

# 岩石在不同加载波条件下 能量耗散的理论探讨

李夕兵 古德生

(中南工业大学资源开发系 湖南长沙 410083)

**摘要** 采用脆性体动态断裂准则和富氏分析方法,给出了矩形波、钟形波和指数衰减波加载于岩石的能量耗散差异。在此基础上,就应力脉冲的形状、延续时间等对岩石破碎效果的影响进行了讨论,得到了与不同加载波下岩石耗能实验研究相吻合的结果。

**关键词** 岩石破碎 岩石动力学 能量耗散 应力波

## 1 引言

岩石破碎、油井致裂、高速冲击、打桩、弹丸撞靶、常规爆炸和核爆下的防护等工程领域,以及地震、滑坡、岩爆等灾害性自然现象,几乎都与应力脉冲或冲击作用下的岩石破碎有关<sup>[1]</sup>。这种应力脉冲所导致的岩石破裂必将消耗一部分应力波能量用于裂纹扩展和新表面积的形成,余下的能量即以弹性波形式无用耗散。在机械冲击加载中,不同的活塞形状和长度会产生不同的应力波波形和延续时间;在爆破工程中,即使是在炸药与岩石阻抗匹配的条件下,由于装药量多少的不同和装药结构等几何特征差异,也会产生不同的爆炸应力波波形和延续时间,而在不同加载波条件下导致岩石破碎时裂纹扩展和新表面形成所消耗的能量显然是不同的。因此,为了有效地破碎或加固岩石,以提高能量利用率,达到高效低能的目的,人们迫切需要了解在不同加载波条件下岩石破碎所耗能量的差异,继而获得不同形状的应力脉冲在岩石破碎等效果上的差异。虽然国内外已就此问题,主要是应力脉冲延续时间对岩石破碎的影响进行过一些实验研究<sup>[2~7]</sup>,但直到现在,人们还未能从理论上全面地给出不同加载波形和延续时间对破岩效果影响的物理图象。这里,作者运用 B· Steverding 等人就应力波加载条件下脆性物体动态断裂的研究结果<sup>[8~10]</sup>,采用富氏分析方法<sup>[11]</sup>,首次给出了不同加载波条件下的岩石能量耗散分析结果。

## 2 岩石在不同加载波条件下的能量耗散

根据脆性体动态断裂准则,即对任意形状的应力脉冲  $\sigma(t)$ ,导致脆性材料断裂的条件为

$$\int_0^t \sigma^2(t) dt \geq \frac{\pi \gamma E}{c_p} \quad (1)$$

• 国家自然科学基金资助课题。

1993年1月28日收到原稿,9月10日收到修改稿。

式中： $\tau$  为应力脉冲的延续时间； $E$  为材料的弹性模量； $\gamma$  为材料的比表面能； $c_p$  为材料的纵波速度。

采用富氏分析方法，即可获得不同加载波，如矩形波、钟形波、指数衰减波等加载条件下的岩石能量耗散结果。这里的能量耗散是指完全不参与裂纹扩展而以弹性波形式无用耗散的那部分应力波能量。事实上，这一能量耗散值也间接地反映用于有效破碎岩石，如裂纹扩展，新表面积形成所消耗的能量值。

2.1 矩形波加载

设一矩形波幅值为  $\sigma$ ，延续时间为  $\tau$ ，为方便起见，设定时间从  $-\tau/2$  到  $+\tau/2$ ，其应力波形及其相应的频谱如图 1 所示，用公式表示则为

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma, & |t| \leq \tau/2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (2)$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(t)\exp(j\omega t)dt = 2\sigma \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega} \quad (3)$$

频谱中任意频率为  $\omega$  的单一元素写成余弦波形式为  $\tilde{\sigma}(t) = \sigma_\omega \cos\omega t$ ，它所对应的能量作用密度为  $e_\omega = \sigma_\omega^2 \pi / \omega$ ，根据脆性动态断裂准则，对于单频为  $\omega$  的子波，能导致确定裂纹长度的裂纹扩展的条件为

