



## 爆轰传播理论的解析研究方法(六)

孙承纬

(中国工程物理研究院流体物理研究所, 成都 610003)

### 九、爆轰冲击波动力学(DSD)方法

密度均匀的炸药中,从起爆点出发的正常爆轰波传到某点的时间等于它们之间距离被爆速除的商数,这种现象类似于均匀介质中光线的直线传播。把爆轰波阵面看作光波阵面,爆速当作光波的群速度,爆轰途径则类似于光线。按照几何光学的 Fermat 原理,任何炸药中爆轰从 A 点传播到 B 点的途径是传播时间最少的途径,即可用变分问题表达:

$$\delta \int_A^B ds/D = 0$$

$ds$ , 途径的弧元,  $D$ , 当地爆速。在两种爆速不同的炸药界面上,爆轰途径要按光学折射定律发生折转。Fermat 原理主要用于设计爆轰波形发生器,使得单个雷管起爆引起的球面散心波转变为预定阵面形状的爆轰波,例如变成平面波,球面聚心波等。这种又被称作炸药透镜的装置,一般由两种不同爆速的炸药构成,它们的界面形状由 Fermat 原理确定。由于每种炸药中爆轰途径都是直线,变分问题用初等数学就可解决,例如炸药平面波透镜内界面曲线是双曲线,甚至是其渐近线。

多维爆轰波的传播也有几何光学类比,这就是衍射的基本理论——Huygens 原理。它表明若已知某时刻的波阵面,以其上各点为新起爆点,向前发出分别以当地爆速传播的许多小散心球面波,它们的包络面就是下一时刻的爆轰波阵面。容易理解,只要给出确定各点处当地爆速的原则(如都取为 CJ 爆速  $D_c$ ),在数值编码中应用 Huygens 原理计算传播问题简易可行。但必须指出,几何光学类比只适用于炸药内部,沿炸药与惰性介质或真空边界上爆轰的传播仍应服从力学原理。本文第二节指出,爆轰波阵面的真空边界点是 PM 奇点,波后的均匀区(1)必须是声速区,则平面二维几何下波阵面与药柱边界的夹角  $\theta$  为(图 2.5)

$$\text{ctg}^2 \theta = (\gamma - 1)/(\gamma + 1)$$

对于拟定态二维爆轰波,可使用这种等夹角假定(第七节例 6)。非定常情形,这个  $\theta$  角是长时间传播的趋近值。上面的简单条件,应引入同时间或部分反应有关的项作经验性修正(如后文的(9.12)或(9.20)式)。无论 Huygens 原理计算还是下述 DSD 方法,药柱与惰性介质(或真空)的边界条件是基本相同的,然而这个对实际计算十分重要的问题,至今还未得到全面而且严格的解决。

多维爆轰波的传播常用 Huygens 原理计算,但对必须考虑反应区影响的理论和工程设计问题(绕射,拐角效应,侧向飞散...),在零级量上就不准确。严格按照反应流动的理论 and 数值研究极其困难,必须寻求简化理论方法,把反应区的解析解与流动区的数值模拟结合起来,有可能解决很大一类问题。记反应区长度与炸药系统特征尺寸(如曲面波的曲率半径)之比为  $\delta$ 。较小  $\delta$  的系统行为不易受起爆条件影响,但较敏感;反之, $\delta$  较大的钝感系统中爆轰传播同起爆条件关系密切。较好的折衷是  $\delta \sim 0.01$ ,但 Huygens 原理只

适用于不计反应区( $\delta \sim 0.001$ )场合。从上节例 2 可知,爆轰反应区有两种时间尺度的动力学,一是边部的“快”尺度问题,对起爆阶段或边部范围有影响,另一是中部的“慢”尺度拟定态问题,决定了爆轰波长时间和大范围的性态。分析小  $\delta$  系统的控制方程组,把它分解为描述波阵面运动的演化方程和描述反应区动力学的一维拟定态流动方程组,其思想即来自 Whitham 方法和上述“慢”动力学。把这种处理爆轰阵面和反应区的理论同流体力学计算编码结合,得到既能反映反应区影响、又十分节省机时的实用方法,称之为爆轰冲击波动力学(Detonation Shock Dynamics, DSD)方法。

1. 非定常二维爆轰波的传播和演化

把上节拟定态二维爆轰理论推广到非定态情形,可得出 DSD 方法的主要依据。如图 9.1 示,  $x=0$  为起爆面,边部因稀疏影响成为两步反应,中部反应区则趋于二维拟定态(1D)。在短时间( $t \sim O(1)$ )内平面起爆起主导作用,二维效应不计,但长时间( $t \sim O(\delta^2)$ )后形成的波系结构,包括弱二维的双曲区  $H$  和强二维的抛物区  $P$ ,以及中部的准一维区 1D。取函数于波阵面边点的柱坐标系( $y, \theta, z$ ),不定常流动方程组由 Bernoulli 定律、涡量方程和能量方程构成,记粒子速度  $\vec{v} = (u, v, w)$ , 涡量  $\vec{D} = \nabla \times \vec{v}$ , 焓  $h = e + p/\rho + v^2/2$  并假定反应速率  $r = kf(\lambda)$ , 得到

