

空中爆炸冲击波地面荷载的数值模拟

张洪武 何扬

(大连理工大学力学所, 大连 116023)

张昌权

(上海地下建筑设计院, 上海 200020)

摘要 本文根据文献[1]的理论, 给出地下防护结构动力有限元分析所需空中爆炸冲击波荷载的数值模拟方案, 并编制出冲击波荷载自动生成程序, 使地下防护结构有限元分析的效率与精度大大提高。

关键词 冲击波 防护结构 有限元法

1. 前言

地下防护结构所承受的主要动载之一就是空中爆炸所产生的冲击波荷载。对于平面尺寸不大的土中防护结构, 其抗爆分析已有许多较好的手段, 经常采用的是一维平面波运动模型, 这在许多实际问题的分析中取得了令人满意的效果。

随着防护结构设计的深入, 其结构的规模在不断扩大, 如目前正在施工的上海人民广场大型地下停车场有一个方向的尺寸可达170多米。对于平面尺寸如此大的地下防护结构, 忽略空爆冲击波由结构一侧传播至另一侧的时间差是不够合理的, 需要考虑结构平面尺寸效应, 对结构进行动力有限元分析, 给出空爆冲击波地面荷载较准确的数值模拟。针对这种情况, 本文以上海人民广场大型地下车库抗爆冲击动力有限元分析为背景, 依据文献[1]中所阐述的爆炸波分析理论, 编制了空爆冲击波荷载自动生成程序。该程序与一般有限元动力分析程序相连接, 可有效地进行地下防护结构的抗爆动力分析。目前该程序已得到实际应用^[2]。本文给出该程序的实现技术和计算示例。

2. 空爆冲击波参数计算原理

文中公式部分参量的名称和单位:

R_0 ——爆心距, m;

Q_0 ——利用理想气体点爆炸理论计算冲击波参数的有效 TNT 当量, kt, $Q_0 = k_0 Q$ (Q 为实际当量), k_0 为常数;

Δp_+ ——超压, MPa;

t_+ ——作用时间, s;

H ——爆高, m, 工程上一般称 $\bar{H} = H/Q^{1/3}$ 为比高。

(1) 根据文献[1]的理论, 空爆冲击波参数的计算公式

上海市科学技术发展基金资助项目。

1991年5月9日收到原稿, 10月16日收到修改稿。

1) 空爆冲击波超压 Δp_+ 为

$$\Delta p_+ = f_1(Q_0, R_0)^* \quad (1)$$

2) 空爆冲击波阵面传播速度 D_+ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) 为

$$D_+ = a_0 \left(1 + \frac{k+1}{2k} \cdot \frac{\Delta p_+}{p_0} \right)^{1/2} \quad (2)$$

式中: a_0 为波阵面前未扰动声速;

k 为绝热指数, 对空气常取为 1.4;

p_0 为波阵面前未扰动大气压值。

3) 空爆冲击波阵面声速 a_+ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) 为

$$a_+ = a_0 \left[\left(1 + \frac{\Delta p_+}{p_0} \right) \left(1 + \frac{k-1}{2k} \cdot \frac{\Delta p_+}{p_0} \right) / \left(1 + \frac{k+1}{2k} \cdot \frac{\Delta p_+}{p_0} \right) \right]^{1/2} \quad (3)$$

4) 空爆冲击波阵面质点速度 u_+ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) 为

$$u_+ = \frac{a_0}{k} \left(\frac{\Delta p_+}{p_0} \right) / \left(1 + \frac{k+1}{2k} \cdot \frac{\Delta p_+}{p_0} \right)^{1/2} \quad (4)$$