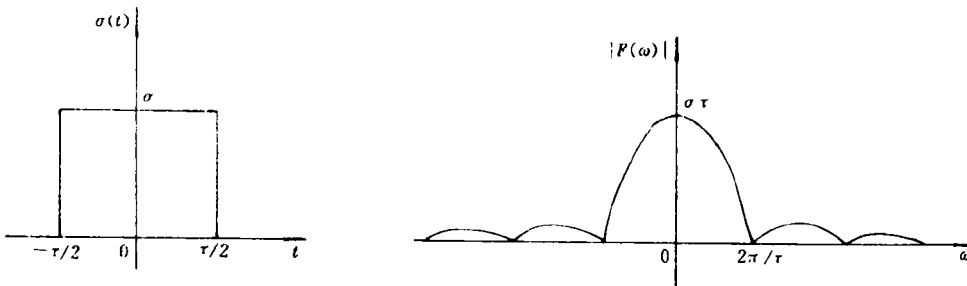
$$\frac{\sigma_\omega^2}{\omega^2} \geq \frac{\gamma E}{c_p \omega} \quad (4)$$

又根据 Parseval 理论

$$\int_0^\tau \sigma^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \quad (5)$$

因此有

$$\frac{\sigma_\omega^2}{\omega^2} = |F(\omega)|^2 = \sigma^2 \tau^2 \frac{\sin^2(\omega\tau/2)}{(\omega\tau/2)^2} \geq \frac{\gamma E}{c_p \omega} \quad (6)$$



(a) 应力波形  
(a) Stress waves  
b) 应力波频谱  
(b) Spectrum of the stress waves

图 1 矩形波及其频谱

Fig. 1 Rectangular pulse and its fourier spectrum

根据(6)式，即可确定出矩形波中参与裂纹扩展的谐波分量的频率范围。

如图 2 所示，当材料中含有一全裂纹谱时<sup>[12,13]</sup>，若不考虑  $|\omega| > 2\pi/\tau$  的极少部分能

量,显然,只有  $\omega_{c1} \leq |\omega| < \omega_{c2}$  范围内的各谐波通过材料时,才参与材料中裂纹扩展,其余部分频率的谐波将不与裂纹产生相互作用而向外无用耗散地传播出去。因此,当应力波通过岩石这种存在各种裂纹的脆性体时,完全以弹性波形式向外传播,不参与任何裂纹扩展,而无用耗散的能量作用密度为

$$W_e = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{c2}}^{-\omega_{c1}} |F(\omega)|^2 d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{c1}}^{\omega_{c1}} |F(\omega)|^2 d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_{c2}}^{\omega_{c1}} |F(\omega)|^2 d\omega$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_{c1}} |F(\omega)|^2 d\omega + \frac{1}{\pi} \int_{\omega_{c2}}^{\omega_{c1}} |F(\omega)|^2 d\omega \quad (7)$$

对于确定的岩石,  $\gamma E/c$ , 是不变的。当加载波能量作用密度  $\sigma^2 \tau$  很大时,参与反应的频谱范围亦很大,此时  $\omega_{c1}$  可近似取为  $2\pi/\tau$ ; 当加载波能量减小时,此范围亦随之变小,  $\omega_{c2}$  可近似取为  $\infty$ 。当加载波能量作用密度减小到  $\sigma^2 \tau = \sigma_0^2 \tau_0$  时,如图 2 所示,此时,两组曲线相切。若加载波能量再小于此值,两曲线无交点,加载应力波中任意频率的谐波均不会与岩石中的任何裂纹发生作用,岩石中的所有裂纹均不会产生扩展,因此,这种强度的应力波通过岩石时,不会导致岩石的损伤; 又由(1)式的宏观脆性断裂条件可知,对于矩形波加载,当应力波能量作用密度达到其阈值即  $\sigma^2 \tau = \sigma_0^2 \tau_0 = \pi \gamma E/c$ , 时,裂纹高速扩展,应力波通过岩石时产生宏观破坏; 当应力波能量介于两者之间时,应力波每次通过时,都会导致岩石损伤,裂纹低速扩展,即断裂力学中的亚临界裂纹扩展<sup>[4]</sup>, 在此条件下,反复加载时可导致岩石破裂。

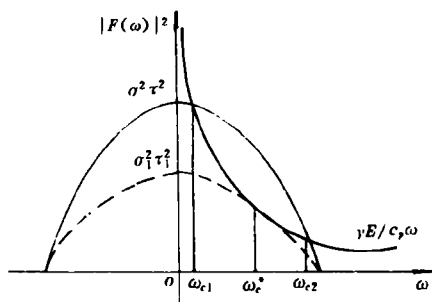


图 2 参与裂纹扩展的频率范围  
Fig. 2 The cut-off frequencies to initiate crack propagation

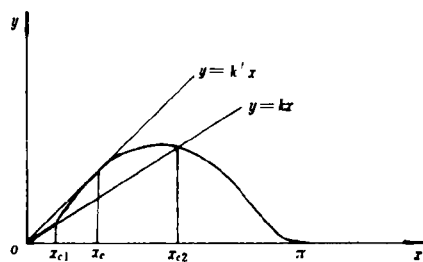


图 3 上下限频率的确定方法  
Fig. 3 Determination of the cut-off frequencies

根据(6)式,即可算出不同应力波能量作用密度条件下参与反应谐波的上下限频率,由(6)式有

$$\sin^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) = \frac{\gamma E}{2\sigma^2 \tau c_p} \left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \quad (8)$$

