

# 固支加筋方板在爆炸载荷作用下的刚塑性动力响应分析

刘士光 胡要武 郑际嘉  
(华中理工大学 武汉 430074)

**摘要** 采用能量法分析了固支加筋方板在爆炸载荷作用下的刚塑性动力响应。提出了该类结构在这种载荷作用下的两种变形模式和模式判别条件,导出了计及膜力影响的最大残余横向变形的计算方法及计算公式。并对两种变形模式进行了试验研究,取得了理论计算值与试验值相一致的好结果。

**关键词** 加筋方板 爆炸响应 刚塑性 残余变形

在结构设计中,有时会遇到结构在持续时间较长(但比结构的弹性振动周期小),而峰值较大的爆炸脉冲载荷作用下的塑性动力响应问题。对于板、梁以及薄壁圆筒容器等结构在该类载荷作用下的塑性动力响应可见之诸多公开文献,然而许多工程结构均系板、梁组合结构,关于这类结构在爆炸载荷作用下的塑性动力响应,在有关文献中报导却十分少。近年来加拿大的 R. Houlston 等<sup>[1-3]</sup>应用 ADINA 程序或有限条法分析了军舰结构在空中爆炸载荷作用下板与加筋板的动力响应。然而他们的分析并没有对加筋在抵抗爆炸载荷方面的作用进行研究。本文采用能量法分析了固支加筋方板的变形模式,并根据其变形模式,导出了计及膜力影响的残余变形微分方程式。通过求解该方程获得了最大残余变形的理论计算公式,并按本文公式计算了无加筋固支方板和有加筋固支方板的最大残余变形,且与试验值作了比较,获得了理论计算值与试验值十分一致的好结果。

## 1 模式分析

考虑一板宽 $2a$ 具有对称“十字”形加筋的固支方板,其上受均布载荷 $q$ ,具体结构如图1所示。由于结构和载荷均对称,因此当结构进入屈服后,假设变形模式如图2所示。为方便起见,仅取整个结构的四分之一进行分析,各刚性块的受力如图3所示。

现假设 $O$ 点的位移为 $\delta_o$ , $C$ 点的位移为 $\delta_c$ ,且板与加筋相连处已屈服,则板与加筋的内力总虚功为:

$$U = 4M_o \frac{1 - k_1\beta^2 + k_1k_2(\beta - \beta^2)}{\beta(1 - \beta)} \quad (1)$$

外力总虚功为:

$$W = (1/3)qa^2[1 + k_1(1 - \beta)] \quad (2)$$

式中: $\beta = x/a$ ,且 $0.5 \leq \beta \leq 1$ ;  $k_1 = \delta_c/\delta_o$ ;  $k_2 = M_b/(2aM_o)$ ,  $M_o$ 和 $M_b$ 分别为板和加筋的极限弯

矩。

根据虚功原理,由式(1)和(2)可得:

$$q = \frac{1 - k_1\beta^2 + k_1k_2(\beta - \beta^2)}{\beta(1 - \beta)[1 + k_1(1 - \beta)]} q_0 \quad (3)$$

$$q_0 = 12M_0/a^2.$$

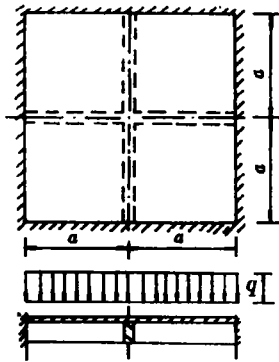


图1 固支加筋方板

Fig. 1 Clamped square plate with stiffeners

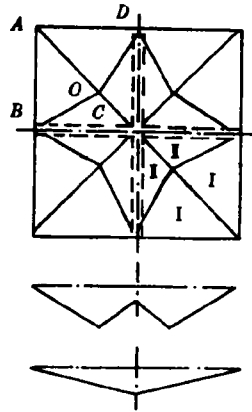


图2 变形模态

Fig. 2 Deflection model hypothesized

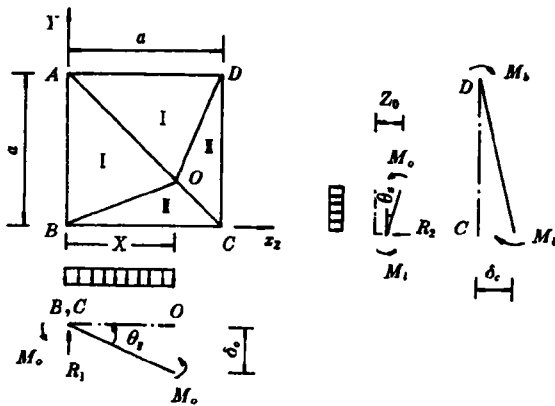


图3 作用于加筋方板的力

Fig. 3 Forces acting on the clamped square plate with stiffeners

由最小极限载荷条件  $\partial q/\partial k_1 = 0$  和  $\partial q/\partial \beta = 0$  得参数  $k_1$  和  $\beta$  的表达式:

