

高速弹丸撞击地质材料的有限元计算

宋顺成 曹法和 田时雨

(兵器工业五二研究所 内蒙古 包头 014034)

刘心德 陈兆生

(航空航天部七〇三研究所 北京 100076)

摘要 给出高速弹丸撞击地质材料的有限元分析。利用 FECP2 动力有限元程序计算了模拟回收弹体撞击水泥及花岗岩两种地质材料的动力响应,同时给出了弹、靶初始变形过程的图形。

关键词 冲击 有限元 地质材料

1 引言

对高速冲击过程进行数值分析,目的是利用计算机程序预测弹、靶材料的动态响应。它有助于人们认识试验中观察到的各种现象,并用来验证人们对弹丸撞击靶体材料时提出的种种假设,还可以对整个系统进行全面分析找出各种变量的影响大小,选择不同参数进行试算,以扩展试验数据。因此数值分析是一种先进的试验方法。

本文给出高速弹丸撞击两种地质材料的动力有限元分析,并给出弹丸内相应物理量的变化过程。弹丸几何尺寸采用了无量纲化物理量,使其结果不失一般性。该结果对于认识高速冲击过程,弹体材料的研究,弹体几何形状的设计都具有参考意义。

本文计算所用的 FECP2 动力有限元程序是1987年以来在钱伟长教授指导下研制的,目前已用于兵器、航天、材料等研究领域。考虑到冲击过程的动量、质量、能量守恒,本计算没有引入网格侵蚀功能。这样虽然在计算深度方面受到拉格朗日网格的限制,但能较好地保证计算精确度。

2 基本方程

本程序中的动量守恒方程为

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}_i = \sigma_{i,j,j} \quad (1)$$

与其等价的虚功原理为

$$\int_{\Omega} \rho \mathbf{u}_i \delta \mathbf{u}_i d\Omega = - \int_{\Omega} \sigma_{i,j} \delta \epsilon_{i,j} d\Omega \quad (2)$$

其中: \mathbf{u}_i 为位移矢量; $\delta \mathbf{u}_i$ 为虚位移矢量; $\ddot{\mathbf{u}}_i$ 为位移加速度矢量; $\sigma_{i,j}$, $\epsilon_{i,j}$ 分别为应力和应变张量; $\delta \epsilon_{i,j}$ 为虚应变张量。对于二维问题 $i, j = 1, 2$ 并遇重指标求和(下同)。

1993年3月1日收到原稿,8月13日收到修改稿。

文献[1]给出了拉格朗日坐标内大应变位移几何关系及近似的应变率位移速度几何关系,

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) \quad (3)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} + \left(\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_k} - \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_k} - \frac{\partial \dot{u}_k}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - 2 \frac{\partial \dot{u}_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right\} \quad (4)$$

在文献[1]中给出了(3)式及(4)式的推导证明,目前该式在许多计算高速冲击动力响应的程序中得到应用。

人为粘性 Q 自 J. von Naumann, 和 R. D. Richmagen, 用在数值积分动力方程时平滑冲击波间断面之后^[2], 业已在许多高速冲击计算中得到应用。实践证明引入人工粘性可在计算中有效地消除数值振荡。它由体积应变率 $\dot{\epsilon}_v$ 的线性项和二次项组成, 只有当 ϵ_v 为负值时才有非零值, 反之当 $\dot{\epsilon}_v$ 为正值时其值为零。

$$\begin{cases} Q = c_1 \rho_0 c_{s0} h |\dot{\epsilon}_v| + c_0^2 \rho_0 h^2 \dot{\epsilon}_v^2, & \text{当 } \dot{\epsilon}_v < 0 \\ Q = 0, & \text{当 } \dot{\epsilon}_v \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中: ρ_0 为材料初始密度; c_{s0} 为声速; h 为单元体最小高度; $\dot{\epsilon}_v$ 为材料体积应变率; 常数 $c_1 = 0.5, c_0^2 = 4.0$ ^[3]。