令  $\omega\tau/2 = x$  由上式可得

$$\sin^2 x = kx \quad (9)$$

上述式中  $k = \gamma E / 2\sigma^2 \tau c_p$ , 显然,不同的加载波能量作用密度,其  $k$  值亦不相同,如图 3 所示。在相切点有

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 x_c &= k' x_c \\ k' &= 2 \sin x_c \cos x_c \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

据此可得

$$x_c = \text{tg} x_c / 2 \quad (11)$$

即

$$x_c = 1.1655$$

此时,对应的应力波能量作用密度为

$$\sigma^2 \tau = \frac{\gamma E}{2c_p} \times (1.1655) / \sin^2(1.1655) = 0.69 \gamma E / c_p$$

即

$$\sigma_1^2 \tau_1 = 0.69 \gamma E / c_p \quad (12)$$

当  $\sigma^2 \tau < \sigma_1^2 \tau_1$  时,  $W_e$  与入射能量作用密度  $W_\lambda$  之比:  $W_e / W_\lambda = 100\%$ , 对应的  $\omega_c^* = 2.32 / \tau$ , 在此加载强度下, 加载波能量完全以弹性波形式无用耗散。同理, 当  $\sigma^2 \tau = \sigma_0^2 \tau_0 = \pi \gamma E / c_p$  时, 可求得截止频率为  $\omega_{c_1} = 0.3218 / \tau$ ,  $\omega_{c_2} = 4.9294 / \tau$ , 此时, 完全以弹性波形式耗散的应力波能量作用密度为

$$\begin{aligned} W_e &\doteq \frac{1}{\pi} \int_{-6\pi/\tau}^{-4.9294/\tau} \sigma^2 \tau^2 \frac{\sin^2(\omega\tau/2)}{(\omega\tau/2)^2} d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^{0.3218/\tau} \sigma^2 \tau^2 \frac{\sin(\omega\tau/2)}{(\omega\tau/2)^2} d\omega \\ &= \frac{\sigma^2 \tau}{\pi} \left[ \int_{-3\pi}^{-2.4647} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt + \int_0^{0.1609} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt \right] = 0.1428 \sigma^2 \tau \\ W_e / W_\lambda &= 14.28\% \end{aligned}$$

类似上述方法, 可近似得到不同加载波强度下的截止频率范围和能量耗散值(如表 1 及图 7 所示)。

表 1 矩形波加载时的截止频率范围和能量耗散值  
Table 1 The cut-off frequencies and energy dissipation values under rectangular pulse loadings

加载波能量作用密度 $\sigma^2 \tau$	截止频率范围 $\omega_1, \omega_2$	$W_e / W_\lambda$ (%)	破坏形式
$< 0.69 \frac{\gamma E}{c_p}$	$\omega_1 = \omega_2 = 2.32 / \tau$	100	无损伤
$0.69 \gamma E / c_p \sim \pi \gamma E / c_p$	$\omega_1 = 0.6942 / \tau$ $\omega_2 = 4.2738 / \tau$	34.25	累积破坏
	$\omega_1 = 0.5110 / \tau$ $\omega_2 = 4.5694 / \tau$	27.47	
$\pi \gamma E / c_p \sim \pi \pi \gamma E / c_p$	$\omega_1 = 0.3218 / \tau$ $\omega_2 = 4.9294 / \tau$	14.28	单次破坏
	$\omega_1 = 0.2514 / \tau$ $\omega_2 = 5.0852 / \tau$	10.77	
	$\omega_1 = 0.2008 / \tau$ $\omega_2 = 5.2116 / \tau$	7.63	
	$\omega_1 = 0.1596 / \tau$ $\omega_2 = 5.3264 / \tau$	5.94	
	$\omega_1 = 0.1064 / \tau$ $\omega_2 = 5.4994 / \tau$	3.85	