$$(1 + k_2)\beta^2 - (1 + k_2)\beta + 1 = 0 \quad (4a)$$

$$k_1^2[k_2\beta^2(1 - \beta)^2 - \beta^2(1 - \beta^2)] - k_1(1 - 2\beta)^2 - (1 - 2\beta) = 0 \quad (4b)$$

根据式(4)可知,当  $\beta = 0.5$  时,

$$k_2 = 3, \quad k_1^2(k_2 - 3) = 0 \tag{5}$$

且由(3)式得最小极限载荷为:

$$q = 4q_0 \tag{6}$$

同时,随着  $\beta$  增大  $q$  也增大。因此,当  $k_2 > 3$  时,只有  $\beta = 0.5$  时该结构的极限载荷为最小。

另一方面,由  $\partial q / \partial k_2 = 0$  得

$$k_1(1 - \beta) = 0 \tag{7}$$

该式表示只有两种可能变形模态,即:

第一种为  $k_1 = 0$ ,此时由式(4b)可得  $\beta = 0.5$ 。这种变形模态与前面的分析相一致。

第二种为  $\beta = 1$ ,由图 2 可知,这表示点  $O$  与点  $C$  重合,塑性铰线  $BO$  消失,块 I 和块 II 构成一整体刚性块,根据(4b)式可得  $k_1 = 1$ ,而  $k_2$  可为任意值。但根据前面的分析可知,当  $k_2 > 3$  时  $\beta$  一定为 0.5,所以对于  $k_1 = 1, k_2$  必然小于 3,同时由(3)式求得最小极限载荷为:

$$q = (1 + k_2)q_0 \tag{8}$$

根据上面的分析得到如下结论:

1. 加筋的相对刚度  $k_2$  的变化使变形模态发生变化,其临界相对刚度  $k_2$  为 3;
2. 当  $k_2 \leq 3$ , 载荷  $q \geq (1 + k_2)q_0$  时,变形模态如图 4(a)所示的“四坡顶形”变形机构;
3. 当  $k_2 \geq 3$ , 载荷  $q \geq 4q_0$  时,其变形模态为如图 4(b)所示的四个“四坡顶形”构成的变形机构。

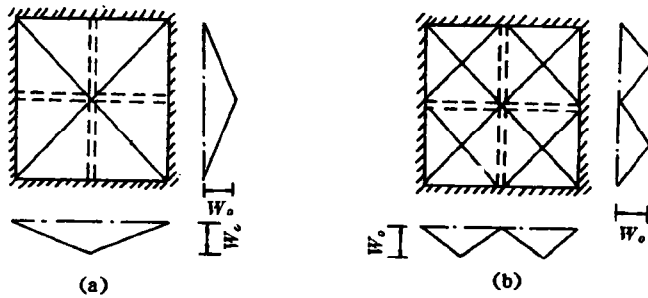


图 4 变形机构图

Fig. 4 Deflection mechanism

## 2 最大残余变形计算

为简化理论分析,本文基于理想刚塑性材料和认为整个响应过程中其变形模态不随时间而变化,并认为结构在运动的每一时刻其力系处于平衡,构件的动态塑性极限弯矩和极限膜力(轴力)在响应过程中取恒值。爆炸载荷如下式所示:

$$q(t) = \begin{cases} q_m(1 - t/\tau), & 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & t \geq \tau \end{cases} \tag{9}$$