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)h = \rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial t} \\ \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{D} = (\vec{D} \cdot \nabla)\vec{v} \\ \quad + \nabla \rho \times \nabla p / \rho^2 \\ - \rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \\ \quad + \frac{1}{2} (\vec{v} \cdot \nabla)U^2 - \gamma \rho^{-1} p \nabla \cdot \vec{v} \\ = -(\gamma - 1)qr \end{cases} \quad (9.1)$$

虽然,冲击波阵面  $x$  上的边条件与(8.33)式相仿,但爆速、阵面斜率和曲率诸项都有修正<sup>[44]</sup>。

$$\begin{cases} \rho_1/\rho_0 = (\gamma + 1)/(\gamma - 1) \\ u_1 = - \left\{ D \left[ \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \left( \frac{\partial x_s}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial x_s}{\partial \theta} \right)^2 \right] - \frac{2}{\gamma + 1} \frac{\partial x_s}{\partial t} \right\} / F \\ v_1 = - \frac{2}{\gamma + 1} \frac{\partial x_s}{\partial y} (D + \frac{\partial x_s}{\partial t}) / F \\ w_1 = - \frac{2}{(\gamma + 1)\gamma} \left( \frac{\partial x_s}{\partial \theta} \right) (D + \frac{\partial x_s}{\partial t}) / F \\ p_1 = \frac{2\rho_0}{\gamma + 1} (D + \frac{\partial x_s}{\partial t})^2 / F \end{cases} \quad (9.2)$$

这里  $F = 1 + \left( \frac{\partial x_s}{\partial y} \right)^2 + \gamma^{-2} \left( \frac{\partial x_s}{\partial \theta} \right)^2$ 。约定反应速率  $r = kf(\lambda)$ ,  $k$  是速率因子,即总体反应时间的倒数,  $f$  为燃耗项。限制于慢时间和大空间尺度,作自变量变换

$$\zeta = \delta y, \quad \tau = \delta^2 t$$

展开流场量为

$$\begin{cases} u = u^{(0)} + \delta^2 u^{(2)} + \dots, & v = \delta v^{(1)} + \dots, & w = \delta w^{(1)} + \dots \\ p = p^{(0)} + \delta^2 p^{(2)} + \dots, & \rho = \rho^{(0)} + \delta^2 \rho^{(2)}, & D = D_0 + \delta^2 D^{(2)} + \dots \end{cases} \quad (9.3)$$

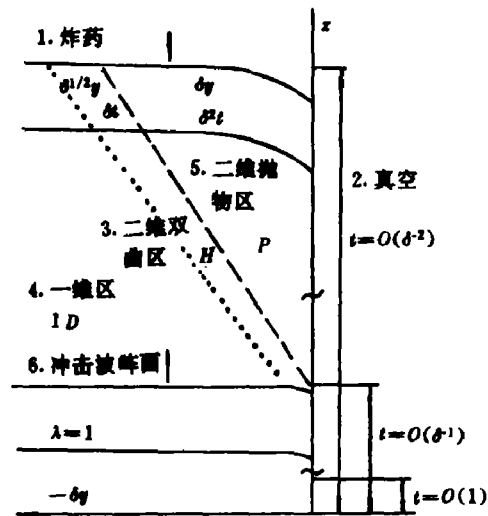


图 9.1 不定常二维爆轰波系

Fig. 9.1 Wave-hierarchy of time-dependent 2D detonation

- 1. Explosive, 2. Vacuum,
- 3. 2D hyperbolic region,
- 4. 1D region, 5. 2D parabolic region,
- 6. Shock front

以  $\lambda$  代替  $x$ , 记  $\eta = \sqrt{1-\lambda}$ , 把(9.3)式代入(9.1)式, 按  $\delta$  幕次平衡, 得到低阶解为

$$u^{(0)} = \frac{D_1}{\gamma+1}(-\gamma+\eta), \quad v^{(1)} = \frac{-D_1}{\gamma+1} \frac{\partial x_2}{\partial \zeta}(1+\eta), \quad w^{(1)} = \frac{-D_1}{(\gamma+1)\zeta} \frac{\partial x_2}{\partial \theta}(1+\eta) \quad (9.4)$$

$$\lambda = \lambda^{(0)}(x-x_0(\zeta, \theta, \tau)) \quad (9.5)$$

在  $\delta^2$  量级上要使(9.1)第三式成为单独决定  $u^{(2)}$  的方程, 则  $h^{(2)}$  应满足一定条件. 另一方面从焓  $h$  的定义展开也可给出  $h^{(2)}$ , 从而  $\gamma p^{(2)}/\rho^{(2)}$  可以用低阶项和  $u^{(2)}$  表示, 并得出关于  $u^{(2)}$  的方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^{(2)}}{\partial \eta} &= \frac{\gamma u^{(2)}}{\eta(\eta-\gamma)} + A(\eta)D^{(2)} - B(\eta)\left[\left(\frac{\partial x_2}{\partial \zeta}\right)^2 + \left(\frac{1}{\zeta} \frac{\partial x_2}{\partial \theta}\right)^2\right] \\ &\quad - C(\eta)\left[\frac{\partial^2 x_2}{\partial \zeta^2} + \frac{N}{\zeta} \frac{\partial x_2}{\partial \zeta} + \frac{1}{\zeta^2} \frac{\partial^2 x_2}{\partial \theta^2}\right] - \frac{1}{\eta(\eta-\gamma)} \frac{\partial x_2}{\partial \tau} \end{aligned} \quad (9.6)$$

