第14卷 第4期
1994年10月

爆 炸 与 冲 击
EXPLOSION AND SHOCK WAVES

Vol. 14, No. 4
Oct., 1994

膛口流场一维简化非傅里叶传热模型

余永刚 方谋鑫 汪庆永

（南京理工大学 南京 210094）

摘要 针对膛口流场复杂的传热现象提出一个简化的工程计算模型。根据该模型得出：在一定条件下，流场内存在非线性波传热模式，并把运动的膛口焰火球近似看成一个非线性波，所得计算结果与实验数据相符。

关键词 传热 燃烧 膛口焰 膛口流场

1 引 言

膛口射流是一种多维、多相、带燃烧化学反应的非定常流。因其外层及内部伴有多层嵌套的激波系，其流谱与状态参量随时空的变化异常剧烈，同时，燃气和空气中的氧再次作用而发生爆燃现象。对此种瞬态流场，人们在激波系的结构及膛口焰的形成机理方面已做了大量工作[1-8]，但对膛口流场中的传热现象未进行深入探讨，一般仍采用傅里叶导热模型，而傅里叶模型仅适用于距离热源很远或热源加入时间很长的情况。显然，对于瞬变的膛口流场，傅里叶模型是不太适合的，应采用非傅里叶传热模型。关于这一问题的探讨，对进一步认识膛口流场中的传热现象及膛口流场理论的发展均有重要意义。

2 理论模型

膛口流场中由于燃烧和流动的相互耦合，导致场内存在诸多复杂的非线性作用。在适当条件下，非线性因素变得十分明显时，燃气流通过多种耦合作用可组成特殊集团。伴随膛口气流二次燃烧而出现的二次火球就是这种特殊结构的宏观图像。文献[9]报导利用分幅高速摄影相机（拍频：10000幅/秒）拍摄到了 ϕ12.7 mm 机枪膛口焰中火球运动的序列照片。火球沿轴向运动，建立了膛口轴向温度场，我们从工程计算角度提出如下唯象物理、数学模型：

（1）采用一个简化的非傅里叶热流密度来唯象综合地反映膛口流场的传热现象。

众所周知，傅里叶导热定律是在固体导热实验的基础上总结出来的，它适用于两种情况，即热源远离某一区域或热源存在于某一区域很长时间，对于瞬态流场不适用。考虑到非傅里叶热流密度可以表示成 $J=f(\nabla T, \partial T/\partial t)$ 形式，于是，为简化工程计算，我们不妨仅取一非线性项 $(\nabla T)^2$ 作为热流密度[10]，来唯象集总反映这个传热过程。即假设

$$J(x,t) = -\lambda \left|\frac{\partial T}{\partial x}\right| \frac{\partial T}{\partial x} \qquad (\lambda > 0) \tag{1}$$

1994年3月8日收到原稿，1994年5月19日收到修改稿。

其中 λ 为唯象传热系数。

(2)用唯象方法来处理宏观流动效应

为简化理论，把燃气的动能对总能量的贡献折合到内能中去，通过内能的系数唯象地反映出来。在这里，总能量 E 的值和内能 U 的值是相等的。这样，在能量方程中将不出现对流项。

(3)忽略热辐射，并设燃气的热容量是温度的二次函数。采用K氏温标，考虑到热力学第三定律，热容量写成

$$C(T) = c_1T + c_2T^2 \tag{2}$$

上式中的 c_1、c_2 已变成唯象系数，可正可负，其值由具体实验决定。

(4)局域平衡假设成立，即假设温度 T 是时空的解析函数，对空间一点温度存在，对整个膛口流场温度不存在。

根据能量平衡方程的一维形式

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial x} = 0 \tag{3}$$

其中
$$E = U = \int C(T)\mathrm{d}T + U_0 \tag{4}$$

把(1)、(2)、(4)式代入(3)式，整理得温度场方程为

$$(c_1T + c_2T^2)\frac{\partial T}{\partial t} = 2\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\cdot\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{5}$$

为求方程(5)的右行波解，引入两个新变量：

$$T(x,t) = T(\xi), \xi = x - vt \tag{6}$$

其中波速 $v(v>0)$ 为一常数，且假设

$$\begin{cases} \xi \to \pm\infty \\ T(\xi) \to 0, T'(\xi) \to 0 \end{cases} \tag{7}$$

把(6)式代入方程(5)，可得

$$-v(c_1T + c_2T^2)T' = 2\lambda T'T'' \tag{8}$$

式(8)对 ξ 积分一次，并利用式(7)的条件得

$$T'^2 = T^2\left(-\frac{vc_1}{2\lambda} - \frac{vc_2}{3\lambda}T\right) \tag{9}$$

显然，要使(9)式有意义，必须满足下列条件

$$-\frac{vc_1}{2\lambda} - \frac{vc_2}{3\lambda}T \geqslant 0$$

即温度场方程(5)的右行波解应满足条件

$$T \leqslant -3c_1/2c_2$$

并且两个唯象系数 c_1、c_2 必须异号。

因此，方程(9)可变成

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\xi} = \pm T\sqrt{-\frac{vc_1}{2\lambda} - \frac{vc_2}{3\lambda}T} \tag{10}$$

假设 $c_1<0, c_2>0$，积分(10)式，可得

$$-2\sqrt{-\frac{2\lambda}{vc_1}}\mathrm{th}^{-1}\sqrt{1+\frac{2c_2}{3c_1}T}=\pm\xi+b \tag{11}$$

