

用裂纹张开位移计算三点弯曲 试样的动态应力强度因子

李玉龙 刘元辅

(西北工业大学结构强度研究所 西安 710072)

摘要 给出了一种由裂纹的动态张开位移计算三点弯曲试样的动态应力强度因子的简单方法。对于两种不同几何尺寸的试样,在三类不同载荷作用下给出了数值算例,并与完全的动态有限元方法的计算结果进行了比较。结果表明,两种方法的计算结果相当一致。最后,还给出了由测定三点弯曲试样的裂纹张开位移确定试样的动态应力强度因子,最终确定材料动态起裂韧性的方法。

关键词 动态应力强度因子 冲击载荷 动态起裂韧性 裂纹张开位移

材料的动态起裂韧性实际上是含裂纹试样在冲击载荷作用下,起裂时的动态应力强度因子值。一般采用三点弯曲试样测试。但是,应力强度因子的实验测试,不论是在准静态情况,还是在冲击载荷情况,都存在着很多困难,特别是非光学材料动态应力强度因子的测试。为了解决这一问题,很多学者利用一种所谓“实验-数值混合法”^[1],也就是说,首先测定试样的冲击载荷-时间历史及起裂时间,再借助于数值方法。例如:有限元法或有限差分法对于试样进行完全的动态分析,以求得动态应力强度因子的变化历史,并确定出起裂时的动态应力强度因子值。这种方法可以较成功的解决这一问题,但由于要进行动态有限元分析,在计算机上花费的时间较长,试验结果的实时处理有一定困难。所以,动态应力强度因子的快速确定方法仍是很多人所关心的问题。

对于三点弯曲试样在准静态载荷作用下,裂尖的应力强度因子与张开位移有着确定的线性关系,通过测定裂纹的张开位移,可以推算出试样的静态应力强度因子。而裂纹的张开位移要比应力强度因子容易测量。在冲击载荷作用下,如果上述特性仍然存在,也可以通过裂纹张开位移来确定动态应力强度因子历史,最终达到确定材料动态起裂韧性的目的。

我们根据文献[2][3]的结论,给出了一种由裂纹张开位移推算试样动态应力强度因子的方法。对于两种不同几何尺寸的试样,在三类不同载荷作用给出了数值算例,并与完全的动态有限元方法的计算结果进行了比较。

1 基本分式

在准静态情况下,三点弯曲试样裂尖的应力强度因子与裂纹的张开位移存在一线性

关系。可定义为：

$$C_s = \frac{K_{1s}}{\delta_{1s}} \quad (1)$$

其中： K_{1s} 为准静态应力强度因子， δ_{1s} 为裂纹张开位移， C_s 为比例常数，它不仅依赖于试样的几何尺寸，而且依赖于裂纹的长度。在冲击载荷作用下，文献[2]、[3]已证明，动态应力强度因子和裂纹的张开位移也存在着近似的线性关系，并且有：

$$C_d = \frac{K_1(t)}{\delta_1(t)} = C_s \quad (2)$$

其中： $K_1(t)$ 为冲击载荷作用下的动态应力强度因子， $\delta_1(t)$ 为裂纹的动态张开位移，他们都是时间的函数。从式(1)和式(2)可得：

$$K_1(t) = \frac{K_{1s}}{\delta_{1s}} \delta_1(t) \quad (3)$$

而准静态应力强度因子和静态裂纹张开位移可由下式求得^[4]：

$$K_{1s} = \frac{3PS}{2W^2} \sqrt{\pi a} F(a/W) \quad (4)$$

$$\delta_{1s} = \frac{6PSa}{E W^2} V(a/W) \quad (5)$$

其中： a 为裂纹长度， P 为试样的载荷， S 和 W 分别为试样的跨距及高度。对于平面应力情况， $E' = E$ ；对于平面应变情况， $E' = E/(1-\nu^2)$ 。函数 $F(a/W)$ 和 $V(a/W)$ 在 $S/W=4.0$ 时可以表示为：

$$F(a/W) = 1.09 - 1.735\left(\frac{a}{W}\right) + 8.20\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 14.18\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 14.57\left(\frac{a}{W}\right)^4 \quad (6)$$

$$V\left(\frac{a}{W}\right) = 0.76 - 2.28\left(\frac{a}{W}\right) + 3.87\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 2.04\left(\frac{a}{W}\right)^3 + \frac{0.66}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^2} \quad (7)$$