5) 空爆冲击波正压作用时间 t_+ (s) 为

$$t_+ = f_2(Q_0, \Delta p_+)^* \quad (5)$$

6) 超压随时间变化规律 $\Delta p_+(t)$ (MPa) 为

$$\Delta p_+(t) = f_3(\Delta p_+, t_+, t)^* \quad (6)$$

7) 负压峰值 Δp_- (MPa) 为

$$\Delta p_- = f_4(Q_0, R_0)^* \quad (7)$$

8) 负压作用时间 t_- (s) 为

$$t_- = f_5(Q_0)^* \quad (8)$$

9) 负压随时间变化规律 $\Delta p_-(t)$ (MPa) 为

$$\Delta p_-(t) = f_6(\Delta p_-, t_-, t)^* \quad (9)$$

(2) 文献[1]关于空爆地面冲击波参数计算公式

1) 规则反射区空爆地面冲击波反射角 ψ_2 的计算

设: 入射角 ψ_0 , 其正切值为 $t_0 = \text{tg} \psi_0$; 反射角 ψ_2 的正切值 $t_2 = \text{tg} \psi_2$ 。则 t_2 可由下式求解

$$At_2^2 + Bt_2 + C = 0 \quad (10)$$

其中: $A = M(1+t_0^2)$;

$$B = -[1 + 2Mt_0(1-\mu^2) - M^2(1-\mu^2)^2];$$

$$C = M\mu^4 + t_0(1+t_0M) - M(1-\mu^2)^2(1+Mt_0);$$

$$\mu^2 = \frac{k-1}{k+1};$$

$$M = \frac{(1-\pi_0)t_0}{1 + \mu^2\pi_0 + (\mu^2 + \pi_0)t_0^2};$$

$$\pi_0 = p_0/p_+$$

显然,

$$t_2 = [-B \pm (B^2 - 4AC)^{1/2}]/(2A) \quad (11)$$

其中较小的 t_2 有意义。当 $B^2 - 4AC = 0$ 时, 方程有唯一解, 且为最大值解。

2) 规则反射区超压峰值 Δp_2 (MPa) 为

* 详见文献[1]

$$\Delta p_2 = \Delta p_+ (1 + \psi) + \frac{3(\Delta p_+)^2}{\Delta p_+ + 0.71} (\eta + \psi) \quad (12)$$

其中: $\eta = \frac{1 + \xi^2}{1 + \xi^2}$;

$$\psi = \left[\eta \left(1 + \frac{9(\eta - 1)\Delta p_+^2}{(4\Delta p_+ + 0.71)^2} \right) \right]^{1/2};$$

$$p_+ = \Delta p_+ + p_0.$$

3) 地面反射声速角 φ_0 的计算

设 D_0 为入射波阵面传播速度; U_2 为反射波质点运动速度, a 为反射波后的声速, 则 φ_0 可由下式求解

$$D_0 / \sin \varphi_0 = U_2 + a_2 \quad (13)$$

4) 过渡反射区反射超压计算规则

由于过渡反射区没有合适的理论计算公式, 本文假设声速点之后过渡区压力为常值且等于声速点压力。

5) 不规则反射区反射超压计算

$$\Delta p_2 = \frac{p_0}{6} \left[\frac{7 + 6 \frac{\Delta p_+}{p_0}}{\sin^2 \psi_0} - 7 \right] \quad (14)$$

6) 不规则反射区起点入射角 α_M (马赫角) 的确定

设过渡反射区的超压值为 Δp_{2s} , 则 α_M 由下式求出

$$\sin \alpha_M = \left[\frac{\Delta p_+ + \frac{7}{6} p_0}{\Delta p_{2s} + \frac{7}{6} p_0} \right]^{1/2} \quad (15)$$

当入射波强度较大时, 可能不存在过渡反射区, 此时可由下式求得马赫反射区的起点

$$\text{ctg}^4 \alpha_M - F \text{ctg}^2 \alpha_M - G = 0 \quad (16)$$

其中: $F = \frac{k\mu^2(\xi + \mu^2) + (1 - \xi^2)}{(\xi + \mu^2)(1 + \mu^2\xi)}$;