式中: $\tau$  和  $q_m$  为爆炸载荷持续时间和峰值压力。

### 2.1 第一运动模态 ( $k_2 \leq 3, q_m \geq (1 + k_2)q_0$ )

结构的内力总虚功包括垂向惯性力、转动惯性力、极限膜力(轴力)和极限弯矩所作虚

功四部分,其受力如图5所示。由虚功原理可得塑性动力响应平衡微分方程式为:

$$A\ddot{W}_0 + BW_0 + C = (1/6)q(t)a^2 \quad (10)$$

式中:  $A = (1/12)m_0a^2 + (I_0/a^2) + (1/6)m_0a + (I_b/a^2)$ ;  $B = (1/2)(N_0 + N_b/a)$ ;  $C = 2(1+k_2)M_0$ ;  $I_0 = (1/24)m_0a^2(h_1^2 + 2a^2)$ ;  $I_b$  为加筋的转动惯量,对于高为  $h_2$  的矩形截面加筋,  $I_b = (1/24)m_0a(h_2^2 + 4a^2)$ ;  $m_0, m_b$  分别为板的面密度和加筋的线密度;  $h_1$  为板厚,  $W_0$  为图4(a)中  $O$  点的挠度;  $M_0$  为板的极限弯矩,  $N_0$  和  $N_b$  分别为板的极限膜力和加筋的极限膜力。

求解方程式(10)可知,其最大位移的出现有两种可能情况。

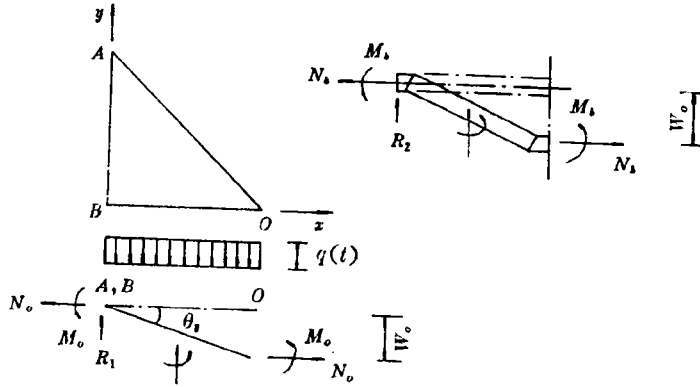


图5 作用于固支加筋方板上的力和弯矩

Fig. 5 Forces and moments acting on the clamped square plate with stiffeners

### 2.1.1 在第一相内达到最大位移 ( $0 \leq t_m/\tau \leq 1$ )

根据初始条件  $W_0(0) = 0$  和  $\dot{W}_0(0) = 0$ , 可得方程式(10)的解为:

$$W_0(t) = \frac{D\tau - C}{B} \left[ 1 - \frac{\cos(\omega t + \alpha)}{\cos \alpha} \right] - (D/B)t \quad (11)$$

式中:

$$\omega^2 = B/A, \quad D = (1/6)(q_m a^2/\tau), \quad \alpha = \text{tg}^{-1} \left[ \frac{D}{\omega(D\tau - C)} \right]$$

达到最大位移的时间  $t_m$  由  $\dot{W}_0(t_m) = 0$  确定, 即

$$t_m = \frac{\pi - 2\alpha}{\omega} \quad (12a)$$

其最大残余变形为:

$$(W_0)_m = 2 \frac{D\tau - C}{B} - (\pi - 2\alpha)D(A/B^3) \quad (12b)$$

### 2.1.2 在第二相内达到最大位移 ( $t_m/\tau \geq 1$ )

第一相运动终止的时刻为  $t = \tau$ , 此后作用于结构上的载荷恒等于零, 在该相内的塑性动力响应平衡微分方程式为:

$$A\ddot{W}_0 + BW_0 + C = 0 \quad (13)$$

由(11)式可得第二相运动的初始条件为:

$$W_o(\tau) = (C/B) \left[ \frac{\cos(\omega\tau + \alpha)}{\cos\alpha} - 1 \right] \tag{14a}$$

$$\dot{W}_o(\tau) = \frac{D\tau - C \sin(\omega\tau + \alpha)}{(AB)^{1/2} \cos\alpha} - (D/B) \tag{14b}$$

根据初始条件式(14)并求解方程式(13), 可得第二相的运动规律为:

$$W_o(t) = (C/B) \left\{ \frac{\cos(\omega\tau + \alpha) \cos[\omega(t - \tau) - \gamma]}{\cos\alpha \cos\gamma} - 1 \right\} \tag{15}$$

式中:

$$\gamma = \text{tg}^{-1} \left[ \frac{B\dot{W}_o(\tau) \cos\alpha}{\omega C \cos(\omega\tau + \alpha)} \right]$$