静水压力 p 由 Mie-Grüneisen 状态方程确定,

$$p = (k_1 \mu + k_2 \mu^2 + k_3 \mu^3) \left(1 - \frac{\Gamma \mu}{2} \right) + \Gamma \rho_0 I \quad (6)$$

其中: Γ 为材料的 Grüneisen 系数; I 为材料比内能; ρ_0 为材料的初始密度; 而 $\mu = (\rho/\rho_0) - 1$ 与体积变形有关; k_1, k_2, k_3 是材料常数, 其量纲与压力 p 相同, 通常它们可由实测的 Hugoniot 数据确定。

材料在弹性范围内的物理关系由虎克定律给出

$$\sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{ij} \delta_{ij} + 2G \epsilon_{ij} - \delta_{ij} Q \quad (7)$$

其中: δ_{ij} 是克氏符号张量; λ, G 为拉梅常数; Q 为人工粘性。

材料的非弹性物理关系一般说来是极为复杂的。为计算方便利用经典的增量理论可以获得较好的近似^[3]。

$$\sigma_{ij} = 2\sigma_s^T \dot{\epsilon}_{ij} / 3\dot{\epsilon}_e - (p + Q) \delta_{ij} \quad (8)$$

其中: $\dot{\epsilon}_{ij}$ 是应变率张量; $\dot{\epsilon}_e$ 为相当应变率, 对于轴对称二维问题其表达式为

$$\dot{\epsilon}_e = \sqrt{2/3} \cdot [(\dot{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_z)^2 + (\dot{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_\theta)^2 + (\dot{\epsilon}_\theta - \dot{\epsilon}_z)^2 + 6\dot{\epsilon}_{rz}]^{1/2} \quad (9)$$

σ_s^T 是材料的动态屈服强度。确定该屈服强度是现代材料力学研究的重要任务。HELP 程序曾给出如下解析表达式^[4]。

$$\begin{cases} \sigma_s^T = \sigma_s^0 (k_1 \mu + k_2 \mu^2 + k_3 \mu^3) \left(1 - \frac{I}{I_0} \right), & \text{当 } (I < I_0) \\ \sigma_s^T = 0, & \text{当 } (I \geq I_0) \end{cases} \quad (10)$$

其中: k_1, k_2, k_3, μ 的物理意义如前所述; I 为材料的比内能; I_0 为材料的初比内能。当 σ_s^T 为零时,

$$\sigma_{ij} = - (p + Q) \delta_{ij} \quad (11)$$

就是说此时材料具有流体性质,只能承受静水压力。这在高速冲击中对于脆性和非脆性材料都有较好的近似^[5]。

有关积分方法,我们采用了无条件稳定格式,即采用了 Newmark 方法^[4]。

$$\dot{u}_i^{t+\Delta t} = \dot{u}_i^t + [(1 - \beta)\ddot{u}_i^t + \beta\ddot{u}_i^{t+\Delta t}]\Delta t \quad (12)$$

$$u_i^{t+\Delta t} = u_i^t + \dot{u}_i^t\Delta t + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\ddot{u}_i^t + \alpha\ddot{u}_i^{t+\Delta t}\right]\Delta t^2 \quad (13)$$

其中:上标 t 代表 t 时刻; $t+\Delta t$ 代表下一时刻; α, β 是根据积分精度和稳定性要求确定的两个参数,当 $\beta=1/2, \alpha=1/6$ 时相当于线性加速度法。Newmark 最初提出以恒定—平均—加速度法作为无条件稳定格式,这种情况 $\beta=1/2, \alpha=1/4$ 。

