

收敛柱激波在粉尘气体中的传播

吴清松

(中国科学技术大学近代力学系 合肥 230026)

摘要 取稀颗粒群气固两相耦合的双流体简化模型,采用高解数值方法研究了收敛柱激波在粉尘气体中的传播和波后流场特性。通过与纯气体情况比较,揭示了固体颗粒出现对收敛柱激波传播特性的影响。

关键词 收敛柱激波 粉尘气体 高解数值方法

1 引言

收敛柱激波导致激波强度增大,并能诱导出高温高压流动现象,早在四十年代就被人们所认识^[1]。随后,人们对收敛柱激波的产生和稳定性及其传播特性进行了一系列理论和数值研究^[2,3,4],并由此推广到探索一般的非平面激波的聚焦及其应用^[5]。然而,所有这些研究均限于激波在纯气体或在液体的单相介质中传播。我们知道,激波在含粉尘颗粒的气、固两相介质中传播时,由于出现两相间耦合作用,其强度变化和波后流场性质呈现出较纯气体时更为复杂的变化特征。进一步研究收敛柱激波在气固两相介质中的传播特性,既是两相流基础研究的一项重要内容,也对深入了解这类激波不同于纯气体中的传播特性,为探索新的利用潜能提供一定的理论准备。本文在稀颗粒群两相耦合的双流体简化模型下,采用时间步的算子分裂技术^[6],综合运用高解 GRP 有限差分方法^[7],全二阶精度的 MacCormack 格式^[8]和预估校正格式,数值模拟了该问题,得到具有两相松弛特性的流场结构和精度高、间断图象锐利的计算结果。通过与纯气体情况比较,揭示了固体颗粒出现对收敛柱激波传播特性和波后流场参数的影响。

2 模型和方程

取稀颗粒群下气固两相耦合的双流体简化模型^[9],采用该模型下一些常用基本假设:① 固体颗粒视为准连续介质。② 忽略颗粒所占体积。③ 不计粒子间相互作用。④ 忽略颗粒热运动和布朗运动,不计粒相分压。⑤ 颗粒为尺寸均一的刚性小球,内外均温,比热为常数。⑥ 除了与颗粒发生相互作用时,考虑其粘性和传热外,气相视为有固定组分和常比热比的无粘可压缩完全气体。⑦ 气固两相间相互作用力仅限于阻力,两相间传热仅限于对流。⑧ 无相变。在上述假设下,令 r^* 为柱坐标系的径向坐标, t^* 为时间坐标, ρ^* 、

国家自然科学基金资助课题

1993年9月6日收到原稿,1994年1月14日收到修改稿。

T^* 、 u^* 分别为密度, 温度和速度(下标 g 表气相, p 表粒相), p^* 为气相(亦是混合物)压强, c_p^* 为粒子比热, c_v^* 、 c_p^* 为气体定容、定压比热, m^* 、 D^* 、 Q^* 为单个粒子质量, 所受阻力和传热, 则可得到柱对称下以矢量形式表示的气固两相流动的准守恒型方程为

$$\partial U^* / \partial t^* + (1/r^*) \partial [r^* F^*(U^*)] / \partial r^* + \partial G^*(U^*) / \partial r^* = H^*(U^*) \quad (1)$$

其中:

$$\begin{cases} U^* = [\rho_g^*, \rho_g^* u_g^*, \rho_g^* (c_v^* T_g^* + u_g^{*2}/2), \rho_p^*, \rho_p^* u_p^*, \rho_p^* (c_p^* T_p^* + u_p^{*2}/2)]^T \\ F^*(U^*) = \begin{bmatrix} \rho_g^* u_g^*, \rho_g^* u_g^{*2}, \rho_g^* u_g^* (c_p^* T_g^* + u_g^{*2}/2), \\ \rho_p^* u_p^*, \rho_p^* u_p^{*2}, \rho_p^* u_p^* (c_p^* T_p^* + u_p^{*2}/2) \end{bmatrix}^T \\ G^*(U^*) = [0, p^*, 0, 0, 0, 0]^T \\ H^*(U^*) = \begin{bmatrix} 0, -\rho_p^* D^*/m^*, -\rho_p^* (u_p^* D^* + Q^*)/m^*, \\ 0, \rho_p^* D^*/m^*, \rho_p^* (u_p^* D^* + Q^*)/m^* \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (2)$$