达到最大位移的时间  $t_t$  由  $\dot{W}_o(t_t) = 0$  确定, 即:

$$t_t = \tau + (\gamma/\omega) \tag{16a}$$

其最大残余变形为:

$$(W_2)_m = (C/B) \left[ \frac{\cos(\omega\tau + \alpha)}{\cos\alpha \cos\gamma} - 1 \right] \tag{16b}$$

根据上述分析, 对于结构的最大残余变形可由式(12b)或(16b)求得。

### 2.2 第二运动模态 ( $k_2 > 3, q_m \geq (1 + k_2)q_0$ )

由于这种模态时, 其加筋可视为板的固定边界, 且加筋始终保持刚性, 基于这一情况, 所以理论分析仍可按 2.1 节的方法进行, 但塑性动力响应平衡微分方程式成为:

$$A_1 \ddot{W}_o + B_1 \dot{W}_o + C_1 = (1/24)q(t)a^2 \tag{17}$$

其中:  $A_1 = (1/48)m_o a^2 + (1/4)(I_o/a^2)$ ;  $B_1 = (1/2)N_o$ ;  $C_1 = 2M_o$ 。求解方法与 2.1 节完全相同, 仅需将  $A, B, C$  三参数变为  $A_1, B_1, C_1$  即可, 具体求解此处不再赘述。

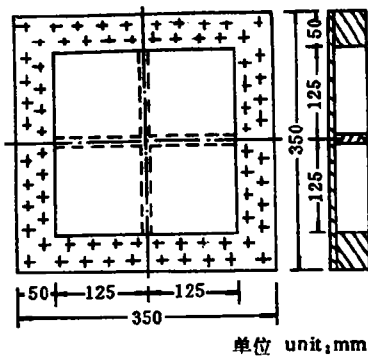


图 6 试验模型示意图

Fig. 6 Schematic diagram of specimens

## 3 试验研究

为了验证本文分析的结构变形模态和理论计算方法的可靠性, 我们进行了试验研究。

### 3.1 模型与夹具

本试验共设计了两组模型, 每组模型为五件, 具体结构如图 6 所示, 详细尺寸和加筋刚度相对值见表 1。加筋采用机加工制成, 加筋与板采用焊接连接, 模型材料为 A<sub>3</sub> 钢, 其静态拉伸试验的主要机械性能列于表 2。

试件由 72 个螺栓固定在两夹具之间, 夹具由高硬度金属经机加工制成, 为防止试件在载荷作用下出现滑移, 上下夹具与试件接触面开有齿形槽。

表1 模型结构尺寸

Table 1 Specimen dimensions

组别	板		加筋		加筋刚度相对值 $k_2$
	宽度 /mm	厚度 /mm	高度 /mm	宽度 /mm	
1	250	3	10	3	0.133
2	250	3	30	8	3.200

表2 材料主要性能

Table 2 Static uniaxial mechanical properties of the material

弹性模量 $E$ /(MN/m <sup>2</sup> )	屈服应力 $\sigma_s$ /(MN/m <sup>2</sup> )	强度极限 $\sigma_b$ /(MN/m <sup>2</sup> )
197121	235.36	423.56

### 3.2 试验结果与分析

爆炸试验是在60m左右宽的山谷中进行,因此可认为爆炸处于无限大空气中,炸药为重600g的黑索金,其药包为柱形,直径10cm,高5cm,密度1.53g/cm<sup>3</sup>和爆热5778kJ/kg(1380kCal/kg)。两组模型的爆炸参数采用参考文献[4]的有关公式计算,其结果列于表3。

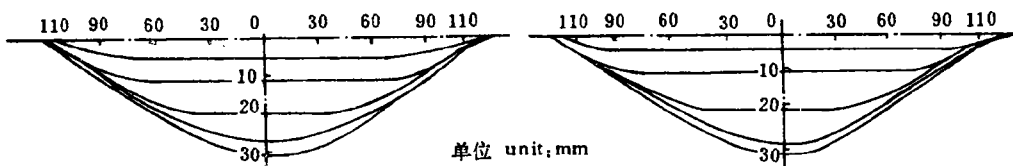
每组模型的每块试件均对各测点测量了横向残余变形,表4和表5分别列出了各组试件主要测点的测量结果,图7和图8为第一组模型的V号与第二模型的4号的最终残余挠度图。图7中的(a)、(b)分别表示试件的上半部和下半部,图8中的(a)、(b)和(c)分别表示试件的上半部,加筋1和下半部,由这二个图可明显看出,试件的变形模态与理论分析结果是完全一致的。