尽管采用上述无条件稳定格式,由于程序处理的是高速冲击过程,局部质点运动速度很快,因此积分步长还不得太大。选取积分步长必须保证不得使质点从单元结点运动到对边。我们采用自动确定积分步长的计算式^[3]

$$\Delta t = c_s[\Delta h/(\sqrt{g^2 + \sqrt{g^2 + c_s^2}})] \quad (14)$$

其中: $g^2 = c_0^2 Q/\rho$ 代表人工粘性的影响; Δh 是单元的最小高度; $c_s = \sqrt{k_1/\rho}$ 是材料内声速。显然如果人工粘性为零时, $\Delta h/c_s$ 就表示声波通过单元需要的最短时间。 c_s 取小于 1 的常数。

3 弹丸冲击地质材料的计算

利用 FECP2 动力有限元程序给出了合金钢模拟弹丸冲击地质材料的计算。根据实际需要,主要研究了弹丸材料的动力响应。

弹丸材料几何、物理参数:

冲击速度 = 2387m/s,几何形状为空心圆头弹形,弹体直径 $\phi = 1.2 \times 10^{-2}$ m,弹长 $l = 1.8 \times 10^{-2}$ m,静屈服强度 $\sigma_s = 1726$ MPa,弹性模量 $E = 201$ GPa,泊松比 $\nu = 0.3$,初比内能 $I_0 = 8.24 \times 10^8$ J/m³,材料初始密度 $\rho_0 = 7.85 \times 10^3$ kg/m³, $k_1 = 2.22 \times 10^{11}$ Pa, $k_2 = -7.03 \times 10^{11}$ Pa, $k_3 = 1.82 \times 10^{12}$ Pa, $\Gamma = 1.69$ 。我们选取花岗岩和水泥这两种常用的地质材料进行计算,其几何形状均为半无限。

花岗岩材料参数:

静屈服强度 $\sigma_s = 90$ MPa,弹性模量 $E = 10.5$ GPa,泊松比 $\nu = 0.25$,初比内能 $I_0 = 2.4 \times 10^6$ J/m³,材料的初始密度 $\rho_0 = 2.57 \times 10^3$ kg/m³, $k_1 = 1.16 \times 10^{10}$ Pa, $k_2 = 2.62 \times 10^{10}$ Pa, $k_3 = 3.00 \times 10^{10}$ Pa, $\Gamma = 1.0$

水泥材料参数:

静屈服强度 $\sigma_s = 39.8$ MPa,弹性模量 $E = 25$ GPa,泊松比 $\nu = 0.17$,初比内能 $I_0 = 1.9 \times 10^5$ J/m³,材料初始密度 $\rho_0 = 2.13 \times 10^3$ kg/m³, $k_1 = 3.14 \times 10^{10}$ Pa, $k_2 = 4.36 \times 10^{10}$ Pa, $k_3 = 4.48 \times 10^{13}$ Pa, $\Gamma = 2.5$ 。

上述材料的物理参数除弹体材料的静屈服强度为实测值外,均来源于文献^[5~7]。

为了使计算结果更具有—般性,将输出物理量作无量纲处理。无量纲时间 $\bar{t} = v_0 t/l$,其中 v_0 为弹丸初始冲击速度, t 为时间, l 为弹体长度。无量纲应力 $\bar{\sigma} = \sigma/\sigma_0$,无量纲压力 $\bar{p} =$

p/σ_0 , 其中 σ 为应力, p 为材料内压力, σ_0 为材料静屈服强度。无量纲应变率 $\bar{\dot{\epsilon}} = \dot{\epsilon}l/v_0$, 无量纲速度 $\bar{v} = v/v_0$, 其中 v_0 为弹体初始速度。无量纲穿透 $\bar{h} = h/l$, 其中 h 为弹体对地质材料的侵彻深度。

为了区别弹体材料对两种地质材料冲击的计算结果, 用两类不同的曲线(----表示花岗岩; ——表示水泥)给出物理量变化曲线。

图 1 给出了弹丸孔底以下材料的平均应力和平均应变的关系曲线。它们的定义为

$$\sigma^p = \int_{\Omega} \bar{\sigma}_i d\Omega / \Omega \tag{15}$$

$$\epsilon^p = \int_{\Omega} \bar{\epsilon}_i d\Omega / \Omega \tag{16}$$

其中: $\bar{\sigma}_i, \bar{\epsilon}_i$ 分别为无量纲相当应力 (σ_i/σ_0) 和无量纲相当应变 ($\epsilon_i l/v_0$), Ω 为所研究区域的体积。