这里  $A = \frac{\gamma-1}{\eta(\eta-\gamma)}$ ,  $B = \frac{D_1(\eta-2\gamma-1)(\eta+1)}{2\eta(\gamma+1)(\eta-\gamma)}$ ,  $C = \frac{2\gamma D_1^2(\eta-\gamma)(\eta+1)^2}{(\gamma+1)^2 k f(1-\eta^2)}$

根据  $u^{(2)}$  在反应区内有界条件选定积分常数, 从(9.6)式解出 ( $0 \leq \eta \leq 1$ ),

$$u^{(2)} = \frac{\eta-\gamma}{\eta} \left\{ \lambda D^{(2)} - B\left[\left(\frac{\partial x_2}{\partial \zeta}\right)^2 + \left(\frac{1}{\zeta} \frac{\partial x_2}{\partial \theta}\right)^2\right] - C\left[\frac{\partial^2 x_2}{\partial \zeta^2} + \frac{N}{\zeta} \frac{\partial x_2}{\partial \zeta} + \frac{1}{\zeta^2} \frac{\partial^2 x_2}{\partial \theta^2}\right] \right\} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial x_2}{\partial \tau} \quad (9.7)$$

这里  $\lambda = \int_1^\eta A(\bar{\eta}) \frac{\bar{\eta} d\bar{\eta}}{\gamma-\bar{\eta}}$ ,  $B = \int_1^\eta B(\bar{\eta}) \frac{\bar{\eta} d\bar{\eta}}{\gamma-\bar{\eta}}$ ,  $C = \int_1^\eta C(\bar{\eta}) \frac{\bar{\eta} d\bar{\eta}}{\gamma-\bar{\eta}}$ , 波阵面 ( $\eta=1$ ) 处的定解条件是

$$u^{(2)} = \frac{-2D_1}{\gamma+1} \left[ \left(\frac{\partial x_2}{\partial \zeta}\right)^2 + \frac{1}{\zeta^2} \left(\frac{\partial x_2}{\partial \theta}\right)^2 \right] - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} D^{(2)} + \frac{2}{\gamma+1} \frac{\partial x_2}{\partial \tau} \quad (9.8)$$

比较(9.7)和(9.8)式可得关于波阵面的演化方程

$$\frac{\partial x_2}{\partial \tau} = K \nabla^2 x_2 + \frac{D_1}{2} |\nabla_1 x_2|^2 - D^{(2)} \quad (9.9)$$

这里  $\nabla_1$  是波阵面当地切平面上的梯度算子,  $\nabla_1 = \zeta_0 \frac{\partial}{\partial \zeta} + \theta_0 \frac{1}{\zeta} \frac{\partial}{\partial \theta}$ ,  $\zeta_0, \theta_0$  为切平面上两方向矢量, 系数  $K = K_1 = \frac{2\gamma^2 D_1^2}{k(\gamma+1)^2} \int_0^1 \frac{\eta(\eta+1)^2}{f(1-\eta^2)} d\eta$ , 反应速率  $f$  的选择应保证积分有意义. 注意到波阵面法向传播速度  $D_s$  与当地主曲率  $\kappa$  的关系是

$$\begin{cases} D_s = D_1 + \delta^2 \left( \frac{\partial x_2}{\partial \tau} + D^{(2)} - \frac{D_1}{2} |\nabla_1 x_2|^2 \right) + o(\delta^2) \\ \kappa = -\delta^2 \nabla^2 x_2 + o(\delta^2) \end{cases} \quad (9.10)$$

把(9.9)式代入上式, 得出

$$D_s - D_1 = K_1 \kappa + o(\delta^2) \quad (9.11-1)$$

表明曲面爆轰波的法向爆速  $D_s$  与 CJ 爆速之差同波阵面当地主曲率  $\kappa$  成正比. 上面已指出系数  $K_1$  是否 有意义, 同  $f$  的函数形式有关, 化学动力学中经常采用的燃耗项形式为  $f = (1-\lambda)^n$ , 如本文第五节介绍的 Sternberg<sup>[41]</sup> 研究结论,  $0 \leq n < 1$  时可以存在 CJ 爆速的自持 ZND 爆轰波,  $n$  的这个范围内系数  $K_1$  中的积分也是收敛的.