为使方程(1)封闭, 需补充气体状态方程及相间作用项 D^* 、 Q^* 的经验关系式。用 R^* 表气体常数, 则状态方程为

$$p^* = \rho_g^* R^* T_g^* \quad (3)$$

令 Pr 、 μ^* 分别为气体 Prandtl 数、粘性系数, d^* 为粒子直径, $Re = \rho_g^* |u_g^* - u_p^*| d^* / \mu^*$ 为滑移 Reynolds 数, 则 D^* 、 Q^* 可表示为^[10,11]

$$D^* = 0.125 \pi d^{*2} \rho_g^* (u_g^* - u_p^*) |u_g^* - u_p^*| (0.48 + 28 Re^{-0.85}) \quad (4)$$

$$Q^* = \pi d^* \mu^* Pr^{-1} c_p^* (T_g^* - T_p^*) (2 + 0.6 Pr^{1/3} Re^{1/2}) \quad (5)$$

假定 γ 和 a^* 为完全气体比热比和音速, σ_p^* 为粒子物质密度, 令柱激波前静止粉尘气体的状态参量加下标 "1" 表示, 取特征长度 $l^* = 4\sigma_p^* d^* / (3\rho_{g1}^*)$, 并取下列形式无量纲量

$$\begin{cases} p = p^*/p_1^*, \rho_g = \rho_g^*/\rho_{g1}^*, \rho_p = \rho_p^*/\rho_{p1}^*, T_g = T_g^*/T_{g1}^*, T_p = T_p^*/T_{p1}^* \\ \mu = \mu^*/\mu_1^*, u_g = \sqrt{\gamma} u_g^*/a_1^*, u_p = \sqrt{\gamma} u_p^*/a_1^*, r = r^*/l^*, t = a_1^* t^*/(\sqrt{\gamma} l^*) \end{cases} \quad (6)$$

将方程(1)无量纲化, 并在气相方程中, 利用状态方程替换温度函数; 在粒相方程中, 利用连续方程和动量方程消除能量方程中的动能部份, 得以下实际计算的无量纲方程

$$\partial U / \partial t + \partial [r F(U)] / r \partial r + \partial G(U) / \partial r = H(U) \quad (7)$$

其中:

$$\begin{cases} U = [\rho_g, \rho_g u_g, p/(\gamma - 1) + \rho_g u_g^2/2, \rho_p, \rho_p u_p, \rho_p T_p]^T \\ F(U) = [\rho_g u_g, \rho_g u_g^2, (\gamma p/(\gamma - 1) + \rho_g u_g^2/2) u_g, \rho_p u_p, \rho_p u_p^2, \rho_p u_p T_p]^T \\ G(U) = [0, p, 0, 0, 0, 0]^T \\ H(U) = [0, -\alpha \rho_p A_1, -\alpha \rho_p [u_p A_1 + \beta A_2/(\gamma - 1)/\gamma], 0, \rho_p A_1, \rho_p A_2]^T \end{cases} \quad (8)$$

这里:

$$\begin{cases} \alpha = \rho_{p1}^*/\rho_{g1}^*, \beta = c_p^*/c_v^* \\ A_1 = \rho_g (u_g - u_p) |u_g - u_p| (0.48 + 28 Re^{-0.85}) \\ A_2 = [8\gamma \mu_1^*/(\rho_{g1}^* a_1^* d^* \beta Pr)] \mu (T_g - T_p) (2 + 0.6 Pr^{1/3} Re^{1/2}) \end{cases} \quad (9)$$

气体状态方程变为

$$p = \rho_g T_g \quad (10)$$

为排除方程在 $r=0$ 处奇异特性, 在其邻域里取小量 $\epsilon=10^{-6}$, 令该区域内 $r=\epsilon$ 。

数值边界条件为: 柱轴 $r=0$ 处, 对气相采用反射条件; 对粒相采用 F·Marconi 等提

出的粒子与壁相撞而粘附其上的假设,计算中取粒相参数在柱轴处连续变化^[12]。这种提法可避免考虑粒子反射时出现的粒相参数多值问题,较为接近粒子惯性大,在边界上一般不发生突变的实际情况。在 $r \rightarrow \infty$ 远场处,两相均取连续输入输出边界条件。