表3 爆炸参数

Table 3 Explosive parameters

试件号 参数	第一组试件					第二组试件				
	I	II	III	IV	V	1	2	3	4	5
$R^a$ /mm	997	795	1062	1185	907	990	920	110	865	879
$q_m$ /(N/mm <sup>2</sup> )	7.105	11.590	5.897	4.270	9.369	7.253	8.985	5.179	9.930	9.759
$\tau$ /ms	0.776	0.5738	0.7653	0.8577	0.6527	0.7125	0.6620	0.8011	0.6207	0.6264

a)  $R$  为药包中心至试件中心的距离。



(a) 试件的上半部

(a) Upper half-part

(b) 试件的下半部

(b) Lower half-part

图7 V号模型残余挠度图

Fig. 7 Permanent transverse displacement profiles of the stiffened plate No. V

表 4 第一组模型主要测点残余挠度值 单位:mm  
 Table 4 Permanent deflections measured at some point for specimens of 1st set (unit:mm)

试件号	测点位置	测 点 号								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	加筋 1	2.85	7.37	14.73	20.53	22.86	20.29	14.63	7.75	2.78
	加筋 2	2.30	7.06	13.87	19.98	22.86	20.77	14.91	7.52	2.92
II	加筋 1	6.01	13.88	24.11	32.24	35.24	30.88	21.25	10.51	8.83
	加筋 2	4.58	11.77	21.67	31.55	35.24	30.96	21.78	11.44	4.09
III	加筋 1	3.79	8.77	15.79	21.93	24.52	20.62	14.43	7.22	3.15
	加筋 2	3.73	8.55	16.45	22.02	24.52	21.65	15.04	7.47	2.56
IV	加筋 1	1.32	4.51	8.80	12.29	12.99	11.98	8.66	4.40	1.56
	加筋 2	1.10	3.94	8.64	12.17	12.99	12.56	8.73	4.56	1.77
V	加筋 1	4.30	11.11	19.92	27.02	31.60	29.00	20.70	10.48	3.58
	加筋 2	3.79	10.46	20.58	28.36	31.60	27.95	19.67	10.09	3.44

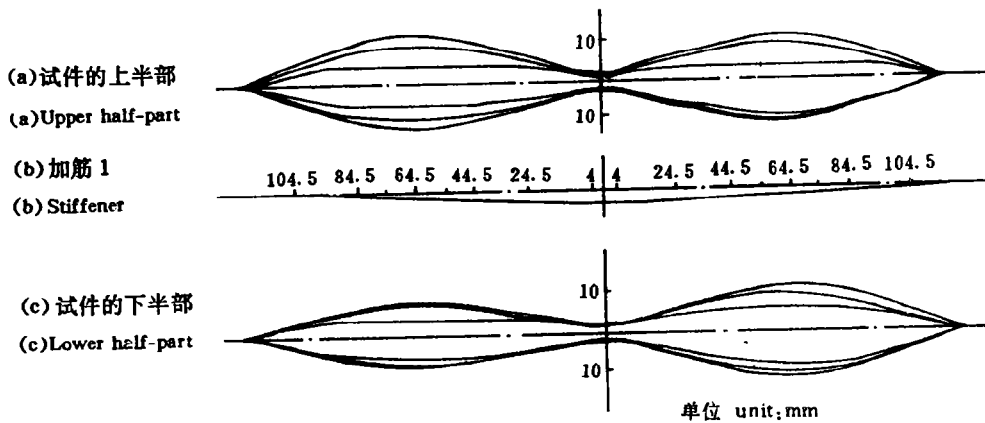


图 8 4 号模型残余挠度图

Fig. 8 Permanent transverse displacement profiles of the stiffened plate No. 4

由表 5 可知,第二组模型加筋的最终残余变形值均较小,与最大残余变形值相比较几乎可以忽略不计,加筋的残余变形是板的残余变形而被约束不可恢复的弹性变形。各组模型最终变形形状如图 9 和图 10。