$$G = \frac{k(\xi + \mu^2)}{(1 + \mu^2\xi)^2};$$

$$\xi = \frac{p_0}{p_+}.$$

7) 半球反射区起点及超压计算

用合成波超压计算曲线与半球计算超压曲线的交点当作半球反射区起点, 而半球反射区超压可用点爆炸理论公式取二倍当量来计算。

8) 地面冲击波负压峰值 Δp_{-r} (MPa) 的计算

对于规则反射区

$$\Delta p_{-r} = f_7(\Delta p_-)^* \quad (17)$$

对于不规则反射区与半球反射区

$$\Delta p_{-r} = f_8(\Delta p_-, R_0, H)^* \quad (18)$$

9) 冲击波阵面到达地面一点 x 所用的时间

如果点 x 在规则反射区末点之前, 采用式

$$t = f_0(Q_0, R_0) \quad (19)$$

如果点 x 在规则反射区末点之后, 采用式

$$t_2 = t_0 + \int_{t_0}^{t_2} \frac{dl}{[a_0/(1 + \mu^2) \cdot \Delta p_2(l)/p_0] + 1} \quad (20)$$

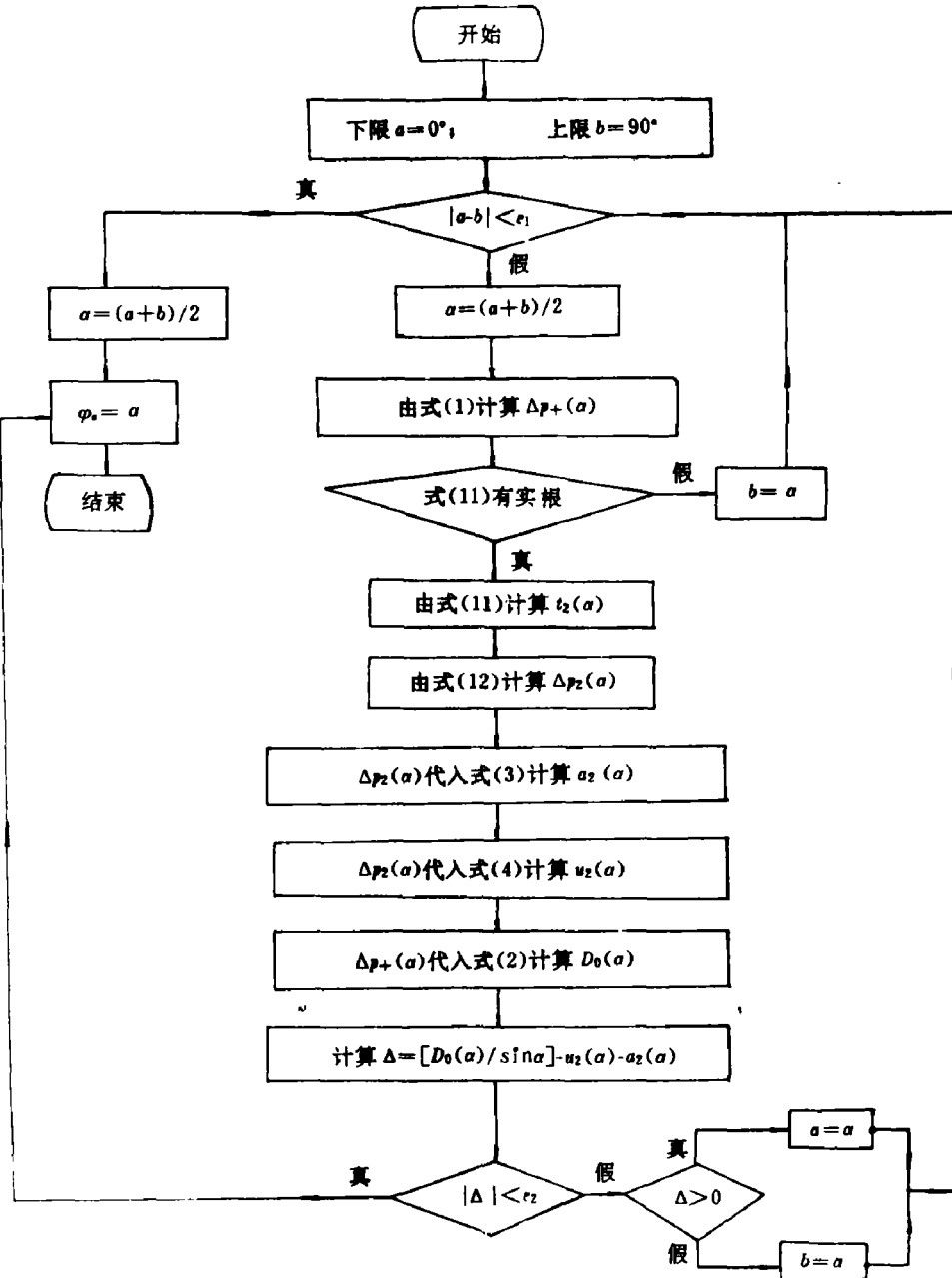


图 1 声速角计算流程

Fig. 1 Flow diagram for sound angle calculation

式中： t_0 为冲击波阵面到达规则反射区末点所用时间；

l_0 为规则反射区末点到爆心投影点的水平距离；

$l(x)$ 为点 x 到爆心投影点的水平距离。

至于地面冲击波的正压作用时间与负压作用时间，仍可用自由大气空爆冲击波计算公式，对于半球反射区，应当将爆炸当量增大一倍。

3. 空爆冲击波地面反射超压的数值模拟

先给出声速角与马赫角的计算过程。由式(13)可以看到，声速角计算为一高度非线性关系式。实际上，式(13)可进一步写成

$$D_0/\sin\varphi_s = u_2(\varphi_s) + a_2(\varphi_s) \quad (21)$$

对于上式，直接显式求解是行不通的，为此给出一维搜索算法，图 1 给出该算法的程序流程图。