把式(4)、(5)和式(7)代入式(3)可得：

$$K_1(t) = \frac{E' \sqrt{\pi} \left(\frac{a}{W}\right)^{-(1/2)} F\left(\frac{a}{W}\right)}{4 \sqrt{W} V\left(\frac{a}{W}\right)} \delta_1(t) \quad (8)$$

或

$$K_1(t) = \frac{E' \sqrt{\pi}}{4 \sqrt{W}} u\left(\frac{a}{W}\right) \delta_1(t) \quad (9)$$

其中：

$$u\left(\frac{a}{W}\right) = \left(\frac{a}{W}\right)^{1/2} F\left(\frac{a}{W}\right) / V\left(\frac{a}{W}\right)$$

从上式可以看出： $K_1(t)$ 与 $\delta_1(t)$ 之间的系数不仅依赖于试样的几何尺寸，裂纹长度，而且依赖于试样材料的弹性常数。但它与载荷无关。如果采用准静态断裂韧性测试标准中推荐的试样尺寸和裂纹长度，即 $B:W:S=1:2:8$ ， $a/W=1/2$ 。这时上式中的函数值确定，可简写为：

$$K_I(t) = \frac{0.297E'}{\sqrt{W}} \delta_1(t) \quad (10)$$

利用式(8)、(9)或式(10),可以通过测定裂纹的张开位移确定试样的动态应力强度因子。

2 数值算例与有限元结果比较

为了验证公式(8)、(9)和(10)的正确性,首先利用动态有限元法,求得裂尖的动态应力强度因子及裂纹张开位移,再将裂纹的动态张开位移代入式(8)确定动态应力强度因子,并与有限元法计算的动态应力强度因子进行比较。试样的几何尺寸在满足 $B:W:S=1:2:8$, $a/W=1/2$ 的条件下,取 $W=40\text{mm}$ (大试样)和 $W=20\text{mm}$ (小试样)两种平面应变情况,试样的材料特性取 $E=210\text{GPa}$, $\rho=7.8\text{g/cm}^3$, $\nu=0.3$ 和 $E=72\text{GPa}$, $\rho=2.67429\text{g/cm}^3$, $\nu=0.3$ 两种情形。这时,对于这两种材料来说,一维应力波速 $c=[E/(1-\nu^2)\rho]^{1/2}$ 相同。而载荷取下列三种类型:

- a) $P(t) = P_0 H(t)$ (阶跃载荷)
- b) $P(t) = P_0 \frac{t}{A}$ (线性载荷)
- c) $P(t) = P_0 [1 - \sin(p_1 t + \frac{\pi}{2})]$ (周期载荷)

在第二种载荷类型中, A 取 50, 100 和 200 μs 三种情况;在第一种载荷类型中,为了便于处理,设载荷上升到最大值所需时间为积分步长 0.2 μs 。(积分步长小于最小元素特征尺寸/波速 c)。在第三种载荷类型中, $p_1 = 2\pi/T_1$, 而 T_1 分别取 31.4, 62.8 和 125.6 μs 三种情况, $P_0 = 12000\text{N}$ 。计算结果比较如图 1 至图 4 所示。

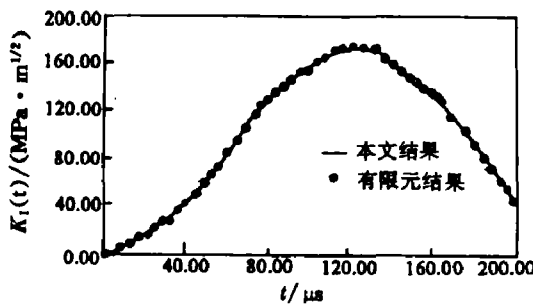


图 1(a) $K_I(t)$ 随时间的变化曲线
(小试样, 阶跃载荷)

Fig. 1(a) $K_I(t)$ vs time (small specimen, step loading)

— Present results, • Finite element results

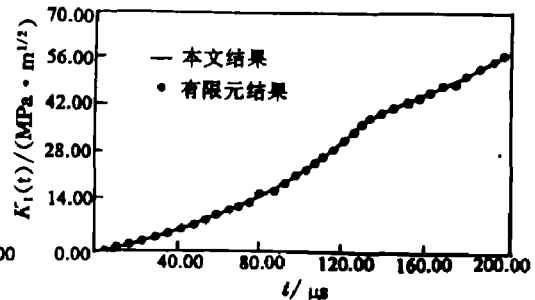


图 1(b) $K_I(t)$ 随时间的变化曲线
(大试样, 阶跃载荷)