3 数值计算方法

按照 Yaneko 分数步法思想^[6],先将方程(7)分裂为无两相耦合的齐次偏微分方程和只有两相耦合的常微分方程

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [rF(U)] + \frac{\partial}{\partial r} G(U) = 0 \quad (11)$$

$$\frac{dU}{dt} = H(U) \quad (12)$$

再离散续接求解。根据气固相在流动中不同的物理特征,对(11)中气相和粒相方程,分别采用不同的差分离散格式。其气相,采用基于求解推广 Riemann 问题,能有效处理间断解的 GRP 方法^[7],格式为

$$\tilde{U}_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t_n}{\Delta V_i} [\tau_{i+1/2} F(U)_{i\pm 1/2}^{n+1/2} - \tau_{i-1/2} F(U)_{i\pm 1/2}^{n+1/2}] - \frac{\Delta t_n}{\Delta r_i} [(G(U)_{i\pm 1/2}^{n+1/2} - G(U)_{i\pm 1/2}^n)] \quad (13)$$

其中:

$$\begin{cases} \Delta V_i = \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} r dr \\ F(U)_{i\pm 1/2}^{n+1/2} = F(U)_{i\pm 1/2}^n + \frac{\Delta t_n}{2} \left(\frac{\partial F}{\partial U}\right)_{i\pm 1/2}^n \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{i\pm 1/2}^n \\ G(U)_{i\pm 1/2}^{n+1/2} = G(U)_{i\pm 1/2}^n + \frac{\Delta t_n}{2} \left(\frac{\partial G}{\partial U}\right)_{i\pm 1/2}^n \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{i\pm 1/2}^n \end{cases} \quad (14)$$

这里 $U_{i\pm 1/2}^n$ 和 $(\partial U / \partial t)_{i\pm 1/2}^n$ 分别为推广 Riemann 问题在网格边界 $r_{i\pm 1/2}$ 间断处的解及其对时间的导数,而 $(\partial F / \partial U)_{i\pm 1/2}^n$ 和 $(\partial G / \partial U)_{i\pm 1/2}^n$ 为通量函数 $F(U)$ 和 $G(U)$ 的 Jacobi 在间断处的值。

为避免数值振荡,采用 Van Leer 提出的对物理量梯度作某些限制方法^[13],使格式保持单调型。此法在每个时间步,对每个网格子域,仅需求解一个推广 Riemann 问题。

粒相较之气相具有大得多的惯性,流动参数变化是连续的。本文采用 MacCormack 格式求解

$$\begin{cases} \bar{U}_i^{n+1} = U_i^n - \frac{1}{r_i} \frac{\Delta t_n}{\Delta r_i} [\tau_{i+1} F(U)_{i+1}^n - \tau_i F(U)_i^n] \\ \tilde{U}_i^{n+1} = \frac{1}{2} [U_i^n + \bar{U}_i^{n+1} - \frac{1}{r_i} \frac{\Delta t_n}{\Delta r_i} (\tau_i F(\bar{U}_i^{n+1}) - \tau_{i-1} F(\bar{U}_{i-1}^{n+1}))] \end{cases} \quad (15)$$

在每个时间步 Δt_n ,以(13)、(15)求得的 \tilde{U}_i^{n+1} 作为常微分方程(12)在第 n 个时间层上初值,采用预估校正方法求解,从而得到在第 $n+1$ 个时间层上包含两相耦合作用的最终值 U_i^{n+1}

$$\begin{cases} \tilde{\tilde{U}}_i^{n+1} = \tilde{U}_i^{n+1} + \Delta t_n H(\tilde{U}_i^{n+1}) \\ U_i^{n+1} = \tilde{\tilde{U}}_i^{n+1} + \Delta t_n [H(\tilde{\tilde{U}}_i^{n+1}) + H(\tilde{U}_i^{n+1})] / 2 \end{cases} \quad (16)$$