其中 ε_1 、 ε_2 分别为搜索迭代结束判定因子，利用上述算法，不难求出空中爆炸冲击波

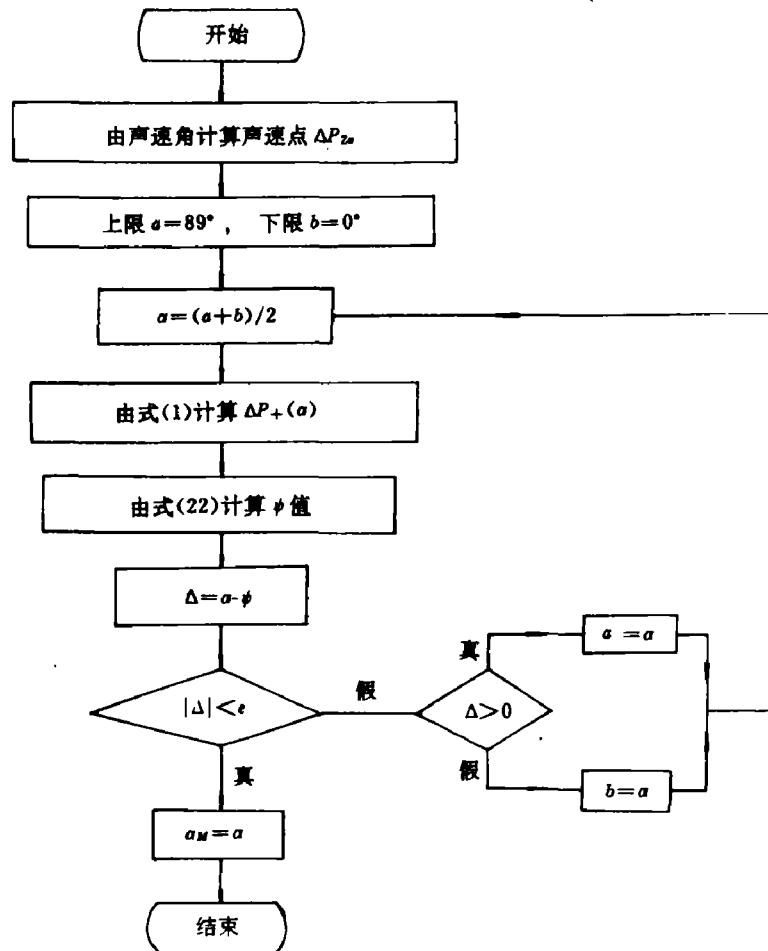


图 2 马赫角计算流程

Fig. 2 Flow diagram for Mach angle calculation

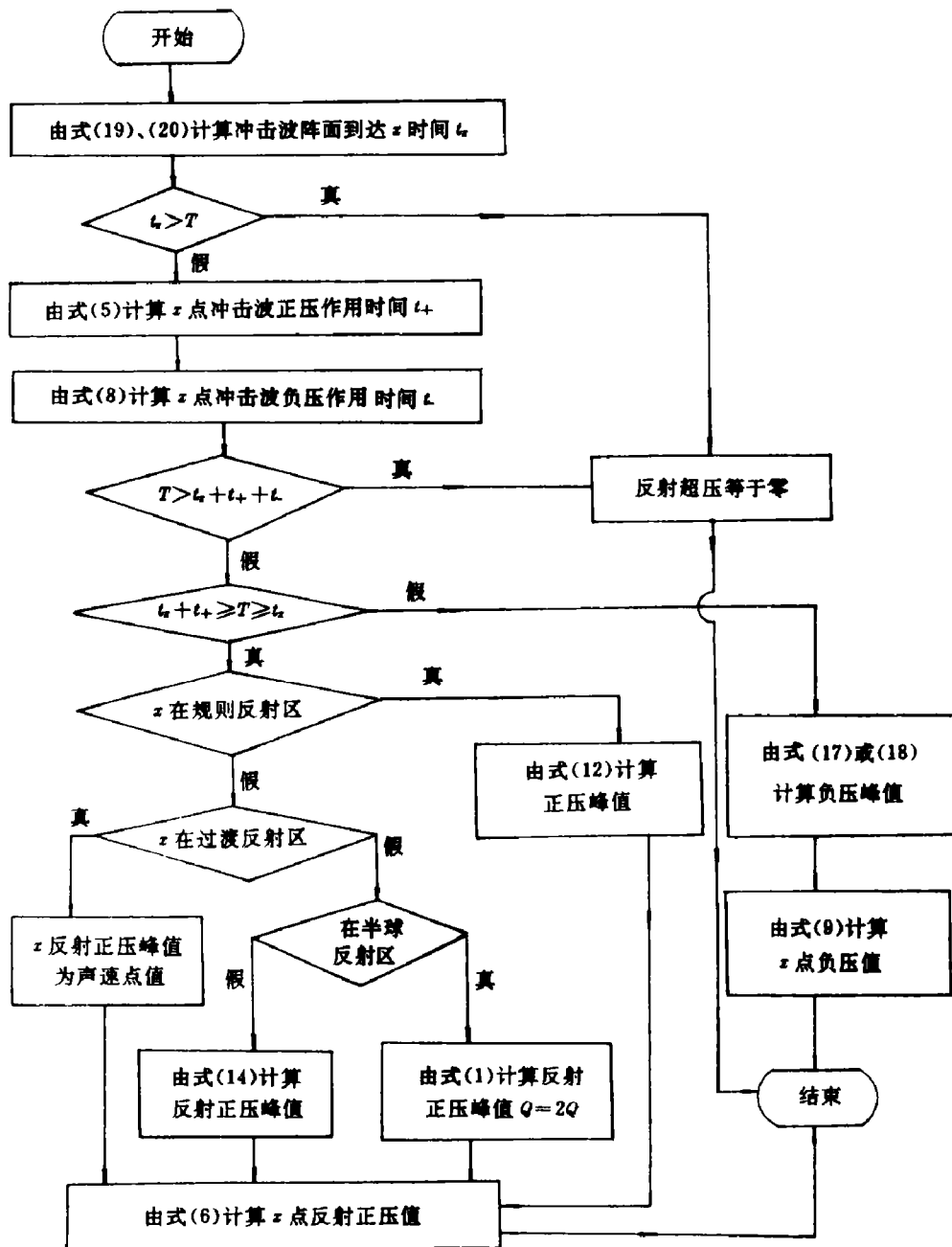


图 3 z 点反射超压计算流程

Fig. 3 Flow diagram for reflection overpressure calculation

at point z

声速角。实际使用表明,该方法的计算效果是较好的。

又由式(15)可以看到,马赫角的求解方程亦具有高度非线性,式(15)写成另一种形式

$$\sin \phi = \left(\frac{\Delta p_+(\alpha) + 7p_0/6}{\Delta p_{2\alpha} + 7p_0/6} \right)^{1/2} \quad (22)$$