$$K_1 = \frac{\gamma^2 D_1^2}{k(\gamma+1)^2} \left( \frac{1}{1-n} + \frac{1}{2-n} + \frac{4}{3-2n} \right)$$

爆轰数值模拟中常取  $n=1$ , 对于这个燃耗极限  $K_1$  没有意义, 从速率方程和(9.5)式导出,  $n \rightarrow 1$  时反应区长度为  $[x_0 - x(\lambda=1)] \sim \gamma D_1 / k(1-n)(\gamma+1)$ , 趋于无限大, 物理上不真实. 为了恰当分析  $n=1$  时的反应流动, 我们考虑波阵面上径向速度  $v_1$  ((8.33)式)和(9.10)第二式, 得到中心流线附近 ( $\gamma \sim 0$ ) 发散项的表达式(参见(8.12)式)

$$v_1/\gamma \sim k D_1 (1+\eta) / 2(\gamma+1)$$

然后代入 Wood-Kirkwood 研究发散爆轰的相平面上的方程组(专著[2]的(5.58)式), 这里反应区终态是方程组的临界点, 有弱间断性. 用摄动方法可以得到消除了奇异性的本征解, 爆速是由临界点条件决定的本征值, 从而有

$$D_s - D_1 = -K_2 \kappa [\ln \kappa + 2(\ln(K_2/D_1) - 3)] + o(\delta^2) \quad (9.11-2)$$

这里  $K_2 = [\gamma D_2 / (\gamma + 1)]^2 / k$ 。注意到比例系数  $K_1$  或  $K_2$  都只同炸药及爆轰产物的本构性质(物态方程, 反应速率...)有关, 上面虽然给出了简单反应速率下它们的表达式, 实际应用中却是用实验结果拟合的, 如后述的(9.19)式那样。对于  $\kappa > 1$  的情况, Bdzil 等<sup>[91]</sup>和 Jones<sup>[92]</sup>简化模型给出爆速的式子为

$$D_2 - D_1 \approx K_3 \kappa^{1/4} \quad (9.11 - 3)$$

给定边界条件和初始条件后, 演化方程(9.9)式确定了爆轰波阵面传播规律, 这里侧面边界条件应采用(8.44)式的不定常修正

$$\zeta = \pm \delta R; \quad \frac{b \partial x_s}{\partial r} + \frac{4}{(\gamma - 1)^2} \left( \frac{\partial x_s}{\partial \zeta} \right)^2 = \mathcal{L}^2 \quad (9.12)$$

$b$  是经验的小系数。抛物型的演化方程(9.9)在平面二维( $N=0$ )时可化为 Burgers 方程, 有解析解, 可进一步研究 P 区和 II 区中爆轰反应区的稳定性<sup>[79]</sup>。图 9.2 是平面起爆后炸药条柱中爆轰波演化的数值解, 已设  $(\gamma + 1)\mathcal{L} = 2(-2D^{(2)}/D_2)^{1/2}$ , 图中参数  $X = xD_2/2K, Y = \zeta(-D^{(2)}/2)^{1/2}/K, T = -D^{(2)}/2K$ 。

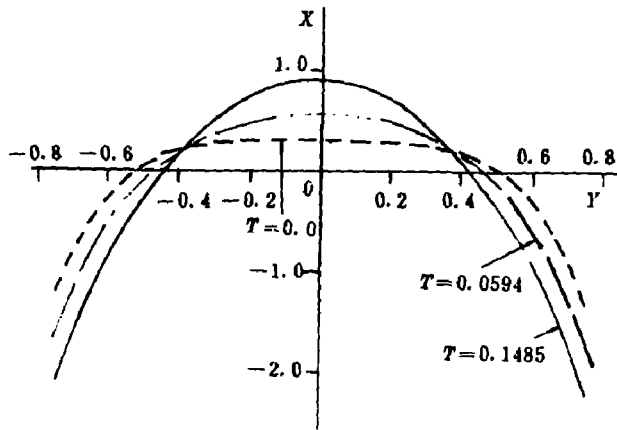


图 9.2 不定常二维爆轰波形的数值解

Fig. 9.2 Numerical solution of the unsteady 2D detonation wave

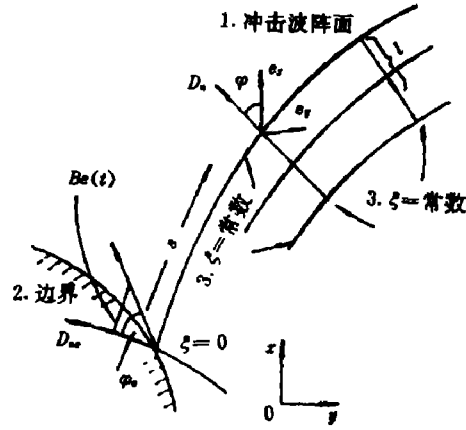


图 9.3 波阵面内禀坐标系

Fig. 9.3 The intrinsic-coordinate system of the wave front  
1. Shock front, 2. Boundary, 3.  $\zeta = \text{Constant}$