时间步长 Δt_n 大小,先按满足气相方程计算稳定性要求的 CFL 条件确定。如计算中出

现流动参数不规则脉动,可适当减小相应的 Courant 数。

4 数值结果分析

假定半径为 R_0 的柱体内为颗粒均匀分布的低压气固混合物,其外为高压纯气体,初始均为静止态。令高、低压段初始参数加下标“4”和“1”表示,取 $p_4^*/p_1^* = 10, T_4^*/T_1^* = 1, p_1^* = 110^5 \text{ Pa}, T_1^* = 300 \text{ K}, d^* = 10 \mu\text{m}, \sigma_s^* = 2500 \text{ kg/m}^3, \alpha = 1.0, \beta = 1.115, R_0 = 0.5 \text{ m}$ 。按此条件和前述数值方法进行计算,典型结果示于图 1 至图 5 中。

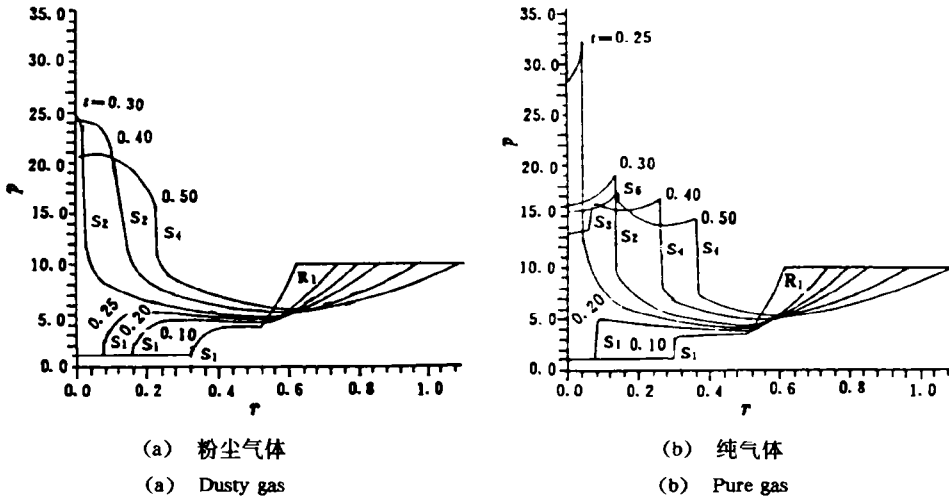


图 1 不同时刻压强沿空间分布

Fig. 1 Pressure distributions at different times

