 \quad (6)$$

经过修正后的  $K_i$  表达式如下

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \rho_0 c_0^2 \\ K_2 &= (2\lambda - 1) \rho_0 c_0^2 \\ K_3 &= \eta (\lambda - 1) (3\lambda - 1) \rho_0 c_0^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

这样就获得了文献[1]中所给出的 Mie-Grüneisen 物态方程

$$p = (K_1\mu + K_2\mu^2 + K_3\mu^3)\left[1 - \frac{\Gamma_0\mu}{2(1+\mu)}\right] + \rho_0\Gamma_0(E - E_0) \quad (8)$$

各系数  $K_i$  的具体计算方法。 $\eta$  的取值可根据在一定压强范围内由公式(2)和(6)计算出的具体结果的差别来选定。如照顾低压段(50GPa 以下),可取  $\eta=1$ ,如照顾高压段,适当牺牲低压段的精度,可取  $\eta>1$ 。

对于  $\mu<0$ ,即材料处于稀疏状态时,冲击压缩曲线不应起作用,我们只能用(8)式中的弹性项,故应取  $K_2=K_3=0$ 。

(8)式还可进一步对  $\mu$  展开,这样就将(3)式中的  $f(\mu)$  写成

$$f(\mu) = \mu\left\{K_1 + \left(K_2 - \frac{\Gamma_0 K_1}{2}\right)\mu + \left(K_3 + \frac{\Gamma_0 K_1}{2} - \frac{\Gamma_0 K_2}{2}\right)\mu^2\right\} \quad (9)$$

代入(3)式,就获得了更为简单的多项式形式的 Mie-Grüneisen 物态方程

$$\left. \begin{aligned} p &= A_1\mu + A_2\mu^2 + A_3\mu^3 + \Gamma_0\rho_0(E - E_0) \\ A_1 &= \rho_0 c_0^2 \\ A_2 &= (2\lambda - 1 - \frac{\Gamma_0}{2})\rho_0 c_0^2 \\ A_3 &= (\lambda - 1)[(3\lambda - 1)\eta - \Gamma_0]\rho_0 c_0^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

同样,当  $\mu<0$  时取

$$A_2 = A_3 = 0$$

将(9)式代入(4)式可得声速的表达式

$$c_s^2 = c_0^2\left\{1 + 2(2\lambda - 1 - \frac{\Gamma_0}{2})\mu + 3(\lambda - 1)[(3\lambda - 1)\eta - \Gamma_0]\mu^2\right\} + \frac{\Gamma_0 p}{\rho_0(1 + \mu)^2} \quad (11)$$

此式已可直接用于计算了。

利用展开式

$$e^{\pm \frac{\Gamma_0}{1 \mp \mu}} = e^{\pm \Gamma_0} \left\{1 \mp \Gamma_0\mu \pm \frac{\Gamma_0}{2}(2 \pm \Gamma_0)\mu^2 + \dots\right\}$$

将(9)式代入(5)式积分,并考虑(7)式和(10)式得到下列等熵方程的简单形式

$$p = K_1\mu + K_2\mu^2 + K_3\mu^3 + \frac{\Gamma_0\lambda K_1}{3}(\mu_H^3 - \mu^3) \quad (12)$$

这里  $\mu_H$  起参量的作用。此方程表示材料被冲击压缩到  $(p_H, \mu_H)$  状态后再经等熵过程所获得的状态。对此式微商,得到更简单的声速表达式

$$c_s^2 = c_0^2\left\{1 + 2(2\lambda - 1)\mu + [3(\lambda - 1)(3\lambda - 1)\eta - \Gamma_0\lambda]\mu^2\right\} \quad (13)$$

#### 四、一些有意义的结论

上面所获得的各有关方程形式简单,便于计算,而且从下节的讨论中我们还可以看到,它们也有相当好的精度,使用方便。对于凝聚材料冲击压缩问题,还能提供一些非常有意义的结论。