### 2. 慢时间尺度的 DSD 方法

一般的慢时间尺度多维爆轰波的 DSD 方法由三部分组成<sup>[68, 61-63]</sup>: (1) 二维冲击波阵面的运动学, (2) 阵面后法向的一维反应区动力学, (3) 炸药块体的边界条件。建立同阵面有关的内禀坐标系( $\xi, \zeta$ ) (图 9.3), 根据 Whitham 的冲击波(几何)动力学(本文第七节), 考虑运动学关系。令坐标线  $\zeta = \text{const}$  为冲击波阵面族,  $\xi = \text{const}$ , 为与之正交的射线族,  $A$  为由射线组成的流管截面积,  $\varphi$  是波阵面法向与  $x$  方向夹角。Whitham 的冲击波动力学(7.5)式给出

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} = -\frac{1}{A} \left( \frac{\partial D_s}{\partial \zeta} \right), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = \frac{1}{D_s} \frac{\partial A}{\partial \xi} \quad (9.13)$$

变量  $\zeta$  可取为时间  $t$ , 但  $\xi$  不能简单地取为沿阵面曲线的弧长  $s$ , 注意到弧元  $ds$  是由  $s$  沿  $\zeta$  线和  $\xi$  线的变化迭加而得出, 记  $ds = A \xi^2 + B \zeta^2$ , 由于交叉导数关系  $\partial B / \partial \xi = \partial A / \partial \zeta$ , 沿阵面(等  $t$  线)积分有

$$B = \int_0^s \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} D_s ds + B_e(t) \quad (9.14)$$

这里  $B_e(t) = D_w \text{tg} \varphi_w$ , 是药柱边部( $s=0$ )处阵面法线与边界不重合而引起的弧长变化(图 9.3), 下标  $e$  表示边界值。由此, 可用参考系( $s, t$ )取代( $\xi, \zeta$ )系。(9.13)第一式成为

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + B \frac{\partial \varphi}{\partial s} = - \frac{\partial D_s}{\partial s} \quad (9.15)$$

因阵面曲率  $\kappa = \partial \varphi / \partial s$ , 上式表示了  $\kappa$  和  $D_s$  的关系, 根据一维 Burgers 方程可知,  $B$  是横向扰动波速,  $\partial D_s / \partial s$  是输运项。若能给定  $D_s$  和  $\kappa$  的另一补充关系以及必要的边界和初始条件, (9.15) 式就描述了  $\varphi$  的演化过程。这称之为二维冲击波阵面的运动学。

其次, 当阵面曲率不很大时, 反应区动力学近似是一维的(见(9.6)式), 只需在内禀坐标系中考虑。记波后沿射线( $s = \text{const}$ )的距离为  $l$ , 相对于波阵面的粒子速度  $\vec{v}$  在  $(l, s)$  标架中的分量为  $(u, v)$ , 把对流时间导数算子写成

$$L \equiv \frac{\partial}{\partial x} + (D_s - u) \frac{\partial}{\partial l} + (B + v) \frac{\partial}{\partial s} \quad (9.16)$$

零级量意义下反应流动方程组可表示为

$$\begin{cases} L\rho + \rho(\kappa u - \frac{\partial u}{\partial l} + \frac{\partial v}{\partial s}) + \dots = 0 \\ Lu - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} = 0 \\ Lv + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - u \frac{\partial D_s}{\partial s} + \dots = 0 \\ Le - \frac{p}{\rho^2} L\rho + \dots = 0 \\ L\lambda + \dots = r \end{cases} \quad (9.17)$$

可以证明, 某些同状态无关的反应速率形式下, 慢尺度反应区动力学是拟定态的<sup>[83]</sup>。这样, (9.17) 式可简化为流管流动关于  $l$  的常微分方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial l} [(D_s - u)\rho] + \rho \kappa u = 0 \\ (D_s - u) \frac{\partial u}{\partial l} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} = 0, \frac{\partial v}{\partial l} = 0 \\ \frac{\partial r}{\partial l} - \frac{p}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial l} = 0, (D_s - u) \frac{\partial \lambda}{\partial l} = r \end{cases} \quad (9.18)$$

这方程组的实质同(9.6)式相仿, 这里的系数只是炸药本构性质和  $D_s, \kappa$ , 所以反应区动力学是“局部化”的。本征爆轰的模型表明, 发散爆轰是一种耗散系统, 可能是一类特殊的弱爆轰, 其爆速是炸药系统本构性质和几何条件确定的特征值。曲面爆轰波的速度由当地阵面曲率确定, 虽然这种关系可用理论确定(如(9.11)式), 事实上因炸药性质难以准确掌握, 而且  $D_s(\kappa)$  关系反映的是反应区整体性质, 同问题初始或边界条件无关, 可用专门设计的简单实验测量(如“圣诞树”药柱<sup>[82]</sup>), 得到所需的补充关系式。一维反应区动力学没有考虑能量的横向传输(横波), 实验测定的  $D_s(\kappa)$  则把此影响包括在内。当产物为  $\gamma$  多方气体, 如(9.11)式那样在理论上可确定( $K_1, K_2$ : 炸药本构性质决定的系数)

$$\begin{cases} f(\lambda) = (1 - \lambda)^{1/2}; & D_s/D_f = 1 - K_1 \kappa \\ f(\lambda) = (1 - \lambda); & D_s/D_f = 1 + K_2 \kappa \ln \kappa - K_1 \kappa \end{cases} \quad (9.19)$$