2.2 指数衰减波加载

设一幅值为  $\sigma$  的指数衰减波为

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \sigma(t)\exp(-\beta t), & (\beta > 0), \quad t \geq 0 \end{cases} \quad (13)$$

其波形及其对应的频谱如图 4 所示。

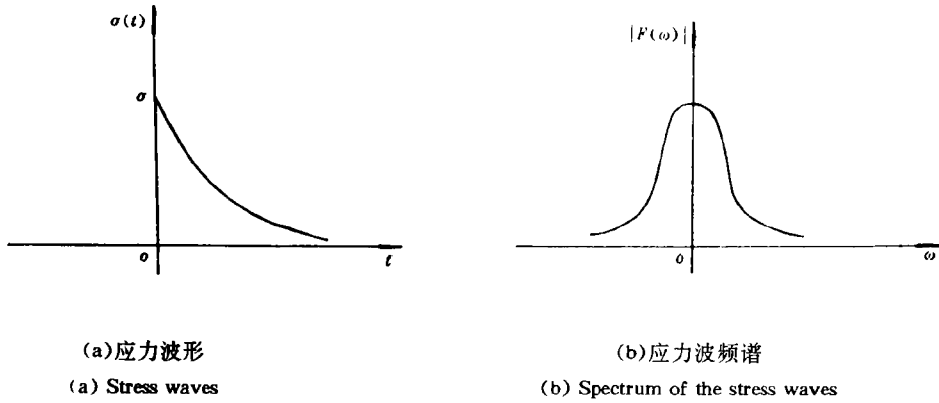


图 4 指数衰减波及其频谱

Fig. 4 Exponential-attenuating pulse and its fourier spectrum

$$F(\omega) = \frac{\sigma}{\beta + j\omega} \quad (14)$$

这种指数衰减波的能量作用密度为

$$W_\lambda = \int_0^\infty \sigma^2(t)dt = \frac{\sigma^2}{2\beta} \quad (15)$$

又根据脆性动态断裂准则,对任意角频为  $\omega$  的单一元素,有

$$\frac{\sigma_0^2}{\omega^2} = |F(\omega)|^2 = \frac{\sigma^2}{\beta^2 + \omega^2} \geq \frac{\gamma E}{c_p \omega} \quad (16)$$

根据上式即可求出不同加载强度下参与裂纹扩展的谐波上下限频率范围

$$\omega_{e,1,2} = \frac{c_p \sigma^2 \pm \sqrt{c_p^2 \sigma^4 - 4\gamma^2 E^2 \beta^2}}{2\gamma E} \quad (17)$$

显然,当  $c_p^2 \sigma^4 - 4\gamma^2 E^2 \beta^2 = 0$  时,意味着两曲线相切,此时所对应的能量作用密度为

$$\frac{\sigma^2}{2\beta} = \frac{\gamma E}{c_p} \quad (18)$$

$$\omega_c^* = \beta \quad (19)$$

由此可得:当指数衰减波的能量作用密度小于岩石的  $\gamma E/c_p$  值时,不会对岩石产生损伤,任何频谱下的能量均不参与裂纹扩展,在此加载段,加载波能量完全以弹性波形式无用耗散,疲劳加载亦难于导致岩石破坏。

又根据宏观破坏条件,有

$$\frac{\sigma^2}{2\beta} = \frac{\pi \gamma E}{c_p} \quad (20)$$

对应的  $\omega_{c_{1,2}} = 0.1634\beta$  或  $6.1198\beta$ , 此时的  $W_e$

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_{c_1}} |F(\omega)|^2 d\omega + \frac{1}{\pi} \int_{\omega_{c_2}}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{0.1634\beta} \frac{\sigma^2}{\beta^2 + \omega^2} d\omega + \frac{1}{\pi} \int_{6.1198\beta}^{\infty} \frac{\sigma^2}{\beta^2 + \omega^2} d\omega = 0.2064 \frac{\sigma^2}{2\beta} \quad (21) \\ W_e/W_\lambda &= 20.64\% \end{aligned}$$

同理, 类似上述方法, 即可求得不同加载强度下的截止频率范围和对应的能量耗散值(见表 2 及图 7)。

表 2 指数衰减波加载时的截止频率范围和能量耗散值

Table 2 The cut-off frequencies and energy dissipation values under exponential-attenuating pulse loadings