##### 1. 关于等熵线和声速的性质

由(12)式和(13)式可见,通过不同的  $(p_H, \mu_H)$  点的等熵线只是和  $p$  轴的截距不同,但

对于  $\mu$  的依赖形式则完全相同, 也就是说其斜率(声速)只是  $\mu$  的函数, 而和材料被冲击压缩达到的  $(p_H, \mu_H)$  状态无关。同种材料的等熵线在  $(p, \rho)$  或  $(p, \mu)$  平面上组成斜率仅和  $\mu$  有关的相互平行的曲线族。由于声速仅和  $\mu$  有关, 材料回到原始未被压缩状态时, 声速回到原始声速。

## 2. 关于 Hugoniot 曲线和等熵线的关系

由(6)式和(12)式分别对  $\mu$  微商得到

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{\mu=0} &= \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{\mu=0} = c_0^2 \\ \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_{\mu=0} &= \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_{\mu=0} = 2(2\lambda - 1)c_0^2/\rho_0 \\ \left(\frac{\partial^3 p}{\partial \rho^3}\right)_{\mu=0} &- \left(\frac{\partial^3 p}{\partial \rho^3}\right)_{\mu=0} = 2\Gamma_0\lambda c_0^2/\rho_0^2 \end{aligned}$$

即等熵线和 Hugoniot 曲线在  $\mu=0$  处二阶相切, 其三阶导数差和  $\Gamma_0, \lambda$  成正比。

## 3. 等熵线上内能的变化, 冷、热能之比

将(12)式代入(10)式可得等熵线上内能的表达式

$$E = E_0 + c_0^2 \left\{ \frac{\lambda}{3} (\mu_H^3 - \mu^3) + \left[ (\lambda - 1)\mu + \frac{1}{2} \right] \mu^2 \right\} \quad (14)$$

令  $\mu = \mu_H$  可得 Hugoniot 线上内能表达式

$$E_H = E_0 + c_0^2 \mu_H^2 \left[ \frac{1}{2} + (\lambda - 1)\mu_H \right] \quad (15)$$

这个表达式应包括冷能和热能。在(14)式中取  $\mu=0$  意味着材料经冲击压缩获得能量, 然后再稀疏到原始密度, 则剩余部份为热能, 即

$$\Delta E_T = \frac{c_0^2}{3} \lambda \mu_H^3 \quad (16)$$

和(15)式相比得到

$$\frac{\Delta E_T}{\Delta E} \sim \frac{2}{3} \lambda \mu_H \quad (17)$$

由后面的附录数据可见,  $E_0$  为小量, 所以(17)式实际上是热能和总能之比。  $\lambda$  对各种材料变化不大, 且都在 1.5 附近。因此, 材料经受冲击压缩时, 其热能所占的份额约等于其压缩度  $\mu_H$ 。由此可见, 压缩到相同的压强, 阻抗小的材料热能占的比重较大。

## 4. 热压及其作用

在(12)式中取  $\mu=0$  就得到材料冲击到  $p_H$  然后再等熵卸载到原始未压缩态下的剩余压强, 即热压的值

$$p_T = \frac{\Gamma_0 \lambda}{3} \rho_0 c_0^2 \mu_H^3 \quad (18)$$

它和总压的比值

$$\frac{p_T}{p_H} \sim \frac{\Gamma_0 \lambda}{3} \mu_H^2 \quad (19)$$

比相应的能量比小一个量级。由于它的存在, 压强卸载到零时,  $\mu$  为负值。考虑到  $\mu < 0$  时,  $\mu$  应取弹性项, 由(12)式得

$$\mu_0^- = -\frac{p_T}{\rho_0 c_0^2} = -\frac{\Gamma_0 \lambda}{3} \mu_H^2 \quad (20)$$

由于它是三阶小量,故这时材料并未受到严重的稀疏。表 1 中给出 B 型炸药接触爆轰在几种金属中形成的  $p_H$ 、 $\mu_H$  以及相应的  $p_T$  和  $\rho_0^-/\rho_0 = 1 + \mu_0^-$  值。

表 1 B 型炸药接触爆轰形成的  $p_H$ 、 $\mu_H$  等值

Table 1  $p_H$ ,  $\mu_H$  values produced by contact detonation with composition B explosive