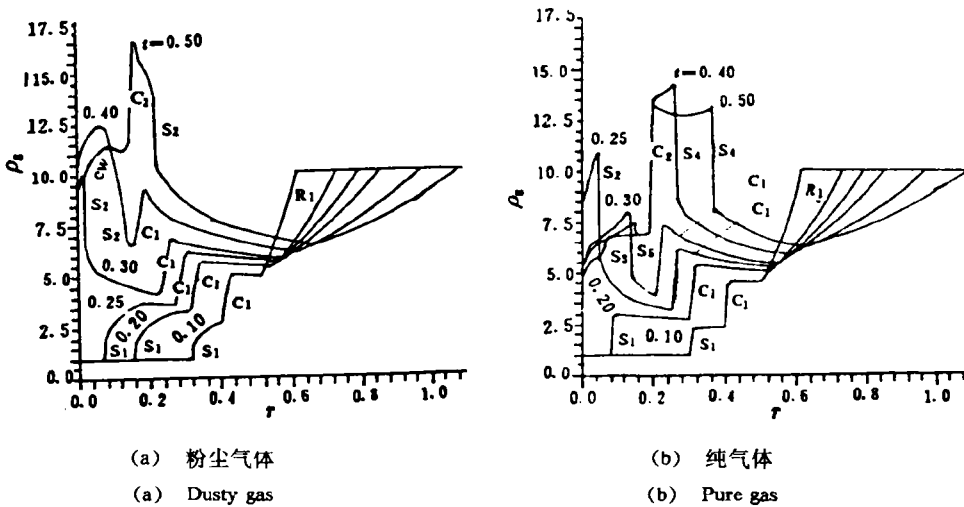


图 2 不同时刻气相密度沿空间分布

Fig. 2 Gaseous phase density distributions at different times

图 1 至图 4 比较了几个不同时刻,收敛柱激波在粉尘气体和在纯气体中传播时,波后

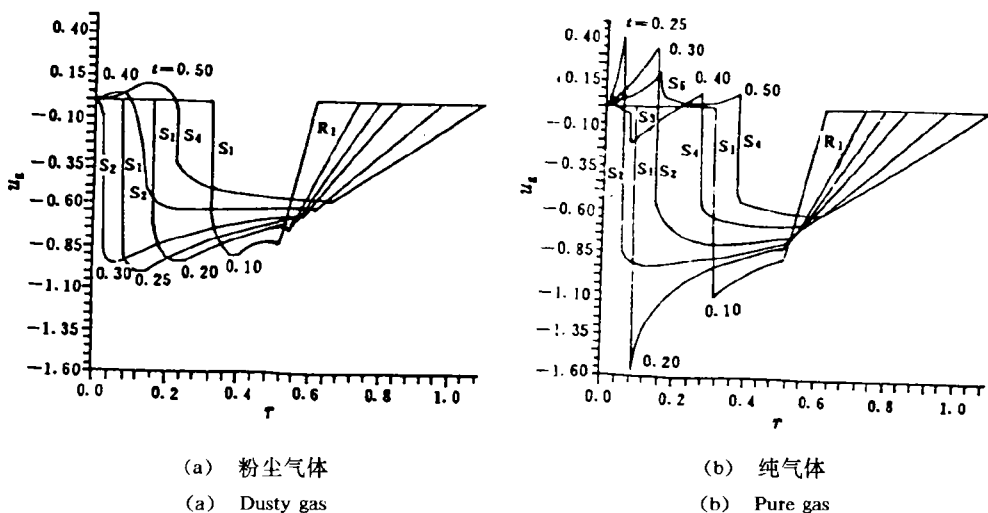


图 3 不同时刻气相速度沿空间分布

Fig. 3 Gaseous phase velocity distributions at different times

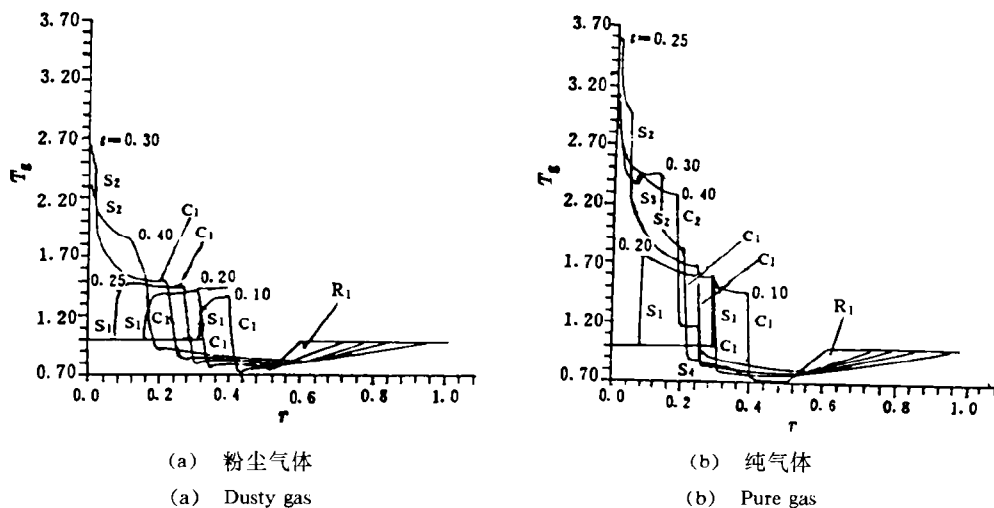


图 4 不同时刻气相温度沿空间分布

Fig. 4 Gaseous phase temperature distributions at different times

流场的气相参数沿空间分布。各图的(a)表示粉尘气体,各图的(b)表示纯气体(温度图4中,由于曲线交叉重叠不便识别,减少了前三图中最后一个时刻的对应曲线)。综观这四组图,可以看出:

(1)初始由柱膜分开,膜内为低压,膜外为高压的粉尘混合气或纯气体,破膜后形成如下波系:向柱轴传播的收敛柱激波 S_1 ,其强度随时间推移而增强;向膜外传播的发散稀疏波 R_1 ,其强度随时间推移而减弱。收敛柱激波到达轴时,强度达到最大,并随之反射,形成向外传播的发散柱激波 S_2 ,其强度随时间推移而减弱。在激波和稀疏波之间,存在一气相密度和温度突跃的接触间断 C_1 (参见图2和图4)。它在收敛柱激波之后向着轴传播,且在

某一时刻与反射的发散柱激波 S_2 相交。 C_1 和 S_2 发生相互作用后(参见图 2 中对应粉尘气体 $t=0.5$, 纯气体 $t=0.4$ 时的曲线), 形成发散向外的穿透激波 S_3 和收敛向内传播的反射波系(纯气体下为反射激波 S_3 ; 粉尘气体下, 反射激波已完全弥散为压缩波 CW), 并产生新的接触间断 C_2 。对于纯气体, 反射激波 S_3 到达柱轴时又反射变为发散激波 S_5 (参见 $t=0.5$ 对应曲线)。由上分析可知, 收敛柱激波在纯气体中和在粉尘气体中传播时所形成的波系结构大体相近。

(2) 尽管如此, 粉尘出现所引起的两相间相互作用, 却明显改变了收敛柱激波的传播特征和波后流场性质。对比各组图(a)、(b)两图, 可以看出, 在相同初始压比条件下, 经过相同时间, 粉尘气体中收敛柱激波 S_1 的强度较纯气体下为弱, 过激波, 气相各参数跳跃比值较小, 激波传播速度相对为低, 通过的距离较短。纯气体下 $t=0.25$ 时, 收敛柱激波已经反射, 而粉尘气体在同样时间, 激波尚未到达柱轴。从波后流场气相参数分布看, 跨过激波 S_1 , 纯气体下, 波后压强、密度立即达到某一极大; 而粉尘气体下, 波后压强、密度将继续上升, 逐渐达到某一极大。波后压强、密度的这种不同分布, 必然改变收敛柱激波的作用效应。它使激波的瞬时冲击效应相对减弱, 却使持续作用的强度相对增大。对照密度、温度分布图 2 和图 4 中的(a)与(b), 还可看出, 纯气体中, 接触间断 C 图象锐利; 而粉尘气体下, 由于两相间相互作用, 接触间断弥散为一定宽度。

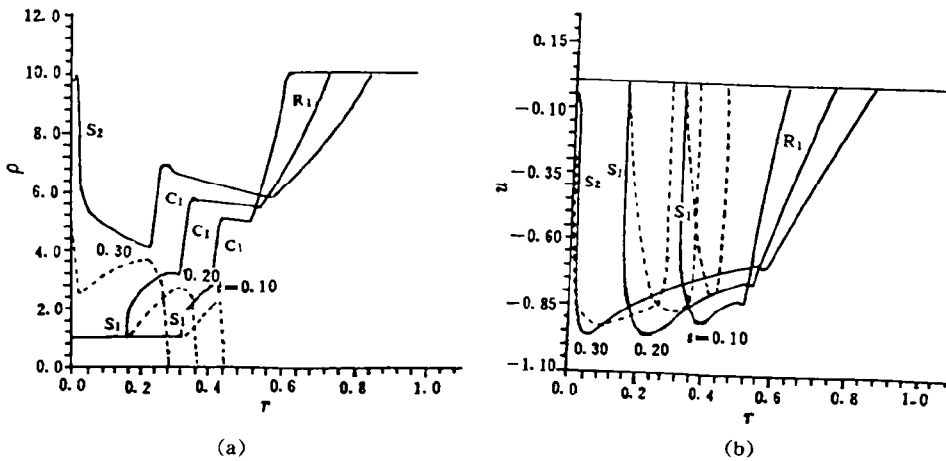


图 5 不同时刻粉尘气体中气固两相密度(a)和速度(b)沿空间分布: 实线为气相, 虚线为固相
 Fig. 5 Density (a) and velocity (b) distributions of gaseous and solid phases at different times; Solid line-gas, Dashed line-particles