Fig. 1(b) $K_I(t)$ vs time (large specimen, step loading)

— Present results, • Finite element results

图 1(a)和(b)分别表示了阶跃载荷作用下,用两种方法求得的动态应力强度因子随时间变化曲线的比较,从图中可以看出,在整个计算时间内,两种方法所求得的结果相当吻合,误差不超过 1%。从图中还可以看出:动态应力强度因子以试样的自振周期发生

周期性的变化。对于小试样来说,动态应力强度因子在所计算的时间内,已接近完成了一个周期的变化,也就是单调上升,通过最大值,然后再单调下降。而大试样还处在单调上升阶段。这是因为大试样的自振周期要比小试样大。对于两种不同材料的计算结果完全重合,这说明,弹性模量和密度的改变可能改变动态应力强度因子的响应曲线,但当 E/ρ 相同时,响应曲线完全相同。

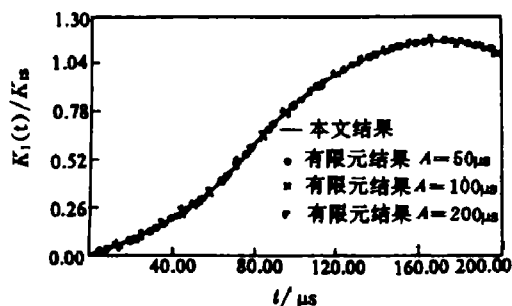


图 2(a) $K_I(t)/K_{I0}$ 随时间的变化曲线
(小试样, 线性载荷)

Fig. 2(a) $K_I(t)$ vs time

(small specimen, linear loading)

- present results,
- Finite element results $A=50\mu\text{s}$
- × Finite element results $A=100\mu\text{s}$
- ▼ Finite element results $A=200\mu\text{s}$

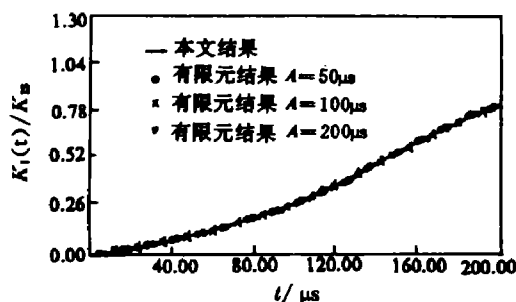


图 2(b) $K_I(t)/K_{I0}$ 随时间的变化曲线
(大试样, 线性载荷)

Fig. 2(b) $K_I(t)$ vs time

(large specimen, linear loading)

- Present results,
- Finite element results $A=50\mu\text{s}$
- × Finite element results $A=100\mu\text{s}$
- ▼ Finite element results $A=200\mu\text{s}$

图 2(a)和(b)表示了当载荷与时间成线性函数时,动态应力强度因子与准静态应力强度因子之比随时间的变化,(a)为小试样结果,(b)为大试样的结果。从图中可以看出,两种方法的结果相当一致,几乎重合。另外,当 A 由 $50\mu\text{s}$ 增加到 $200\mu\text{s}$ 时,也就是说,加载速率将从 240MN/s 降至 60MN/s 。这时,不论是大大试样还是小试样,动态应力强度因子与准静态应力强度因子之比随时间的变化曲线完全相同,曲线重合在一起。在所计算的时间内,两种不同材料的计算结果也完全相同。由此不难看出:当试样的几何尺寸一定时,对于同一类材料(E/ρ),只要通过计算或实验方法确定了在一种载荷速率下,动态应力强度因子与准静态应力强度因子随时间的变化曲线后,在测定线性冲击载荷作用下同一类材料的动态起裂韧性时,不论载荷速率多大,只要测得起裂时间,就可在此曲线上确定起裂时的动态应力强度因子与准静态应力强度因子之比,从而确定材料的动态起裂韧性。实际上,这种方法类同于 Kalthoff^[5]的关键曲线方法,可为动态起裂韧性的测试提供了一简单可行的方法。