金属	W	Fe	Be	Al	Mg
$p_H$ /(GPa)	56	45	32	35	27
$\mu_H$	0.15	0.22	0.21	0.29	0.43
$p_T$ /(GPa)	0.8	2.6	0.6	2.7	2.9
$\mu_0^-$	-0.003	-0.025	-0.005	-0.038	-0.08
$\rho_0^-/\rho_0$	0.997	0.975	0.995	0.962	0.92

## 五、数值结果和方程的精度

为了讨论上述得到的各公式的精度,给出其适用范围,我们在附录中对 10 种常用的轻、重金属分别利用公式(6)、(13)及(15)对给定的  $\rho$  进行了计算,并分别以  $p$ (6)、 $c$ (13)和  $E$ (15)表示。参数  $\rho_0$ 、 $c_0$ 、 $\lambda$ 、 $\Gamma_0$  和  $E_0$  均取自文献[3],并和该文献中同样的  $\rho$  所对应的  $p$ 、 $c$  和  $E$  等 Hugoniot 数据进行比较。采用的修正系数也在表中列出。从有关数据比较中,可得到如下结论

1. 对 Be、W 等阻抗大的材料,直接利用展开式(6)和(13)式不进行修正( $\eta=1$ ),在 100GPa 以下时,计算误差在 1%左右。如进行适当的修正,取  $\eta=1.05-1.2$ ,误差可降低一个量级。

2. 对 Mg、Al 等阻抗小的材料,取  $\eta=1$  时,压强和声速的误差可达 3%—5%。如进行适当的修正,取  $\eta=1.2-1.4$ ,一般误差均在 1%以下,最大误差不超过 2%,已达到物态方程本身的测试精度,因此在 100GPa 以下是可以应用的。

3. 调试后的声速误差均在千分之几。这保证了等熵线在 Hugoniot 曲线附近有高的精度。

4. 公式(15)不是由  $p$ 、 $\rho$  通过能量守恒获得的,而是由展开式得到的,并未进行修正。虽然利用此式计算阻抗大的材料精度高,但对阻抗小的材料误差可达 10%,因而它只有参考作用,可在近似解析理论中应用,但不宜直接用于检验数值计算结果。顺便指出,调整  $\eta$  以提高有关公式精度的方法不是唯一的,亦可采用适当增大  $\lambda$  的方法,这时公式(15)的精度可望同时得到提高。

由上可见,这里所提供的多项式形式的 Mie-Grüneisen 物态方程形式简单,便于计算,在 100GPa 以下有很好的精度,可供使用。

作者曾和张万箱,李茂生及陈栋泉等同志就有关问题进行过有益的讨论,特此致谢。

## 附 录

## 10 种金属计算结果和比较

这里给出利用公式(6)、(13)和(15)对 10 种轻重金属的计算结果并和文献[3]中的有关数据进行比较。 $\Gamma_0$  和  $\lambda$  给在每种材料表的上方, 而  $\rho_0, c_0$  和  $E_0$  给在对应的  $p=0$  栏中, 它们均取自文献[3]。每行以同样的  $\rho$  为参量, 前三列的  $p, c, E$  为文献[3]中的值, 后面的  $p(6), c(13)$  和  $E(15)$  为利用本文公式计算值,  $\eta$  给在表上。各量单位是  $[p]: \text{GPa}$ ,  $[\rho]: \text{g/cm}^3$ ,  $[c]: \text{km/s}$ ,  $[E]: \text{kJ/g}$

Be		$\Gamma_0=1.16$		$\lambda=1.124$				
$\rho$	$p$	$c$	$E$	$p(6)$ ( $\eta=1$ )	$c(13)$	$p(6)$ ( $\eta=1.2$ )	$c(13)$	$E(15)$
1.851	0	7.998	0.213	0	7.998	0	7.998	0.213
2.115	20	9.29	0.886	20	9.28	20.1	9.296	0.887
2.319	40	10.17	2.395	39.95	10.13	40.1	10.17	2.386
2.490	60	10.86	4.372	59.92	10.77	60.2	10.83	4.351
2.638	80	11.44	6.662	79.70	11.27	80.3	11.36	6.605