DSD 方法还要求给定炸药与惰性介质的边界条件, 这里只考虑  $\gamma$  多方气体和真空边界情形。波阵面的边界点是 PM 奇点, 粒子离开阵面的速度应等于或大于声波。记按阵面上爆轰能量瞬时释放计算的爆速为  $D_{**}$ , 对于 ZND 结构  $D_{**} = 0$ 。由于

$$C^2 - U^2 = D_{**}^2 \left[ \frac{\gamma}{\gamma + 1} \left(1 - \frac{D_{**}^2}{D_s^2}\right)^{1/2} - \frac{1}{\gamma + 1} \left(1 - \frac{D_{**}^2}{D_s^2}\right) - \text{tg}^2 \varphi_s \right] \quad (9.20)$$

超声速流动,  $(C^2 - U^2) < 0$ , 这时 PM 点之内的流动不受外部影响, 不需要设立边条件。如果按上式算出亚声速流动,  $(C^2 - U^2) > 0$ , 则要调整式中  $D_{**}$  和  $\varphi_s$ , 使之  $C^2 - U^2 = 0$ , 这就是边界条件。

实际应用 DSD 方法, 就是在给定的  $D_s(\kappa)$  和边条件(9.20)之下, 对演化方程(9.14-15)作数值解<sup>[83]</sup>,

下面举出设计炸药装置的两个实例<sup>[91]</sup>,如图 9.4 和 9.5 所示炸药体,在左下角点起爆,中部有一半径为  $R_2$  的圆形空腔.先考虑无量纲爆速  $D_0=1$  条件下发散性 CJ 爆轰的传播,这时 DSD 方法等价于 Huygens 原理(图 9.4).此条件下(9.15)式成为

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + (\varphi - \varphi_0) \frac{\partial \varphi}{\partial s} = 0 \quad (9.21)$$

表明沿特征线  $s - (\varphi - \varphi_0)t = \text{const}$ ,  $\varphi$  为常数.设初始波形为半径  $R_2$  的圆周,  $OM$  为对称面,  $S$  点是(9.20)式定出的声速点,从  $S$  之后爆轰进入绕射区(即法线  $SN$  上方的阴影区),  $SN$  之下是正常传播区,波阵面保持圆弧形.底面  $OH$  处处同 CJ 阵面垂直,正好是声速流动,不受稀疏影响.图 9.5 表示同样问题若考虑反应区作用,计算结果有明显不同.取  $D_0(x)$  为(9.19)第一式,记  $\varphi_0$  是边界切向与  $x$  方向夹角,  $\psi = \varphi - \varphi_0$ , (9.15)式成为

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - \left( \frac{R_2 D_0}{R_2 \cos \varphi_0} \right) + B \frac{\partial \psi}{\partial s} = \frac{K_1}{R_2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial s^2} \quad (9.22)$$

这是一个 Burgers 方程,可用 IMSL 软件包 DPDES 计算,若波阵面分成 1000 个点,在 Cray-1 机上约需 1 分钟机时.图 9.5 的参数是  $K_1/R_2=0.1$ ,  $R_2/R_1=0.25$ ,  $\gamma=3$ ,  $D_{0r}=0$ .三种方法的比较表明,即使在不受边界影响区域中,反应区的作用使得爆轰波的传播落后于 Huygens 原理的预估.反应区使得边部波形明显弯曲,空腔边界上这种绕射效果也是在声速点后发生的.

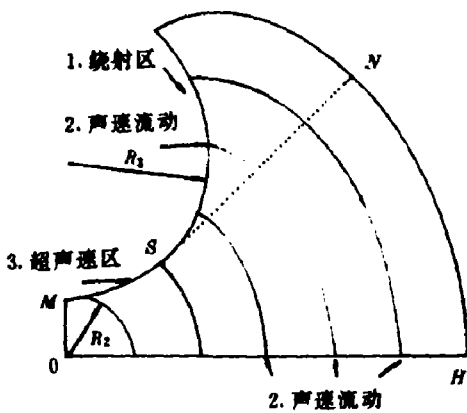


图 9.4 发散爆轰和绕射问题  
(CJ 波 Huygens 原理的计算)

Fig. 9.4 A prototypical diverging detonation and diffraction problem

(CJ wave and Huygens construction)