当 $\phi = \alpha$ 时,所求入射角即为马赫角 α_M 。

由于 $\Delta p_+(\alpha)$ 随着 α 值增大而减小,因而必有 ϕ 与 α 之间的关系是递减关系,即 α 值增大而 ϕ 值减小。如此可以进行 α 值的调整,使式(22)在 $\alpha = \phi$ 的情况下成立。这样也就求得

α_M , 图 2 给出马赫角求解算法的程序流程图。

有了声速角与马赫角之后, 冲击波反射的地面分区也就确定了。当然应在马赫角计算之前判定是否会有过渡反射区, 这种判定是十分简单的, 即判定声速角是否会使式(22)成立, 如将声速角当做 α 代入式(22)后求得的 ϕ 比 α 还小, 此时无过渡反射区。马赫角的计算可由式(16)求得

完成声速角与马赫角计算后, 可以给出对地面上任意点 x 在空爆后 T 时刻的反射超压值的计算过程, 其算法流程, 如图 3 所示。

关于地面冲击波反射超压计算的最一般过程已经给出。利用上述计算原理, 不难给出其它各式各样的计算过程。下面给出冲击波地面反射超压有限元荷载化的计算原理。

4. 有限元冲击波动载的自动生成

本节将讨论冲击波反射超压化为作用在地面上有限元各节点的荷载问题, 即按前述方法确定某时刻地面冲击波反射超压值 $\Delta p_2(x)$ 的分布之后, 将其自动进行离散, 生成可供有限元动力分析的荷载向量。

根据 Saint-Venant 原理, 作用在有限元单元上的每一种荷载不论是点荷载、面荷载还是线荷载, 都可以在静力等效的原则下, 向节点位置进行分解, 最终形成等效节点荷载, 这种静力等效处理带来的应力误差是局部的。

设在时间步 n , 单元边界 Γ , 上作用边界力 $f_n(e)$, 则边界力向单元节点等效的一般公式可表示为

$$F_n(e) = \int_{\Gamma} N^T f_n(e) d\Gamma \quad (23)$$

式中 N 为单元形函数矩阵。

不失一般性, 设 Z 平面 ($Z=0.0$) 是空爆冲击波的作用平面。不考虑 Z 平面以上地面结构引起的进一步反射超压, 也不计由于地形坡度变化对冲击波反射超压带来的影响。以二维问题为例, 设 x 轴为水平地面方向, 对于时间步 n , 其反射超压分布可表示为 $\Delta p_n(x)$, 显然 $\Delta p_n(x)$ 只有垂直于地面 Z 方向的分量, 这样也就确定了荷载的作用方向, 则可利用式(23)进行标量积分。

下面以四点等参膜元为例进行讨论。设其四个节点编号为 1、2、3、4, 其中 1 和 2 两个点处于 Z 平面上, 显然将只有 1-2 边参加式(23)的积分。此时有

$$N = [N_1, N_2] \quad (24)$$

根据所采用的形函数在等参坐标中的对称性, 可设 1、2 节点等参坐标值 (ξ, η) 分别为 $(-1.0, -1.0)$ 与 $(1.0, -1.0)$, 则有

$$N_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi); N_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (25)$$