其中 b 为积分常数,方程(11)可写成

$$T=-\frac{3c_1}{2c_2}\mathrm{sech}^2(\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{-vc_1}{2\lambda}}\xi+\tilde{b}) \tag{12}$$

其中 $\tilde{b}=-\sqrt{-vc_1/2\lambda}\ b/2$。

考虑到 $\mathrm{sech}^2(\pm\sqrt{-vc_1/2\lambda}\ \xi/2+\tilde{b})$ 是个偶函数,并将(6)式代入(12)式,得

$$T(x,t)=-\frac{3c_1}{2c_2}\mathrm{sech}^2[\frac{1}{2}\sqrt{-\frac{vc_1}{2\lambda}}(x-vt)+\varphi] \tag{13}$$

根据实验数据[11],假设初始条件为

$$\begin{cases} t=0 \\ T(x)=A\mathrm{sech}^2(\frac{x}{\beta}) \end{cases} \tag{14}$$

把(14)式代入(13)式,可得

$$\begin{cases} \varphi=0 \\ v=-\frac{8\lambda}{\beta^2c_1} \end{cases} \tag{15}$$

再把(15)式代入(13)式,整理得

$$T(x,t)=A\mathrm{sech}^2(\frac{x-vt}{\beta}) \tag{16}$$

式(16)即为膛口轴向一维温度场的场方程(5)的解析解——弧立波。

3 实验验证

我们认为,在一定条件下,膛口马赫盘后的湍流混合区中产生的非线性自组织集团——火球就对应于弧立波,理由如下:

(1)火球是能量集中区,而弧立波也是能量集中区。

(2)火球在气流中运动,而弧立波是行波,当然也在气流中运动。而且求出的弧立波的运动方向也与火球实际运动方向相一致。

表 1　φ12.7 mm 机枪膛口轴向温度分布

Table 1　Axisymmetrical temperature distribution of φ12.7 mm gun muzzle

x/mm	500	500	500	600	600	600	700	600	700	700
t/ms	5.0	4.8	4.5	5.0	4.8	4.4	5.0	4.0	4.8	4.6
ξ/mm	−115	−90	−54	−15	0	59	85	108	110	134
$T_{实}$/K	1980	2020	2148	2200	2140	2060	2020	2000	1980	1900
$T_{理}$/K	1957	2042	2137	2186	2188	2126	2059	1983	1977	1881

因此,我们把火球近似看成一个弧立波。下面的 φ12.7mm 机枪膛口轴向温度场的实验数据来检验弧立波模型的正确性。

取一组 φ12.7mm 机枪膛口二次火球存在时的轴向温度场的匹配数据[11]拟合出公式(16)中的三个参数，即：$A=2190$ K，$v=123$ mm/ms，$\beta=340$ mm 于是，φ12.7mm 机枪膛口轴向温度场在一定时空内的分布关系为

$$T(x,t) = 2190\mathrm{sech}^2\left(\frac{x-123t}{340}\right) \tag{17}$$

利用(17)式算出的理论值与测量值[11]列于表1，两者的百分误差均小于3%。

4 结束语

我们针对膛口流场的传热现象提出一个简化唯象模型。利用该模型的计算结果和 φ12.7mm 机枪膛口轴向温度场的实测数据相吻合。但是，该模型较粗糙，只能用于工程计算，并不能精确反映膛口流场传热的物理过程。关于这个问题有待进一步深入探讨。

参考文献

1. Klingenberg G, Mach H. Investigation of Combustion Phenomena Associated with the Flow of Hot Propellant Gases. Combustion and Flame, 1976, 27: 163
2. 李鸿志，高树兹. 带膛口装置的膛口冲击波形成机理. 南京理工大学学报，1979，(2)：6
3. May I, Einstein S. Prediction of Gun Muzzle Flash. ADA083888, 1980
4. Schmidt E M. Secondary Combustion in Gun Exhaust Flows. ADA107312, 1981
5. Taylor T, Lin T. A Numerical Model for Muzzl Blast Flow Fields. AIAA, 1981, 19: 346
6. Erdos J, Ray R, Joseph S. Model for Analysis of Secondary Combustion in Gun Exhaust Plumes. ADA1781752, 1987
7. 许厚谦. 炮口二次燃烧的正激波点火模型. 爆炸与冲击，1990，10(1)：63
8. Klingenberg G, Hermeral J M. Gun Muzzle Blast and Flash. Process in Astronautics and Aeronautics, AIAA, 1992, 139: 10
9. 许厚谦. 膛口二次燃烧点燃的机理研究及数学模拟：[博士论文]. 南京：南京理工大学，1987
10. 余永刚，一维瞬态温度场的近代热力学研究：[硕士论文]. 南京：南京理工大学，1991
11. 李鸿志，等：膛口气流温度测量，南京理工大学，1988

AN ONE-DIMENSIONAL SIMPLIFIED NON-FOURIER TRANSFER HEAT MODEL IN MUZZLE FLOW FIELD

Yu Yonggang, Fang Mouxin, Wang Qingyong

(*Nanjing University of science and Technology, Nanjing* 210094)

ABSTRACT A simplified engineering calculation model of complex heat transfer in muzzle flow field is proposed in the paper. Based on this model, it is found that there exists a non-linear heat transfer wave in the flow field under suitable conditions. The fire ball in moving muzzle flash is regarded approximately as a non-linear wave. The calculated results are in good agreement with the experimental data.

KEY WORDS heat transfer, combustion, muzzle flash, muzzle flow field