- 1. Diffraction region, 2. Sonic flow,
- 3. Supersonic flow region

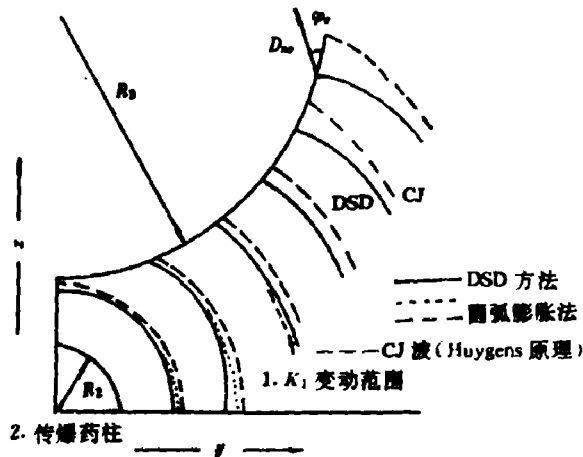


图 9.5 图 4 问题的 DSD 计算及比较

Fig. 9.5 The DSD calculation and comparisons for the example in Fig. 9.4

— DSD method, ..... circular wave forms,  
--- CJ wave (Huygens principle),

- 1. Variation of  $K_1$ , 2. Booster

另一个例子被称为“不对称的洋葱皮”实验(图 9.6)<sup>[91]</sup>.这里中心阴影区为初始起爆区,实线是 DSD 计算结果,Huygens 计算(点划线)的波形传播较快,虚点线是波迹线(Wave track),即边界扰动影响波阵面最远点的轨迹波迹线内部是 Huygens 原理有效的区域.为了充分了解二维效应,可以采用圆弧状药柱实验,同 DSD 计算比较,这里包括了边界、发散和绕射等影响因素<sup>[91]</sup>.

最后的例子是 DSD 方法在散心爆轰波问题中的应用<sup>[91,94]</sup>.柱、球对称的爆轰波阵面的曲率  $\kappa$  是其半

径  $R$  的倒数,而爆速  $D_s$  就是  $R$  的时间导数。由于这里采用平均曲率概念,应当修正  $\kappa$  为  $N/R$ ,  $N=1,2$  分别对应于柱面和球面波。如果  $D_s \sim \kappa$  关系写成  $D_s = D_j - a(\kappa)$  的形式,则可得到

$$\dot{R} = D_j - a(N/R) \quad (9.23)$$

初条件是  $t=0, R=R_0$ 。上式给出了波阵面运动规律,一些简单情况有解析解,例如当  $a(\kappa) = b\kappa$  时有

$$R - R_0 + \frac{Nb}{D_j} \ln\left(\frac{R - Nb}{R_0 - Nb}\right) = D_j t \quad (9.24)$$

当  $a(\kappa) = b\sqrt{\kappa}$  时有

$$R - R_0 - \frac{2b\sqrt{NR_0}}{D_j} \ln\left(\frac{\sqrt{R} - \sqrt{Nb}}{\sqrt{R_0} - \sqrt{Nb}}\right) = D_j t \quad (9.25)$$

这些结果的正确性尚没有实验证实,但是可以利用这些式子从散心爆轰实验数据确定  $D_s \sim \kappa$  关系。

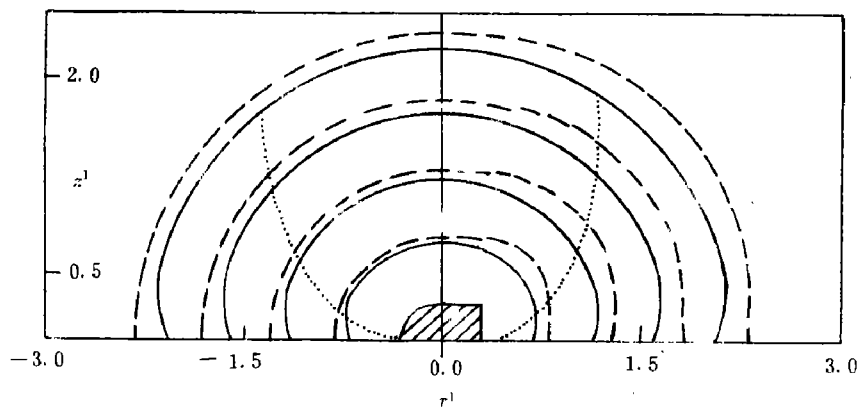


图 9.6 “洋葱皮”实验爆轰波阵面传播的 DSD 计算

Fig. 9.6 DSD calculated shock spreading for the Onionskin experiment

### 3. 结束语

DSD 方法非但对工程设计有意义,也为基础研究指出了新方向,即反应速率和爆轰反应区的稳定性问题。例如,用波阵面拟合法可计算爆轰条件下硝基甲烷的 Arrhenius 速率常数<sup>[84]</sup>;用硝基甲烷与硝基甲烷/硅砂的对比实验发现非匀质炸药反应速率对状态的依赖性显著地低于匀质炸药<sup>[70]</sup>;  $D_s(\kappa)$  关系对于反应速率的燃耗阶数很敏感<sup>[81,86]</sup>,等等。用 Burgers 方程研究拟定态二维爆轰的稳定性,发现状态依赖性弱的反应速率通常起致稳作用。对于状态依赖性强的反应速率,拟定态的 DSD 方法不一定适用<sup>[80]</sup>。这时由于快时间尺度,反应区和边界层的稳定性成为重要问题,化学反应驱动的横波扰动增长,波阵面也将变得不光滑<sup>[90]</sup>。实验中也发现接近临界直径时,拟定态的二维爆轰阵面单纯结构不能再维持下去,在它上面会产生突出的第二结构<sup>[85]</sup>。