而在 1-2 边界上作用的反射超压 $\Delta p_n(x)$ 也可按等参形函数进行离散

$$f_n(e) = N \cdot [\Delta p_n^1(e), \Delta p_n^2(e)]^T \quad (26)$$

式中 $\Delta p_n^1(e)$ 、 $\Delta p_n^2(e)$ 分别为单元 1、2 节点在 n 时间步时刻的反射超压值。

将式(26)代入式(23)得

$$F_n(e) = \int_{\Gamma} N^T \cdot N \cdot [\Delta p_n^1(e), \Delta p_n^2(e)]^T d\Gamma \quad (27)$$

对于四点平面等参元,上式可直接进行积分得到显式表达式,由雅可比矩阵

$$J = [(\partial N_1 / \partial \xi) \cdot x_1 + (\partial N_2 / \partial \xi) \cdot x_2] \left[\frac{l}{2} \right] \quad (28)$$

其中: l 为 1—2 边的长度。

又令
$$T(e) = \int_{r_e} N^T N d\Gamma \quad (29)$$

则可求得

$$T(e) = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \cdot \frac{l}{2} \quad (30)$$

这样可利用式

$$F_s(e) = T(e) \cdot [\Delta p_1^s(e), \Delta p_2^s(e)]^T \quad (31)$$

进行四点平面等参元冲击波荷载向节点位置的等效转换计算。

下面计算八节点平面等参元。设 $Z=0$ 平面上有 1、2、5 三个节点,其等参坐标分别是 $(-1.0, -1.0)$, $(1.0, -1.0)$, $(0.0, -1.0)$, 所采用的形函数可表示为

$$N_1 = -\frac{1}{2}\xi(1-\xi); \quad N_2 = \frac{1}{2}\xi(1+\xi); \quad N_5 = 1-\xi^2 \quad (32)$$

其雅可比矩阵为

$$J = \left[\frac{\partial N_1}{\partial \xi} x_1 + \frac{\partial N_2}{\partial \xi} x_2 + \frac{\partial N_5}{\partial \xi} x_5 \right] = \left[\frac{l}{2} \right] \quad (33)$$

其中: l 为 1—5—2 边的长度。

则有
$$T(e) = \begin{bmatrix} \frac{4}{15} & \frac{2}{15} & -\frac{1}{15} \\ \frac{2}{15} & \frac{16}{15} & \frac{2}{15} \\ -\frac{1}{15} & \frac{2}{15} & \frac{4}{15} \end{bmatrix} \cdot \frac{l}{2} \quad (34)$$

于是可利用式

$$F_s(e) = T(e) \cdot [\Delta p_1^s(e), \Delta p_5^s(e), \Delta p_2^s(e)] \quad (35)$$

进行八节点平面等参元冲击波荷载向有限元节点位置的转换计算。

式(34)中 $T(e)$ 阵中的负元素 $(-1/15)$ 是由于离散 $f_s(e)$ 的形函数采取了与八节点等参元相同的形函数(相当于八节点等参元 $\eta = -1.0$ 时的形函数),八节点等参元形函数是二次曲线。因而由式(32),当 1 节点取单位值 1.0 时,必在 5—2 区域上产生负值贡献;而在 2 节点取单位值 1.0 时,也将在 1—5 区域上产生负值贡献。

5. 计算例题

利用上述原理,编制了空中爆炸冲击波地面荷载计算程序 SHOCK。下面给出利用该程序计算的几组示例。表 1 给出 1 千吨 TNT 当量在不同爆高下的空爆冲击波参数。图 4 给出距爆心投影点 320m 处的超压时程曲线;图 5 给出距爆心投影点 465m 处的超压时程曲线;图 6 给出 0.61s 时刻爆心投影点至 320m 区域上的冲击波超压波形;图 7 给出 0.98s

时刻 245m~465m 区域上的冲击波超压波形。

表 1 标准大气压下 1 kt TNT 当量空爆冲击波参数

Table 1 Parameters of shock wave from 1kt TNT equivalent air explosions
under standard atmosphere