Mg								
$\rho$	$p$	$c$	$E$	$p(6)$ ( $\eta=1$ )	$c(13)$	$p(6)$ ( $\eta=1.4$ )	$c(13)$	$E(15)$
1.74	0	4.492	0.222	0	4.492	0	4.492	0.222
2.346	20	6.62	1.707	19.8	6.53	20.2	6.62	1.67
2.684	40	7.77	4.266	38.9	7.48	40.6	7.82	4.04
2.929	60	8.65	7.22	57.2	8.13	60.5	8.62	6.63
3.122	80	9.39	10.4	74.6	8.61	79.8	9.24	9.25

Al(2024)		$\Gamma_0=2$		$\lambda=1.338$				
$\rho$	$p$	$c$	$E$	$p(6)$ ( $\eta=1$ )	$c(13)$	$p(6)$ ( $\eta=1.31$ )	$c(13)$	$E(15)$
2.785	0	5.328	0.166	0	5.328	0	5.328	0.166
3.306	20	6.85	0.732	19.92	6.82	20.1	6.88	0.727
3.647	40	7.77	1.864	39.5	7.66	40.2	7.82	1.81
3.908	60	8.48	3.262	58.5	8.26	60.1	8.51	3.10
4.122	80	9.07	4.823	77.2	8.72	78.8	9.04	4.50
4.303	100	9.59	6.498	95.1	9.03	99.1	9.53	5.93

Fe(1018)		$\Gamma_0=1.69$		$\lambda=1.92$				
$\rho$	$p$	$c$	$E$	$p(6)$ ( $\eta=1$ )	$c(13)$	$p(6)$ ( $\eta=1.05$ )	$c(13)$	$E(15)$
7.85	0	3.57	0.105	0	3.57	0	3.57	0.105
8.917	20	4.99	0.258	19.95	4.99	20	5.01	0.252
9.556	40	5.88	0.560	39.7	5.87	39.9	5.90	0.526
10.027	60	6.56	0.935	58.9	6.52	59.4	6.57	0.845
10.406	80	7.11	1.36	77.8	7.05	78.6	7.11	1.19
10.729	100	7.57	1.81	96.5	7.50	97.6	7.58	1.54

Fe(不锈钢)		$\Gamma_0=2.17$		$\lambda=1.49$				
$\rho$	$p$	$c$	$E$	$p(6)$ ( $\eta=1$ )	$c(13)$	$p(6)$ ( $\eta=1.2$ )	$c(13)$	$E(15)$
7.896	0	4.569	0.099	0	4.569	0	4.569	0.099
8.684	20	5.44	0.214	19.98	5.43	20	5.45	0.213
9.264	40	6.06	0.473	39.8	6.03	40.1	6.08	0.465
9.728	60	6.56	0.815	59.3	6.49	60	6.58	0.789
10.118	80	6.99	1.21	78.5	6.87	79.7	6.99	1.15
10.456	100	7.37	1.65	97.3	7.20	99.2	7.35	1.55

Cu		$\Gamma_0=1.99$		$\lambda=1.489$				
$\rho$	$p$	$c$	$E$	$p(6)$ ( $\eta=1$ )	$c(13)$	$p(6)$ ( $\eta=1.2$ )	$c(13)$	$E(15)$
8.93	0	3.94	0.077	0	3.94	0	3.94	0.077
9.959	20	4.81	0.193	19.97	4.80	20.05	4.82	0.192
10.688	40	5.41	0.445	39.7	5.38	40.1	5.43	0.436
11.262	60	5.90	0.772	59.1	5.81	59.9	5.91	0.742
11.738	80	6.32	1.15	78.01	6.17	79.5	6.30	1.081
12.145	100	6.69	1.56	96.4	6.47	98.6	6.63	1.44

Mo		$\Gamma_0=1.52$		$\lambda=1.233$				
$\rho$	$p$	$c$	$E$	$p(6)$ ( $\eta=1$ )	$c(13)$	$p(6)$ ( $\eta=1.07$ )	$c(13)$	$E(15)$
10.206	0	5.124	0.050	0	5.124	0	5.124	0.050
10.897	20	5.61	0.112	20	5.61	20	5.61	0.112
11.482	40	6.00	0.268	40	5.99	40	6.00	0.267
11.995	60	6.32	0.488	60	6.31	60.04	6.32	0.486
12.453	80	6.60	0.757	79.8	6.57	80.02	6.59	0.752
12.87	100	6.85	1.064	99.7	6.81	100	6.83	10.53