虽然冲击花岗岩时弹丸应变率及压力较冲击水泥大, 但弹丸内能(相当于温度升高)增加也较快。由图 1 看出弹丸材料冲击花岗岩最大应力小于冲击水泥最大应力, 这是压力、应变率硬化及内能(温度)软化的综合结果。从图 1 还可以看出, 弹丸材料不论是冲击花岗还是冲击水泥, 其最大应力均大于静屈服应力。

与(15)式及(16)式相同, 平均压力定义为

$$p^p = \int_{\Omega} \bar{p} d\Omega / \Omega \tag{17}$$

其中, \bar{p} 为无量纲压力 (p/σ_0)。图 2 给出了弹丸孔底以下材料在开坑阶段平均压力与时间的关系曲线。从图 2 看出冲击花岗岩较冲击水泥弹丸内材料的平均压力约大 21%。换算成有量纲压力, 冲击花岗岩开坑阶段弹丸内材料的平均压力最大值约为 4.4GPa。

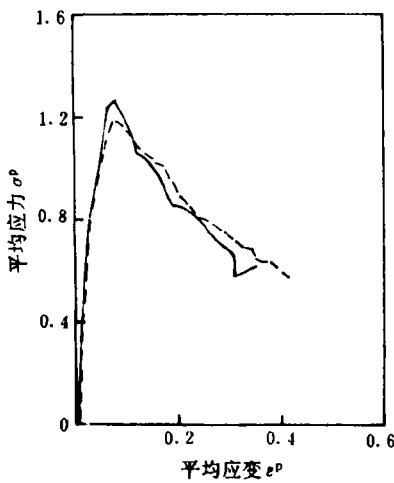


图 1 弹丸材料的应力与应变关系曲线
Fig. 1 Relationship between stresses and strains in projectile materials

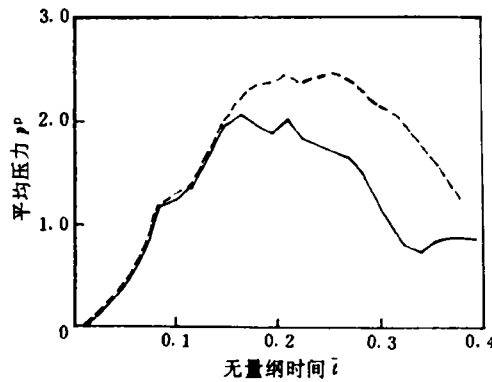


图 2 开坑段弹丸材料内压力与时间关系曲线
Fig. 2 Relationship between initial pressures and time in projectile materials

图3是无量纲平均应变率与无量纲时间 $\bar{t}(v_0t/l)$ 关系曲线。无量纲平均应变率仍定义为

$$\dot{\bar{\epsilon}}^p = \int_{\Omega} \bar{\dot{\epsilon}} d\Omega / \bar{\Omega} \tag{18}$$