爆高 H/m	声速角 φ_s/rad	声速点距 离 x_s/m	马赫角 α_M/rad	马赫点距离 x_M/m	马赫点超压 p/MPa	达地面 时间 t/s	达马赫点时 间 t_M/s
200	0.746	185.0	0.911	257.9	0.130	0.189	0.458
220	0.797	225.0	0.962	315.9	0.098	0.226	0.606
240	0.846	271.0	1.010	382.1	0.074	0.265	0.783
300	1.0	467.6	1.144	659.2	0.034	0.396	1.547

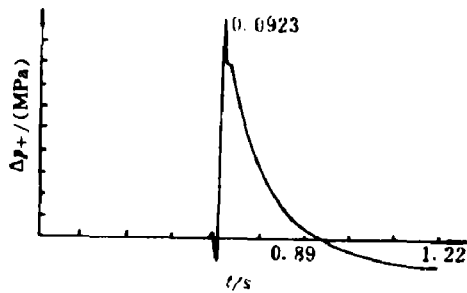


图 4 320m 处超压时程曲线

Fig. 4 Overpressure as function of time
at distance 320m

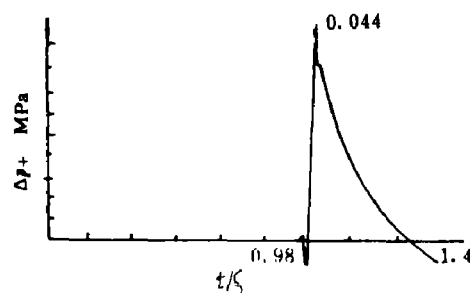


图 5 465m 处超压时程曲线

Fig. 5 Overpressure as function of time
at distance 465m

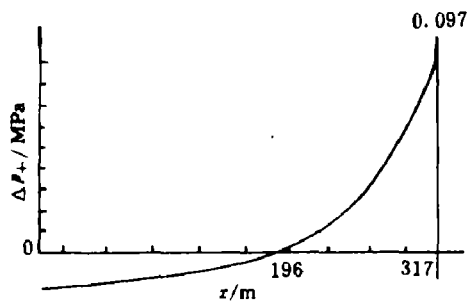


图 6 0~320m 区域 0.61s 超压波形

Fig. 6 Overpressure wave shape
in the region 0~320m

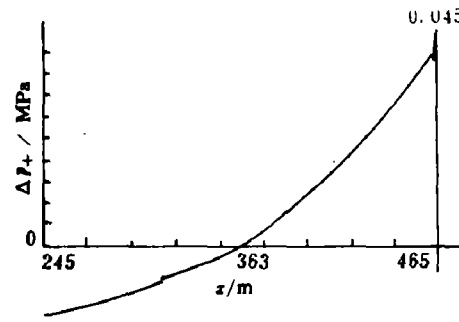


图 7 245~465m 区域 0.98s 超压波形

Fig. 7 Overpressure wave shape in
the region 245~465m

由算例可以看到,本文的算法与程序计算的结果是合理的。利用本文的工作,将使地下防护结构抗爆冲击动力有限元分析变得十分方便,其动力荷载的模拟也更趋于准确,自然也使问题的分析在处理上更接近于实际情况。

钱七虎教授对本文给予许多指导,致以衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] 钱七虎等. 防护结构计算原理. 南京工程兵工程学院. 1981, 96-145
[2] 钟万德等. 核爆冲击波荷载作用下上海人民广场地下车库动力计算. 大连理工大学力学所. 81-3006

NUMERICAL SIMULATION ON GROUND SURFACE LOADING OF SHOCK WAVE FROM AIR EXPLOSIONS

Zhang Hongwu, He Yang

(*Dalian University of Technology, Dalian 116023*)

Zhang Changquan

(*Shanghai Institute of Underground Structure Design, Shanghai 200020*)

ABSTRACT Based on the theory introduced by professor Qian Qihu in paper[1], a numerical simulation method calculating shock wave loading produced by air explosions, acting on underground defence structures, is given, which is useful in the dynamic finite element analysis of structures. With the use of this principle, the program used for shock wave loading generation is finished, so that the precision and efficiency of the dynamic finite element analysis of underground structures can be improved.

KEY WORDS shock wave, defence structure, finite element method