加载波能量作用密度 $\sigma^2/2\beta$	截止频率范围 $\omega_{c_1}, \omega_{c_2}$	$W_e/W_\lambda$ (%)	破坏形式
$< \frac{\gamma E}{c_r}$	$\omega_{c_1} = \omega_{c_2} = \beta$	100	无损伤
$\frac{\gamma E}{c_r} \sim \frac{\pi \gamma E}{c_r}$	$\omega_{c_1} = 0.3820\beta$ $\omega_{c_2} = 2.6180\beta$	46.48	累积破坏
	$\omega_{c_1} = 0.2679\beta$ $\omega_{c_2} = 3.7321\beta$	33.35	
	$\omega_{c_1} = 0.2087\beta$ $\omega_{c_2} = 4.7913\beta$	26.21	
$\frac{\pi \gamma E}{c_r} \sim \frac{3\pi \gamma E}{c_r}$	$\omega_{c_1} = 0.1634\beta$ $\omega_{c_2} = 6.1198\beta$	20.64	单次破坏
	$\omega_{c_1} = 0.1270\beta$ $\omega_{c_2} = 7.8730\beta$	16.09	
	$\omega_{c_1} = 0.1010\beta$ $\omega_{c_2} = 9.8990\beta$	12.83	
	$\omega_{c_1} = 0.0801\beta$ $\omega_{c_2} = 12.4863\beta$	10.18	
	$\omega_{c_1} = 0.0532\beta$ $\omega_{c_2} = 18.7964$	6.78	

### 2.3 钟形波加载

对应的应力脉冲及其频谱如图 5 所示, 用式子表示则为

$$\sigma(t) = \sigma e^{-\alpha t^2}, (\alpha > 0) \quad (22)$$

$$F(\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma \exp(-\omega^2/4\alpha) \quad (23)$$

其应力波能量作用密度为

$$W_\lambda = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma^2(t) dt = \sigma^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-2\alpha t^2) dt = \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}} \sigma^2 \quad (24)$$

根据脆性动态断裂准则, 有

$$\frac{\sigma_\omega^2}{\omega^2} = |F(\omega)|^2 = \frac{\pi}{2} \sigma^2 \exp(-\omega^2/2\alpha) \geq \frac{\gamma E}{c_p \omega} \quad (25)$$

据此,即可求出不同加载波强度下的截止频率范围。

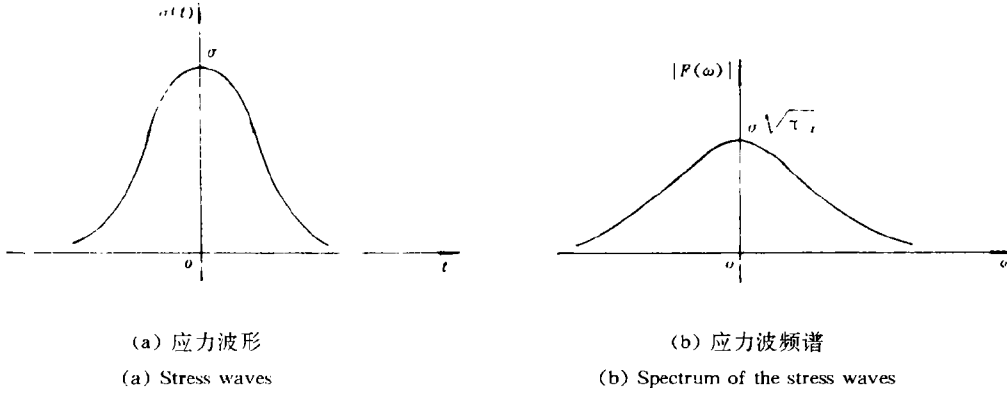


图 5 钟形波及其频谱

Fig. 5 Symmetric bell-shaped pulse and its Fourier spectrum

在相切点,有

$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi}{\alpha} \sigma^2 \exp(-\omega^2/2\alpha) &= \frac{\gamma E}{c_p \omega} \\ \frac{\pi}{\alpha^2} \sigma^2 \omega \exp(-\omega^2/2\alpha) &= \frac{\gamma E}{c_p \omega^2} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

由此可得  $\omega_c^* = \sqrt{\alpha}$ ,  $\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}} \sigma^2 = 0.66 \gamma E / c_p$  (27)

因此,当钟形波加载时,其波的能量作用密度小于  $0.66 \gamma E / c_p$  时,不会在岩石中产生损伤。

当  $\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}} \sigma^2 = \pi \gamma E / c_p$  时,有

$$\exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{\sqrt{\alpha}}\right)^2\right] = 0.1270 \left(\frac{\sqrt{\alpha}}{\omega}\right) \quad (28)$$