图 5 显示了几个不同时刻, 收敛柱激波在粉尘气体中传播时, 波后气相、固相的密度和速度分布比较。由图可见:

(1) 柱膜破后, 立即形成收敛柱激波 S_1 , 所有气相参数通过 S_1 后发生突变, 但固相参数在激波处仍连续改变。激波过后, 原来处于平衡的两相参数出现非平衡的松弛结构。通过两相间相互作用, 流动参数之间差异逐渐减小。但由于柱面积随位置 r 变化而不断改变, 使得在有限空间范围内, 两相性质不能达到完全平衡。

(2) 从密度分布曲线图 5(a) 还可看出, 颗粒密度在气相接触处 C 附近达到极大, C 以

外区域颗粒密度迅速下降至可以忽略不计。固相密度在气相接触间断处达极值的分布特点,对评价粉尘气体中收敛柱激波作用效应也很有实际意义。

5 结 语

收敛柱激波在稀颗粒群粉尘气体中传播与在纯气体中传播,具有大体相近的波系结构。但激波在粉尘气体中诱导的两相松弛结构,使得收敛柱激波的强度相对减弱,其波后流场呈现较纯气体下更为复杂的变化特性。

本文采用全二阶精度的高解数值方法研究该问题,有效捕捉了流场中的各种间断,并自动处理了流场中各种复杂波系间的相互作用。间断解异常锐利,连续解数值结果光滑。

迄今,国内外尚无相关实验资料供比较,本文研究结果有待进一步从实验上验证。

参 考 文 献

- 1 Guderley G. Starke Kugelige und Zylindrische Verdichtungsstöße in Der Nähe Des Kugelmittelpunktes bzw. Der Zylinderachse, Luftfahrtforsch, 1941, 29(9), S. 302~312
- 2 Perry R W, Kantrowitz A. The Production and Stability of Converging Shock Waves. J Appl Phys. 1951, 22:878~886
- 3 Sod G A. A Numerical Study of a Converging Cylindrical Shock. J Fluid Mech, 1977, 83:785~794
- 4 Matsuo H. Cylindrical Converging Shock and Detonation Waves. Phys Fluids, 1983, 26:1755~1762
- 5 Oliver H, Grönig H. The Random Choice Method Applied to Two-dimensional Shock Focusing and Diffraction. J Comp Phys, 1986, 63:85~106
- 6 Yanenko N N. The Method of Fractional Steps. [s. 1]; Springer-Verlag, 1971
- 7 Ben-Artzi M, Falcovitz J. An Upwind Second-order Schem for Compressible Duct Flows. SIAM J Sci Stat Comput, 1986, 7(3):744~768
- 8 Mac Cormack R W: The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering. AIAA Paper 1969, 69-354, Cincinnati, Ohio
- 9 Igra O, Ben-Dor G. Dusty Shock Wave, Appl Mech Rev, 1988, 41(11):379~457
- 10 Gilbert M, Davis L, Altman D. Velocity Lag of Particles in Linearly Accelerated Combustion Gases. Jet Prop. 1955, 25:26~30
- 11 Knudsen J G, Katz D L. Fluid Mechanics and Heat Transfer. McGraw Hill; New York; 1985
- 12 Marconi F, Rudman S, Calia V. Numerical Study of One-dimensional unsteady Particle-laden Flows with Shocks. AIAA J, 1981, 19:1294~1301
- 13 Van Leer B. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme V. J Comp Phys, 1979, 22:101~139

THE PROPAGATION OF CONVERGING CYLINDRICAL SHOCK IN DUSTY GAS

Wu Qingsong

(University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

ABSTRACT In this paper, by using the numerical method with high resolution, the propagation of converging cylindrical shock wave in dusty gas and the properties behind the shock wave have been studied based on two phase flow model of dilute particle suspensions in a gas. Compared with the shock wave in a pure gas, the effects of the presence of solid particles on propagating characteristics of the converging cylindrical shock are discovered.

KEY WORDS converging cylindrical shock, dusty gas, numerical method with high resolution