图 3 和图 4 分别表示了小试样和大试样在周期冲击载荷作用下,动态应力强度因子随时间的变化曲线,(a)、(b)和(c)分别表示周期为 31.4 、 62.8 和 $125.6\mu\text{s}$ 三种情况的结果。从图中可以看出,不论是大大试样还是小试样,在所计算的时间内,两种方法的结果也是

比较吻合的,偏差最严重的情况是大试样当载荷周期为 $62.8\mu\text{s}$ 时,最大误差不超过 7% ,其它情况,误差小于 3% 。对于大试样来说,在所计算的时间内,三种不同周期的载荷作用下,动态应力强度因子的变化近似类同,如果它们与图 1(b)比较,就可以发现,他们的结果与阶跃载荷作用下的结果也相类同。实际上,在周期载荷作用下,动态应力强度因子应该等于试样以固有周期振动时的动态应力强度因子与以载荷周期强迫振动下的动态应力强度因子之和。这就说明,当载荷以本文所给的周期作用于试样时,固有振动占主导地位,而强迫振动占次要地位。对于小试样,当载荷周期为 $31.4\mu\text{s}$ 和 $62.8\mu\text{s}$ 时,也有同样的特点。但当载荷周期为 $125.6\mu\text{s}$ 时,动态应力强度因子大于其它两种情况下的结果,周期也发生了偏差。这可能是由于强迫振动已起了很大作用。当然,这还有待于更进一步的计算验证。

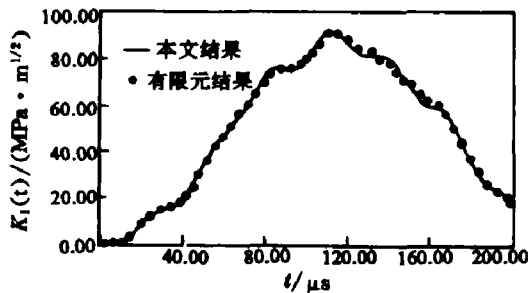


图 3(a) $K_I(t)$ 随时间的变化曲线 ($T=31.4\mu\text{s}$)

Fig. 3(a) $K_I(t)$ vs time ($T=31.4\mu\text{s}$)

— Present results, • Finite element results

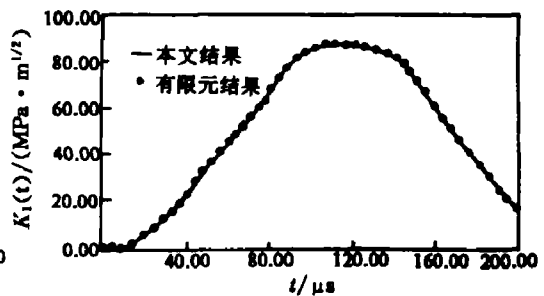


图 3(b) $K_I(t)$ 随时间的变化曲线 ($T=62.8\mu\text{s}$)

Fig. 3(b) $K_I(t)$ vs time ($T=62.8\mu\text{s}$)

— Present results, • Finite element results

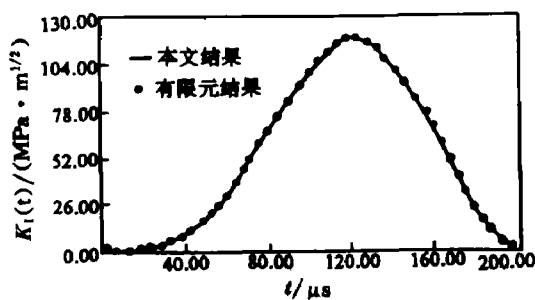


图 3(c) $K_I(t)$ 随时间的变化曲线 ($T=125.6\mu\text{s}$)

Fig. 3(c) $K_I(t)$ vs time ($T=125.6\mu\text{s}$)

— Present results, • Finite element results

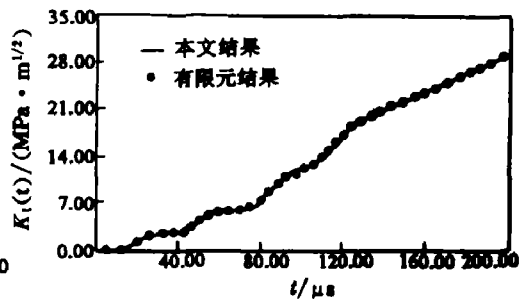
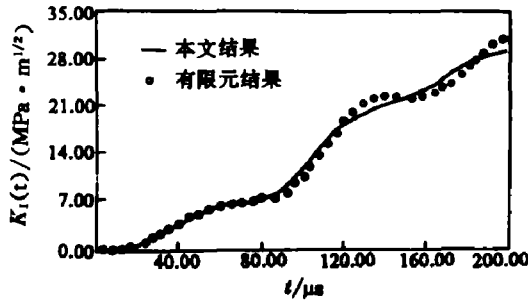