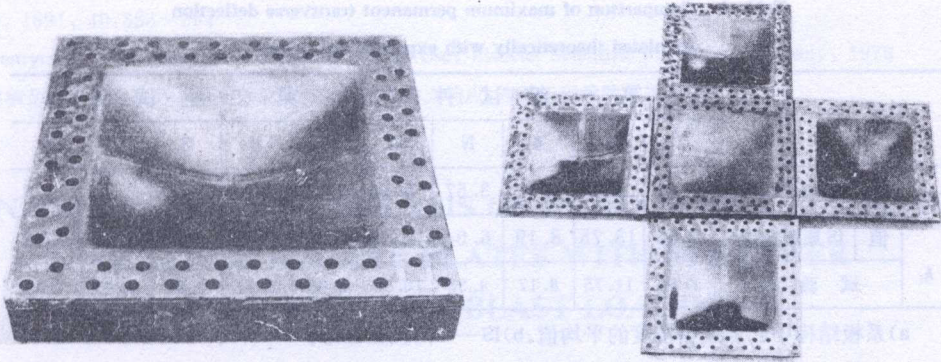
表 5 第二组模型主要测点残余挠度值  
Table 5 Permanent deflections measured at some points for specimens of 2nd set

试件号	测点位置	加筋处测点号										板格中心点					平均值
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	
I	加筋 1	1.04	1.62	2.39	3.10	3.36	3.18	3.05	2.54	2.06	1.43	0.71	10.08	10.86	10.84	9.66	10.36
	加筋 2	0.66	1.19	1.88	2.60	2.96	3.18	3.09	2.76	2.21	1.52	0.92					
II	加筋 1	0.59	1.06	1.64	2.10	2.30	2.67	3.08	2.91	2.33	1.78	0.96	11.34	6.02	14.06	9.07	10.12
	加筋 2	0.95	1.55	2.17	2.63	2.78	2.67	2.31	1.89	1.41	1.01	0.37					
III	加筋 1	0.02	0.10	0.22	0.45	0.65	0.58	0.69	0.57	0.50	0.38	0.32	5.27	7.03	4.93	6.81	6.01
	加筋 2	0.12	0.31	0.23	0.34	0.51	0.58	0.77	0.84	0.52	0.34	0.17					
IV	加筋 1	0.81	1.60	2.25	2.76	3.07	2.83	2.93	2.46	2.01	1.36	0.78	12.10	11.66	8.73	12.20	11.25
	加筋 2	0.89	1.30	1.89	2.52	2.91	2.83	2.96	2.79	2.27	1.59	1.18					
V	加筋 1	0.55	1.17	1.62	2.04	2.17	2.24	2.15	1.77	1.37	0.89	0.43	11.88	10.78	9.74	7.76	10.04
	加筋 2	0.67	1.20	1.71	2.05	2.30	2.24	2.13	1.83	1.26	1.00	0.59					

单位: mm

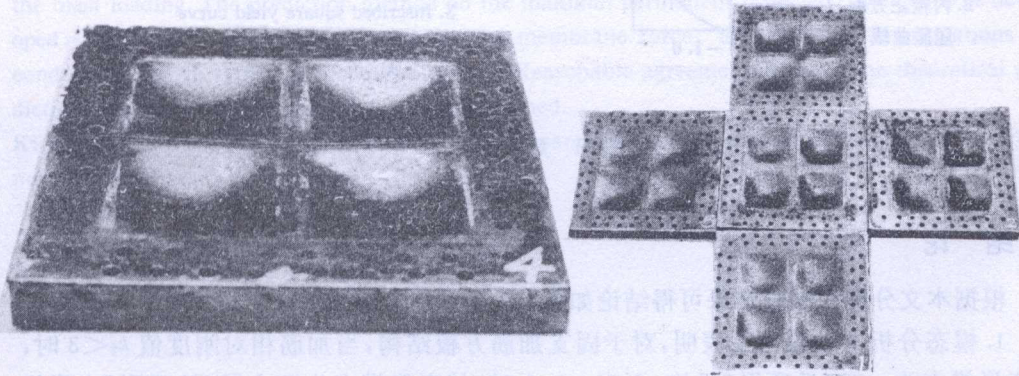
(unit: mm)





(a) II 号试件 (b) 第一组试件  
 (a) Specimen No. II (b) Specimens of first set

图 9 第一组模型最终变形形状  
 Fig. 9 Deformed shapes after blast tests



(a) 4 号试件 (b) 第二组试件  
 (a) Specimen No. 4 (b) Specimens of second set

图 10 第二组模型最终变形形状  
 Fig. 10 Deformed shapes after blast tests

### 3 理论计算与试验值的比较

根据本文的理论分析所得最大残余变形计算方法和公式,按表 3 所列爆炸参数,并考虑应变率效应,在具体计算中按文献[5]取  $\sigma'_g/\sigma_g=2$  和采用图 11 所示方形屈服曲线,对两组模型均进行了理论计算,同时与试验值进行了比较,其结果列于表 6。从表中的数值可见,理论计算值与试验值两者吻合较好。