由此可得  $\omega_{c_1} = 0.1280 \sqrt{\alpha}$ ,  $\omega_{c_2} = 2.4295 \sqrt{\alpha}$ , 对应的  $W_e$  为

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{1}{\pi} \int_0^{0.1280 \sqrt{\alpha}} \frac{\pi}{\alpha} \sigma^2 \exp(-\omega^2/2\alpha) d\omega + \frac{1}{\pi} \int_{2.4295 \sqrt{\alpha}}^{\infty} \frac{\pi}{\alpha} \sigma^2 \exp(-\omega^2/2\alpha) d\omega \\ &= 2 \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}} \sigma^2 \left[ \int_0^{0.1280} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-u^2/2) du + \int_{-\infty}^{-2.4295} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-u^2/2) du \right] \\ &= 0.1182 (\pi/2\alpha)^{1/2} \sigma^2 \end{aligned}$$

$$W_e / W_\lambda = 11.82\%$$

类似上述方法,可求得不同加载强度下的截止频率范围和对应的能量耗散值见表 3 及图 7)。

表 3 钟形波加载时的截止频率范围和能量耗散值  
 Table 3 The cut-off frequencies and energy dissipation values  
 under symmetric bell-shaped pulse loadings

加载波能量作用密度 ( $\pi/2a$ ) <sup>1/2</sup> $\sigma^2$	截止频率范围 $\omega_{c_1}, \omega_{c_2}$	$W_e/W_\lambda$ (%)	破坏形式
$< 0.69\gamma E/c_p$	$\omega_{c_1} = \omega_{c_2} = \sqrt{a}$	100	无损伤
$0.66\gamma E/c_p \sim \pi\gamma E/c_p$	$\gamma E/c_p$ $\omega_{c_1} = 0.4394\sqrt{a}$ $\omega_{c_2} = 1.7041\sqrt{a}$	42.82	累积破坏
	$2\gamma E/c_p$ $\omega_{c_1} = 0.20366\sqrt{a}$ $\omega_{c_2} = 2.1888\sqrt{a}$	18.86	
$\pi\gamma E/c_p \sim n\pi\gamma E/c_p$	$\pi\gamma E/c_p$ $\omega_{c_1} = 0.1280\sqrt{a}$ $\omega_{c_2} = 2.4295\sqrt{a}$	11.82	单次破坏
	$4\gamma E/c_p$ $\omega_{c_1} = 0.1003\sqrt{a}$ $\omega_{c_2} = 2.5454\sqrt{a}$	9.05	
	$5\gamma E/c_p$ $\omega_{c_1} = 0.08004\sqrt{a}$ $\omega_{c_2} = 2.6463\sqrt{a}$	7.19	
	$2\pi\gamma E/c_p$ $\omega_{c_1} = 0.06362\sqrt{a}$ $\omega_{c_2} = 2.7445\sqrt{a}$	5.67	
	$3\pi\gamma E/c_p$ $\omega_{c_1} = 0.04237\sqrt{a}$ $\omega_{c_2} = 2.9086\sqrt{a}$	3.76	

### 3 几点讨论

#### 3.1 延续时间的影响

为讨论方便起见,设定两延续时间分别为  $\tau_1$  和  $\tau_0$  的矩形应力脉冲,其能量作用密度相等,即  $\sigma_1^2\tau_1 = \sigma_0^2\tau_0$ ,但延续时间不同,  $\tau_0 = 2\tau_1$ ,如图 6 所示。虽然在此条件下,不参与任何裂纹扩展而完全以弹性波形式无用耗散的  $W_e$  近乎相等,同时,参与反应的下限频率  $\omega_{c_1}^0$ 、 $\omega_{c_1}^1$  也很接近,但其上限频率明显不同。当  $\tau_0 = 2\tau_1$  时,  $\omega_{c_2}^1 = 2\omega_{c_2}^0$ ,根据 Grifffth 理论,对于单频为  $\omega^*$  脉冲,在满足  $\sigma_0^2/\omega \geq \gamma E/c_p$  条件下,能导致裂纹扩展长度  $a^* = 2c_p/\pi\omega^*$ ,即  $a^*$  与  $\omega^*$  成反比,因此上限频率对应着参与反应的最小裂纹长度,而且  $\omega_{c_2}^1$  所对应的裂纹长度  $a_{m_2}^1$  只有  $\omega_{c_2}^0$  所对应的裂纹长度  $a_{m_2}^0$  的一半。而能导致裂纹扩展的最大裂纹长度,即  $\omega_{c_1}^0$  和  $\omega_{c_1}^1$  所对应的裂纹长度近于相等,即  $a_{m_1}^0 \approx a_{m_1}^1$ ,因此等能量下延续时间短的应力脉冲能导致裂纹扩展的裂纹范围较大,它的下限裂纹尺寸较小。对于脆性矿岩介质,统计结果已经表明<sup>[12,13]</sup>:裂纹密度随裂纹尺寸的减小而显著增大。因此,根据上述分析完全有理由认为,等能量下短延时的应力脉冲的破坏性较大,用于扩展裂纹最终导致岩石破裂的能量消耗较快,岩石吸能较大,且最终破碎尺寸也应相对较小,这与一些实验研究结果很相吻合<sup>[2,3,5,6,15]</sup>。因此,