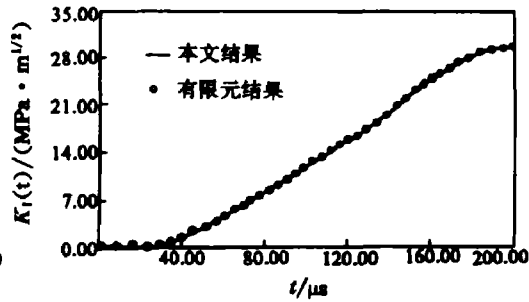
图 4(a) $K_I(t)$ 随时间的变化曲线 ($T=31.4\mu\text{s}$)

Fig. 4(a) $K_I(t)$ vs time ($T=31.4\mu\text{s}$)

— Present results, • Finite element results

图 4(b) $K_I(t)$ 随时间的变化曲线 ($T=62.8\mu\text{s}$)Fig. 4(b) $K_I(t)$ vs time ($T=62.8\mu\text{s}$)

— Present results, • Finite element results

图 4(c) $K_I(t)$ 随时间的变化曲线 ($T=125.6\mu\text{s}$)Fig. 4(c) $K_I(t)$ vs time ($T=125.6\mu\text{s}$)

— Present results, • Finite element results

另外,在本文所计算的 $200\mu\text{s}$ 时间范围内,对应于载荷周期为 $31.4, 62.8$ 和 $125.6\mu\text{s}$ 三种不同的情况,载荷将发生 $6.4, 3.2$ 的 1.5 个周期的变化,并将会出现 $6, 3$ 和 2 个相同值的峰值载荷点,如果将载荷值代入准静态公式(4),准静态应力强度因子的变化情况与载荷变化情况完全相同。但从图 3 和图 4 中可以看出,当计及惯性力影响时,不论是采用本文的近似公式还是用动态有限元方法,对于小试样来说动态应力强度因子只接近于一个周期的变化,也就是说,单调上升到最大值后再单调减小,而对于大试样来说,还处于单调上升的阶段,与准静态应力强度因子相比不仅计算值相差较大而且变化趋势完全不同,这就说明,在本文所计算的时间范围内,采用准静态公式确定动态应力强度因子是完全错误的,本文的近似公式计及了惯性效应,可用于冲击载荷或应力波载荷的条件。

3 结论和讨论

材料的动态起裂韧性是含裂纹结构在冲击载荷作用下,考虑惯性效应时,结构起裂控制设计的基本参数。同时,它还可作为现代损伤容限设计思想中的材料参数,以弥补现代损伤容限设计思想中的基本材料参数 K_{Ic} 没有考虑惯性效应及加载速率的影响,不能预测在冲击载荷作用下结构的安全性等不足。在动态起裂韧性的实验测试过程中,由于要考虑加载速率及惯性效应的影响,不能用与准静态断裂韧性相同的方法测试。从另一方面来说,由于惯性力的引入,使得一些问题的解析解很难求得,就是象三点弯曲试样这样简单的情形,解析解也还未能求得。本文给出了用裂纹张开位移计算三点弯曲试样动态应力强度因子的方法,从计算结果看,不论载荷的形式如何,与动态有限元方法的结果相当吻合。利用本文的方法可以建立一套利用三点弯曲试样测试材料动态起裂韧性的简单系统,如图 5 所示。在此系统中,只要确定试样在加载过程中裂纹的动态张开位移随时间的变化历史,并确定起裂时间,通过简单的代数多项式运算,就可以确定动态应力强度因子历史,起裂时刻对应的动态应力强度因子值就是材料的起裂韧性。这种方法不仅可以回避直接测定动态应力强度因子的困难,而且不需象动态有限元方法那样,实验数据的处理需要较长