W-C(碳化钨)		$\Gamma_0=1.50$		$\lambda=1.339$				
$\rho$	$p$	$c$	$E$	$p(6)$ ( $\eta=1$ )	$c(13)$	$p(6)$ ( $\eta=1.1$ )	$c(13)$	$E(15)$
15.02	0	4.92	0.032	0	4.92	0	4.92	0.032
15.78	20	5.33	0.064	20	5.33	20	5.33	0.064
16.435	40	5.67	0.147	39.98	5.67	40	5.67	0.146
17.015	60	5.96	0.266	59.96	5.95	60	5.96	0.265
17.538	80	6.23	0.414	79.9	6.21	80.02	6.23	0.411
18.015	100	6.47	0.585	99.7	6.64	100	6.46	0.578

U-Mo(合金)		$\Gamma_0=2.03$		$\lambda=1.531$				
$\rho$	$p$	$c$	$E$	$p(6)$ ( $\eta=1$ )	$c(13)$	$p(6)$ ( $\eta=1.25$ )	$c(13)$	$E(15)$
18.45	0	2.565	0.025	0	2.565	0	2.565	0.025
20.795	20	3.22	0.086	19.95	3.21	20.1	3.23	0.085
22.389	40	3.67	0.215	39.6	3.63	40.1	3.69	0.209
23.614	60	4.02	0.38	58.7	3.94	59.9	4.03	0.360
24.616	80	4.35	0.568	77.2	4.19	79.3	4.32	0.523
25.465	100	4.60	0.77	95.1	4.40	98.3	4.55	0.693

W		$\Gamma_0=1.54$		$\lambda=1.237$				
$\rho$	$p$	$c$	$E$	$p(6)$ ( $\eta=1$ )	$c(13)$	$p(6)$ ( $\eta=1.05$ )	$c(13)$	$E(15)$
19.224	0	4.029	0.029	0	4.029	0	4.029	0.29
20.355	20	4.37	0.058	20	4.365	20	4.37	0.058
21.331	40	4.64	0.131	40	4.64	40	4.64	0.131
22.195	60	4.87	0.238	59.95	4.86	60.1	4.87	0.237
22.975	80	5.07	0.368	79.9	5.06	80.1	5.08	0.367
23.688	100	5.26	0.519	99.8	5.23	100	5.26	0.515

## 参 考 文 献

- [1] Jonas A Zukas. Impact Dynamics. New York, John Wiley Sons Press, 1982, 419~443
- [2] Rice M H, McQueen R G, Walsh J M. Solid State Phys, 1958, 6: 1~63
- [3] McQueen R G, et al. High Velocity Impact Phenomena. Kinlow R. New York, Acad Press, 1970. 293~417, 530~568
- [4] 徐锡申, 张万箱等. 实用物态理论导引. 北京: 科学出版社, 1986
- [5] 经福谦等. 实验物态方程导引. 北京: 科学出版社, 1986

## POLYNOMIAL FORM OF MIE-GRÜNEISEN EQUATION OF STATE AND ITS ISENTROPES

Wang Jihai

*(Beijing Institute of Applied physics and Computational Mathematics Beijing 100088)*

**ABSTRACT** Under the conditions of that the compression is not large and there exists a linear dependence of shock velocity on particle velocity, we expanded the Hugoniot relations in polynomial in terms of compression, and thus attained the coefficients and the relations of these coefficients of the corresponding Mie-Grüneisen equation-of-state in polynomial form with limited terms and a proper correction. Again, the expressions of isentropic sound speed and isentrope were derived from above equation-of-state and thermodynamic relations. All of above expressions are convenient to the numerical simulation and theoretical analysis for the problems of explosive detonation acting and high velocity impact phenomena.

comparisons of numerical results calculated by these formulae with that published in literature for ten commonly useful light and heavy metals, it showed that the recommended equation-of-state is valid in the pressure region less than 100Gpa with good accuracy.

**KEY WORDS** shock compression, Mie-Grüneisen equation-of-state, isentrope