从有效破岩角度来看,短延时高应力幅值的应力脉冲比长延时低幅值的应力脉冲更为有利。以往,人们总习惯于应力波延时长有利于破岩的观念,而事实上,这只是在增加入射能量的前提下才会成立。

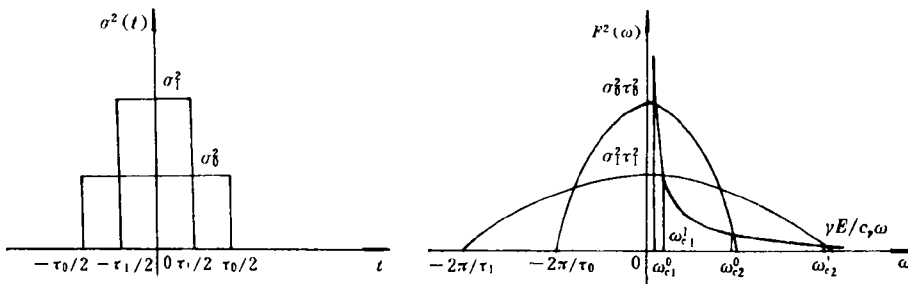


图 6 等能量作用密度不同延续时间的矩形波

Fig. 6 The rectangular pulses with the same active energy densities bur different dutations

### 3.2 波形的影响

从图 7 可以看出,等能量下完全以弹性波形式向外传播而不参与任何裂纹扩展的能量以钟形波为最小,当  $W_\lambda = \pi \gamma E/c_p$  时,钟形波为 11.82%,矩形波为 14.28%,指数衰减波为 20.64%,但随着加载能量的增大,进入高加载能量段后,矩形波的这一能量将向钟形波靠拢;另一方面由表 1~表 3 可以看出:当钟形波、矩形波和指数衰减波延续时间近似相等,约为  $\tau$  时,如  $\beta = 1/10\tau, \alpha = 2/5\tau^2$ ,此时,等能量条件下,其指数衰减波的上限截止频率将明显小于矩形波和钟形波,因而它所对应的参与反应的下限裂纹尺寸会明显大于矩形波和钟形波所对应的下限裂纹尺寸。因此,指数衰减波所对应的破碎尺寸将会相对较大,岩石中的能量吸收较其它两种波慢,而以弹性波形式无用耗散的能量值却相对较高。

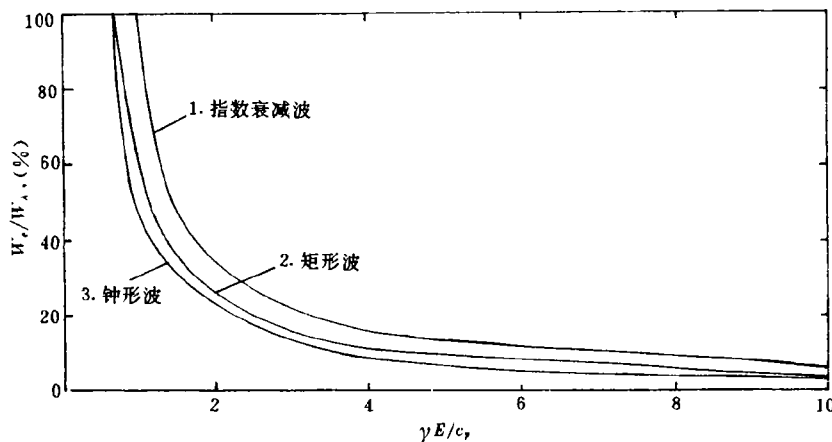


图 7 不同加载波下以弹性波形式耗散的能量值

Fig. 7 Energy dissipated in the form of elastic waves under impulsive loading with defferent wave forms