其中: $\bar{\dot{\epsilon}}$ 为无量纲相当应变率($\dot{\epsilon}_e l/v_0$)。

从图3看出弹丸冲击花岗岩在开始阶段与冲击水泥平均应变率基本相同,但之后增大。冲击花岗岩最大有量纲应变率约 $2.0 \times 10^5/s$ 。

图4为无量纲穿深 $\bar{h}(h/l)$ 与无量时间 \bar{t} 之间的关系曲线。从图中看出其关系近似为线性关系,并且冲击花岗岩曲线低于冲击水泥曲线。

图5及图6分别是弹丸侵彻过程中无量纲平均速度 v^p 与无量纲时间 \bar{t} 及穿深 \bar{h} 之间

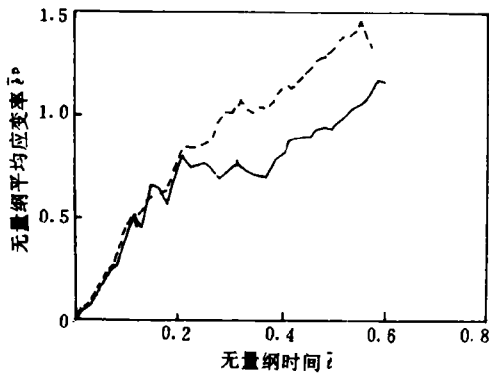


图3 弹丸材料内应变率与时间关系
Fig. 3 Relationship between strain rate and time in projectile materials

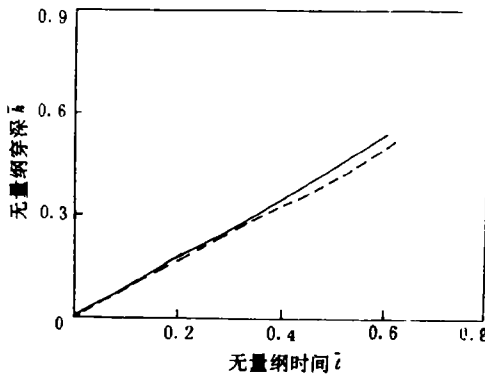


图4 穿深与时间关系曲线
Fig. 4 Relationship between depth of penetration and time

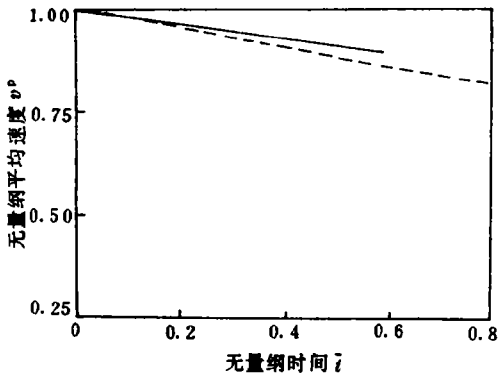


图5 侵彻速度与时间关系曲线
Fig. 5 Relationship between penetration velocity and time

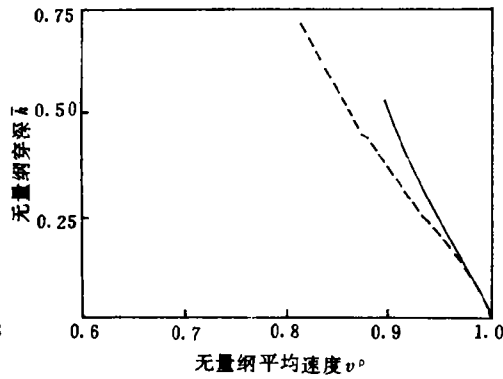


图6 侵彻速度与穿深关系曲线
Fig. 6 Relationship between velocity and depth of penetration

的关系曲线。无量纲平均速度定义为

$$\bar{v}^p = \frac{\int_{\Omega} \bar{v} \rho d\Omega}{\int_{\Omega} \rho d\Omega} \quad (19)$$

其中： \bar{v} 为无量纲速度 (v/v_0)， ρ 为材料密度。

从图中可以看出冲击花岗岩比冲击水泥弹体速度下降较快，这主要是因为花岗岩的密度和屈服强度都比水泥大，其抗冲击能力较强。

图7和图8分别是弹丸冲击水泥和花岗岩的变形过程。由于图形的对称性，实际计算是取一半进行的。弹体划分126个三角形单元，共84个结点，地质材料划分864个三角形单元共475个结点。计算在386微机上进行的，两种材料的冲击计算共用6小时。从弹丸变形图上看弹丸孔底均发生较大塑性变形，很难经受冲击全过程而不发生破坏，这在此后实验中得到了证实。