大体说来,波阵面慢时间尺度的演化是爆轰冲击波和声迹之间以及边界 PM 奇点附近区域中,许多局部性的快时间尺度扰动相互作用的结果。慢时间尺度动力学适用于爆轰波阵面形状随时间“缓慢”变化的拟定态和似稳态问题。相对来说,快时间尺度动力学同起爆过程和炸药/惰性介质界面相互作用等短暂性、局部性现象有关,但对于爆轰稳定性问题可能起主要作用。根据 Erpenbeck<sup>[3,85]</sup>,若反应速率对于反应产物的状态非常敏感,则 ZND 爆轰结构在 Ляпунов 意义下是不稳定的, DSD 方法有助于弄清炸药本构性质对于爆轰稳定性的影响。因此,无论为了完善多维爆轰波传播的理论方法,或是为了进一步探讨起爆或爆轰稳定性问题,都必须致力于目前基本上还不了解的快时间尺度反应区动力学。DSD 方法在钝感炸药工程应用中的重要性,已引起了广泛的注意<sup>[95,96]</sup>。

本讲座从经典的 Taylor 波起到当今的方法止,系统地介绍了爆轰传播理论的主要方法,概括了四十年以来的进展,但是没有包括一些用来解决具体实际问题,然而缺乏普遍方法性意义的近似解法。可以看出,除了不考虑反应区的一维传播等简单情形外,严格意义下的带反应区的爆轰传播问题的理论解没有很好解决,目前的数学工具可能难以胜任。历经数十年和多种数学方法的探讨,在 Whitham 近似和奇异摄动理论基础,出现了 DSD 方法为代表的新思想,即基于严格的理论分析,把爆轰反应区与流动区作既分离又耦合的处理,把解析理论同数值方法结合起来,从而使多维爆轰波传播研究走向实际阶段,可能应用于一些工程设计,特别是解决同钝感炸药装置有关的问题。在了解了各种具体理论方法之后,再统观一下它们之间的区别和联系,就可得到更全面的认识。

### 参 考 文 献

- [79] Bdzil, J B, Stewart, D S. J Fluid Mech. 1986, 171, 1
- [80] Stewart D S. Theoretical & Applied Mechanics Report No 481; Univ of Illinois Urbana I L, 1986
- [81] Stewart D S, Bdzil J B. LA-UR-87-4077, 1980
- [82] Fickett W, Bdzil. J B. DSD Technology; A Detonation Reactive—Huygens Code; Los Alamos Report (to be published). Los Alamos; 1989
- [83] Bdzil J B, Stewart D S. Phys Fluids A, 1989, 1: 1261
- [84] Bdzil J B, Engelke R, et al. J Chem Phys. 1981, 74: 5694
- [85] Erpenbeck J J. Proc of the 12th Symp (Int.) on Combustion. Pittsburgh PA; The Combustion Institute, 1969. 711
- [86] Stewart D S, Bdzil J B. Combust Flame, 1988, 72: 311
- [87] Stewart D S. J Me/ c Theor Appl, 1985, 4: 103
- [88] Hayes W D. J Fluid Mech, 1957, 2: 595
- [89] Glimm E, Isaacson D, et al. Adv Appl Math, 1981, 2: 9
- [90] Guirgnis R, Oran E S, et al. Combust Flame, 1986, 65: 339
- [91] Bdzil J B, Fickett W, Stewart D S. Proc of the 9th Symp (Int) on Detonation. Portland OR, 1989. 730
- [92] Jones J. In Asymptotic Analysis of an Expanding Detonation; [Ph D Dissertation]. New York; New York University, 1986
- [93] Stewart D S, Bdzil J B. Proc of the 9th Symp (Int.) on Detonation. Portland OR, 1989. 773
- [94] Bukiet B G. Proc of the 9th Symp (Int.) on Detonation. Portland OR, 1989. 751
- [95] Lambourn B D, Swift D C. Proc of the 9th Symp (Int) on Detonation, Portland OR, 1989. 784
- [96] Avelle J, Carion N, et al. Proc of the 9th Symp (Int) on Detonation. Portland OR, 1989. 842

## ANALYTIC METHODS IN THE THEORY OF DETONATION PROPAGATION VI

Sun Chengwei

(Southwest Institute of Fluid physics, CAEP, Chengdu 610003)

**ABSTRACT** This lecture is divided into 6 parts and consists of following 9 sections: introduction, Riemann waves, self-similar flow, Shock change equations, generalized self-similar flow, Lie group method, Whitham's methods, singular perturbation methods, and the detonation shock dynamics (DSD).