1. Exponential-attenuating pulses; 2. Rectangular; 3. Symmetric bell shaped

因此,波形的差异将会明显导致破岩效果的不同,从破岩角度考虑,钟形波和矩形波明显优于指数衰减波。这一结果亦与最近的实验研究结果相吻合<sup>[7]</sup>。

### 3.3 以弹性波形式无用耗散的能量值

从图 7 还可看出:不论何种波加载,当加载能量小于某一临界值时,其加载波能量完全不参与裂纹扩展,能量全部以弹性波形式无用耗散。加载波形的不同,其临界值亦有所差异,指数衰减波所对应的临界值较矩形波和钟形波大,而矩形波和钟形波的这一临界值则较为接近;当加载波强度在此区段之内时,不会对岩石产生任何损伤和破坏。随着加载波能量的增加而进入累积破坏段后,以弹性波形式无用耗散的能量作用密度的相对值随加载波能量的增加而迅速减小,此时重复冲击作用将可能导致岩石破坏。因此,在要求动力稳定等的工程领域,必须注意和考查能达到这一强度的应力波重复作用在这方面的效应;而在要求破坏的工程领域,则所设计的加载强度至少必须达到和超过这一区段。当加载波能量较大时,随着加载波能量的增大,这部分无用耗散的弹性波能量的相对值缓慢下降,并逐渐趋于平稳,当加载波能量增大一倍时,指数波从临破坏时的 20.64% 下降到 10.18%,矩形波从 14.28% 下降到 5.94%,钟形波从 11.82% 下降到 5.67%。因此,在常规的中、高加载强度段,这部分弹性波能量约占加载能量的 10% 左右。这与文献[4]的试验结果极为吻合,砂岩现场不同药量爆破时测得的地震波能量结果亦证实了这一理论分析结果<sup>[16]</sup>。

### 参 考 文 献

- 1 李夕兵. 矿岩中应力波的传输效应和能量耗散规律的研究:[博士学位论文]. 长沙:中南工业大学,1992. 1~5
- 2 Miller M H. *Int J Rock Mech Min Sci*, 1966, 3: 191~203
- 3 Lundberg B. *Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr*, 1976, 13:187~197
- 4 Kabo M, Goldsmith W, Sackman J L. *Rock Mechanics*, 1977,9:213~243
- 5 李夕兵,等. 矿冶工程,1988,8(1):15~19
- 6 李夕兵,等. 中南矿冶学院学报,1989,20(6):595~604
- 7 李夕兵,等. 中国有色金属学报,1992,2(4):10~14
- 8 Steverding B, Lehnigk S H. *J Appl Phys*, 1970,41(5):2096~2099
- 9 Steverding B, Lehnigk S H. *J Appl Phys*, 1971,42(8):3231~3238
- 10 Steverding B, Lehnigk S H. *Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr*, 1976, 13:75~80
- 11 南京工学院数学教研室编. 积分变换. 第三版. 北京:高等教育出版社,1989. 100~101
- 12 Shockey D A, Curran D R, et al. *Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr*, 1974,11:303~317
- 13 劳恩 B R, 威尔肖 T R 著;陈 颀,尹祥础译. 脆性固体断裂力学. 北京:地震出版社,1985. 24~27
- 14 高 庆主编. 工程断裂力学. 重庆:重庆大学出版社,1986. 138~140
- 15 Grady D E, Kipp M E. *Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr*, 1980,17:147~157
- 16 瑞 克著;许 云译. 粘弹性介质中的地震波. 北京:地质出版社,1981. 129~143

## ENERGY DISSIPATION OF ROCK UNDER IMPULSIVE LOADING WITH DIFFERENT WAVEFORMS

Li Xibing, Gu Desheng

(*Central-South University of Technology, Changsha, Hunan, 410083*)

**ABSTRACT** Using the dynamic fractural criterion for brittle materials and the Fourier transform method, this paper analyses energy dissipation of rock under impulsive loading with different waveforms, such as rectangular, symmetric bell-shaped and exponential-attenuating pulses, respectively. On this basis, the effects of both shapes and durations of stress pulses on rock fragmentation have been discussed and compared with each other. The above analytical results are in good agreement with the experimental investigation on rock energy dispersion and fragmentative degree under impulsive loading with different pulse shapes and durations.

**KEY WORDS** rock fragmentation, rock dynamics, energy dissipation, stress pulses