表6 理论计算值与试验值比较

Table 6 Comparison of maximum permanent transverse deflection calculated theoretically with experimental values

试件号		第一组试件					第二组试件 <sup>b)</sup>						
		I	II	III	IV	V	1	2	3	4	5		
$W_m$	计算值	Iohansen 条件		6.56	9.89	5.41	3.57	8.56	1.34	2.10	0.53	2.32	2.26
	IS 屈服条件 <sup>b)</sup>	9.66	13.75	8.19	6.04	12.19	2.90	3.85	1.70	4.28	4.20		
$h_1$	试验值	7.62	11.75	8.17	4.33	10.53	3.45	3.37	2.00	1.45	3.35		

a) 系板结构中心点残余挠度的平均值; b) IS——内接正方形。

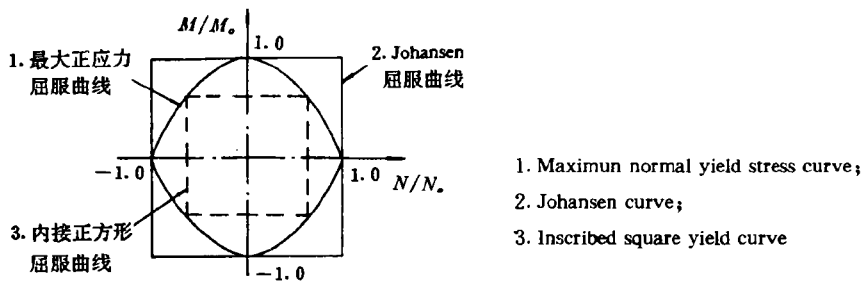


图11 屈服曲线

Fig. 11 Yield curves

## 5 结论

根据本文分析和试验结果可得结论如下:

1. 模态分析与试验结果表明,对于固支加筋方板结构,当加筋相对刚度值  $k_2 < 3$  时,其变形模态为一“四坡顶形”机构,而当  $k_2 > 3$  时,其变形模态为四个“四坡顶形”变形机构,因而此时加筋可视为板的刚性固定边界。同时也从试验结果验证了加筋相对刚度值  $k_2 = 3$  系临界刚度是正确的。

2. 本文试验载荷所提供的能量,显然大于试件可能储存的弹性变形能,因此采用刚塑性分析加筋板结构在爆炸载荷下的塑性动力响应具有一定的合理性和可靠性,且其计算公式简单,这对于结构的抗爆和防护设计是值得推崇的分析方法。

## 参 考 文 献

- 1 Houlston R. Finite Strip Analysis of Plates and Stiffened Panels Subjected to Air-blast Load. Comput Struct, 1989, 32: 647~659
- 2 Houlston R, DesRochers C G. Nonlinear Structural Response of Ship Panels Subjected to Air-blast Loading. Comput Struct, 1987, 26: 1~15

- 3 Houlston R, Slater J E. Global and Local Modelling of Naval Panels Subjected to Shock Loads. *Comput Struct*, 1991, 40:353~364
- 4 Henrych J. *The Dynamic of Explosion and its Use*, Elsevier Scientific Publishing Company, 1979
- 5 黄骏德,等. 爆炸载荷下固支方板大变形的塑性动力响应. *海军工程学院学报*, 1985, 4: 1~9

## DYNAMIC RESPONSE ANALYSIS OF RIGID PERFECTLY PLASTIC CLAMPED SQUARE PLATES WITH STIFFENER SUBJECTED TO BLAST LOADING

Liu Tuguang, Hu Yaowu, Zheng Jijia

(*Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, 430074*)

**ABSTRACT** The dynamic response analysis of the rigid, perfectly plastic clamped square plates with stiffener subjected to blast loading are studied by the principle of virtual work. Two types of modality deflection and the criteria of the modality are put forward for the structure subjected to the blast loading. The prediction method on the maximal permanent transverse deflection is developed, which considered the influence for the membrane force. Experimental investigations are conducted for two types of model deflection. Reasonable agreement between the theoretical predictions and experimental results has been obtained.

**KEY WORDS** square plate with stiffener, dynamic response, rigid-plastic behaviour, permanent deformation