时间。这样,可使得实验数据实时处理。而现代光电技术的发展,使得裂纹动态张开位移的测试完全可以实现。

当载荷随时间线性增加时,用此方法测试材料动态起裂韧性的工作可更进一步简化。也就是说,对于同一类材料,只要从一个试样的试验中确定出动态应力强度因子历史,它可以适用于这类材料的任何一种试样,在随后的测试工作中,不论载荷速率如何变化,仅仅需要确定起裂时间,就可以在同一条曲线上确定材料的起裂韧性,如图6所示。

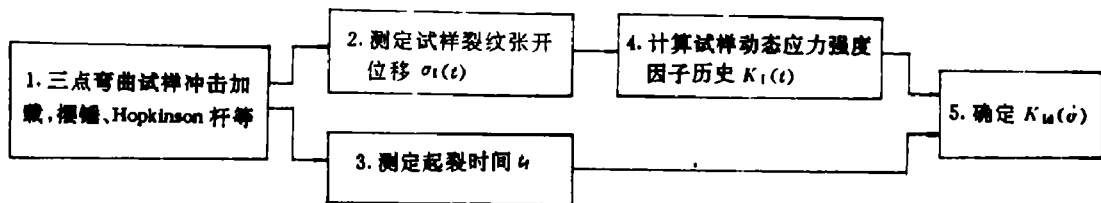


图5 动态起裂韧性 $K_{II}(\dot{\sigma})$ 确定方法示意图

Fig. 5 Sketch for determining $K_{II}(\dot{\sigma})$

1. Loading the specimen, 2. Measuring the $\delta_I(t)$, 3. Measuring the crack initiation propagation time,
4. Calculating the $K_I(t)$, 5. Determining $K_{II}(\dot{\sigma})$

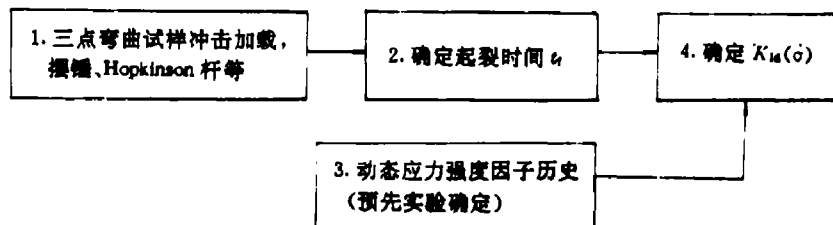


图6 动态起裂韧性 $K_{II}(\dot{\sigma})$ 确定方法示意图

Fig. 6 Sketch for determining $K_{II}(\dot{\sigma})$

1. Loading the specimen, 2. Measuring the crack initiation propagation time,
3. The curve of $K_I(t)$ vs time, 4. Determining $K_{II}(\dot{\sigma})$

参 考 文 献

- 1 Yokoyama T, Kishida K. A Novel Impact Three-Point Bend Test Method for Determining Dynamic Fracture-Initiation Toughness. *Experimental Mechanics*, June 1989, 188~194
- 2 李玉龙,等。“三点弯曲试样动态冲击特性的有限元分析”,待发表。
- 3 Nishoka T, Atluri S N. A Method for Determining Dynamic Stress Intensity Factors from COD Measurement at the Notch Mouth in Dynamic Tear Test. *Engineering Fracture Mechanics*, 1982, 16(3), 333~339

- 4 Tada H, Paris P, Irwin G. *The Stress Analysis of Cracks Handbook*. Del Research Corporation, 1973.
- 5 Kalthoff J F. On the Measurement of Dynamic Fracture Toughness — a Review of Recent Work. *Int J of Fracture* 1985, 27:277~298

CALCULATION OF DSIF OF THREE POINT BENDING SPECIMEN USING THE METHOD OF DCOD

Li Yulong Liu Yuanyong

(Department of Aircraft Engineering Northwestern Polytechnical University, Xian, 710072)

ABSTRACT In this paper, a simple formula is derived for calculating the dynamic stress intensity factor (DSIF) of three point bending specimen using dynamic crack opening displacement (DCOD). The numerical examples are given for two kinds of specimens, which have different size, under three types of loading and compared with the results of dynamic finite element method. It is shown that the results of these two methods have a good agreement with each other. Finally, the experimental procedure of measuring the dynamic crack initiation toughness is proposed determining the dynamic crack opening displacement at first, then determining the dynamic stress intensity factor at the moment of crack initiation.

KEY WORDS dynamic stress intensity factor, impact loading, dynamic crack initiation toughness, crack opening displacement