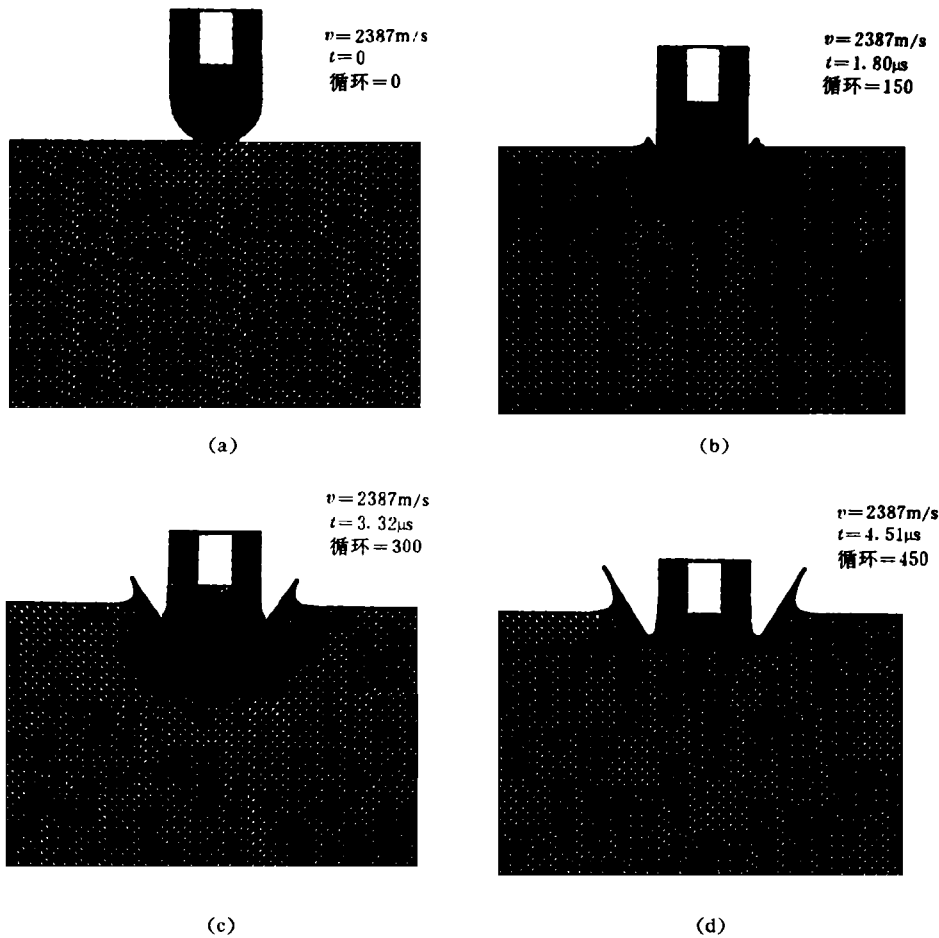


图7 合金钢弹丸冲击水泥变形过程

Fig. 7 Deformation processes of alloy projectile as it impacts cement materials

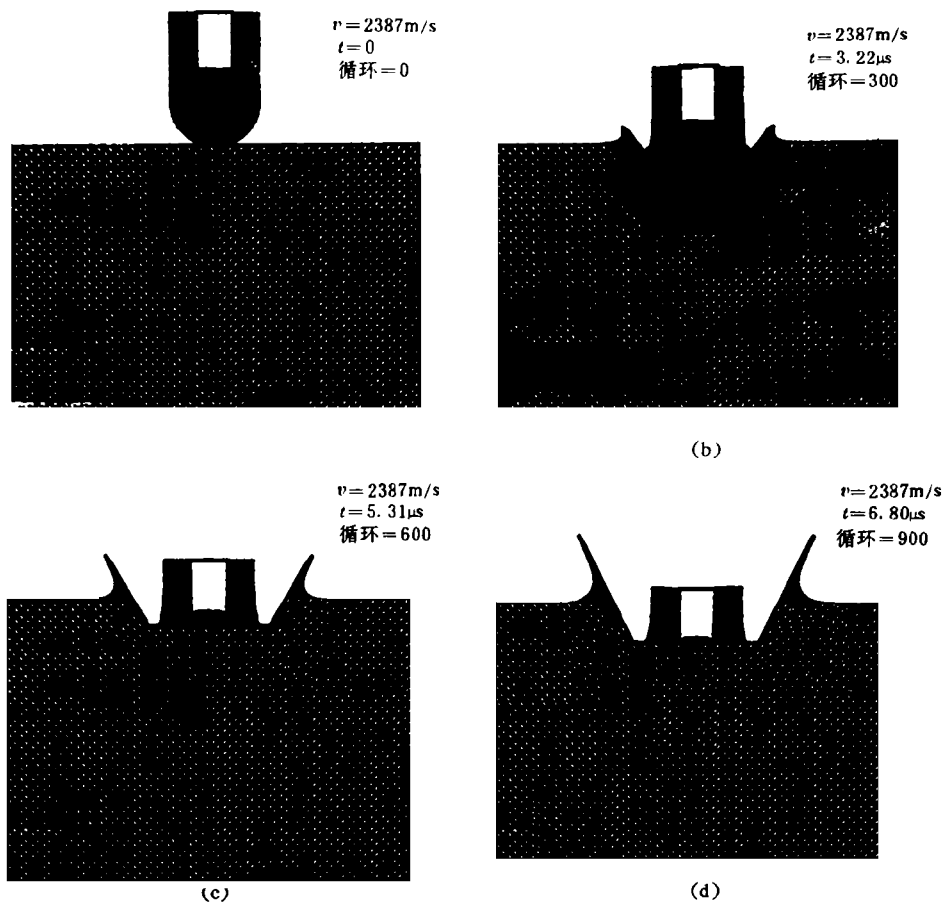


图8 合金钢弹丸冲击花岗岩变形过程

Fig. 8 Deformation processes of alloy projectile as it impacts granite materials

参 考 文 献

- 1 钱伟长. 穿甲力学. 北京:国防工业出版社,1984. 35~54;147~161
- 2 Von Neumann J, Richtmyer R D. J Appl phy, 1950, 21:232~237
- 3 Johnson G R. J, Appl, Mech, 1976,43(3): 439~444
- 4 Hageman D J, Walsch J M. HELP. AD726459
- 5 北京工业学院八系. 爆炸及其作用. 北京:国防工业出版社,1979. (上)340~343;(下)321~335
- 6 周维垣. 高等岩石力学. 北京:水利电力出版社,1990. 216~249
- 7 二〇四研究所,等. 包头:五二所科技参考资料,1977.75~107
- 8 张 清. 岩石力学基础. 北京:中国铁道出版社,1986. 43~64
- 9 宋顺成. 高速冲击过程计算及计算机模拟机:[博士论文]. 上海工业大学,1987
- 10 宋顺成. 应用数学和力学,1989,10(2):137~143
- 11 Newmark N M. J Eng Mech Division, 1959,85, 67~94

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF THE PROJECTILE IMPACTING ON GEOLOGICAL MATERIALS

Song Shuncheng, Cao Fahe, Tian Yushi,

(No. 52 Institute, Ministry of Weapon Industry, Neimenggu Baotou, 014034)

Liu Xinde, Chen Zhaosheng

(No. 703 Institute, Ministry of Aviation and Aerospace, Beijing, 100076)

ABSTRACT The finite element analysis of the projectile impacting on geological materials is presented. With the dynamic finite element code FECP2 we have calculated the dynamic responses of the simulated recovered projectiles, that impact on different geological materials such as cement and granite. By the way the graphes of the deformation processes of the projectile and target are also presented.

KEY WORDS impact, finite element, geological materials