

ARALL 层板撞击应力波传播特性的研究

孙雪坤 张继栋

(哈尔滨工业大学 哈尔滨 150001)

摘要 对于 ARALL 层板受硬物撞击所激发的应力波的传播问题,以粘弹性表征阻尼,采用一阶剪切理论在柱坐标系统中建立动力学方程组,寻求柱面波的解答,求得沿不同方向传播的应力波的相速度谱及衰减谱。采用动态实时实验技术,进行了大尺寸 ARALL 层板撞击应力波的实验研究。对比结果表明,不同方向弥散特性的理论预测与实测符合良好,衰减谱的测定离散性较大,其预测方法有待于进一步验证。

关键词 复合材料 撞击 应力波 弥散 衰减

中国分类号 O 347.44

1 引言

金属/非金属层间混杂复合材料层板 ARALL,作为80年代新出现的一种新型复合材料,具有优异的性能,目前已成功地应用于飞机蒙皮^[1]。它在航空航天飞行器结构中的应用正在扩大。飞行器结构在其运行过程中,常会受到石块、冰雹等外来硬物的撞击从而引起损伤使结构的强度下降。损伤的产生与层板受撞击后应力波的传播特性密切相关,所以 ARALL 层板撞击应力波的传播特性研究是一个有实际意义的问题。

ARALL 属于纤维增强复合材料层板。在层板应力波的理论分析方面,F. C. Moon 将层数很多的角铺设层板视为特殊正交各向异性单层板,用一阶剪切理论建立运动方程,寻求平面波解答,求得波速沿不同方向的变化规律^[2],还用 Laplace 变换方法得到弥散关系^[3]。R. A. Kline 等^[4]就横观各向同性单层板,对弹性理论运动方程,寻求面内任意方向传播的平面波波动解,求得弥散关系。D. Noiret^[5]针对各向异性单层板,运用 Lamb 波概念求解,得到弥散关系,并有实验验证。对于对称特殊正交铺设的层合板,T. S. Chow^[6]从一阶剪切理论出发,对沿 x 及 y 方向传播的平面弯曲简谐波,求得弥散关系。M. Yamada^[7]从弹性理论出发,运用 Floquet 定理求解平面波问题,得到弥散关系。M. Viedt 等^[8]针对平面波传播问题,从弹性理论出发,用渐近法求解,得到特定方向的弥散关系,然后从实测资料出发,由此关系反求层板的各种刚度系数,并与静态刚度系数作比较。不过,已有一些实验结果表明,纤维复合材料的动态模量与静态模量是不同的^[9]。

在层板应力波问题的实验研究方面,Y. Sato^[10]五十年代在地震学研究中所创立的依据强震观测记录通过 Fourier 变换求相速度谱的方法,成为复合材料中应力波实时实验数据处理的基础。FFT 出现以后,这种方法又有发展及更广泛的应用。C. H. Yew^[11,12]用这种

1993年10月13日收到原稿,1994年3月23日收到修改稿。

方法测定梁与杆中的应力波的弥散及衰减特性,在方法上有所发展。N. Takeda 等^[13]做过复合材料层板中心撞击的应力波实验,他通过在每一测点在板的正、反面各贴应变片的方法,发现大幅值、长周期的是弯曲波。Y. Sogabe^[14]借助 FFT,用应力波方法测定了线性粘弹性材料的拉压复模量。

纤维复合材料层板受硬物一点撞击所激发的应力波是柱面波而不是平面波。工程结构中应用的长纤维复合材料层板中的每一层都是直线各向异性的,这就给柱面波的分析带来很大困难,难怪纤维复合材料层板中柱面波的研究至今未见报道。考虑阻尼后应力波衰减特性的分析及多层板应力波分析的实验验证,亦未见报导。层板应力波实验的工作非常少,而且试件的尺寸偏小。

我们从有效刚度理论出发,针对柱面波传播的问题,采用一阶剪切理论,在柱坐标系内建立层板动力学方程组。用粘弹性表征材料阻尼,借助于粘弹性动力学的相应原理在频域中求波动解,得到层板柱面弯曲波的相速度谱及衰减谱。同时用平面尺寸为 1000 mm × 1000 mm 的大尺寸层板进行撞击应力波实验研究。在此基础上给出预测弥散特性及衰减特性的方法。

2 理论分析

2.1 弹性各向异性层板在柱坐标系中动力学方程组

假定层板的每一层坯为各向异性弹性材料。取层板的中面为 (r, θ) 平面建立柱坐标系,采用一阶剪切理论的位移场假定

$$\left. \begin{array}{l} U_r(r, \theta, z, t) = U(r, \theta, t) + z\Psi_r(r, \theta, t) \\ U_\theta(r, \theta, z, t) = V(r, \theta, t) + z\Psi_\theta(r, \theta, t) \\ U_z(r, \theta, t) = W(r, \theta, t) \end{array} \right\} \quad (1)$$

其中: U_r, U_θ, U_z 为沿坐标方向层内任一点的位移; U, V 为中面上任一点沿 r, θ 方向的位移; W 为横向位移; Ψ_r, Ψ_θ 为中面法线的转角。

材料的本构关系采用只有一个弹性对称面($z=z_0$ 平面)的各向异性本构方程^[15],材料的刚度系数采用折算刚度系数^[16],代入内力表达式:

$$[N_r, N_\theta, N_{r\theta}, Q_{rz}, Q_{\theta z}, M_r, M_\theta, M_{r\theta}] = \int_{-h/2}^{h/2} [\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}, \tau_{rz}, \tau_{\theta z}, \sigma_r z, \sigma_\theta z, \tau_{r\theta} z] dz \quad (2)$$

得到板的用位移表示的内力公式

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_r \\ M_\theta \\ M_{r\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_r \\ \Psi_{r,r} \\ \Psi_{r,\theta} \\ \Psi_\theta \\ \Psi_{\theta,r} \\ \Psi_{\theta,\theta} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Q_{rz} \\ Q_{\theta z} \end{bmatrix} &= k_0 \begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} \\ b_{12} & b_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_r + \frac{1}{r} W_{1\theta} \\ \Psi_\theta + W_{1r} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $\Psi_{r,r} = \partial\Psi_r / \partial r$; 其它类同; k_0 为剪切修正系数。而(3)式中的系数为:

$$a_1 = D_{12}/r, a_2 = D_{11}, a_3 = D_{16}/r, a_4 = -D_{16}/r, a_5 = D_{16}, a_6 = D_{12}/r。$$

$$b_1 = D_{22}/r, b_2 = D_{12}, b_3 = D_{26}/r, b_4 = -D_{26}/r, b_5 = D_{26}, b_6 = D_{22}/r。$$

$$c_1 = D_{26}/r, c_2 = D_{16}, c_3 = D_{66}/r, c_4 = -D_{66}/r, c_5 = D_{66}, c_6 = D_{26}/r。$$

$$a_{12} = A_{45}, a_{13} = A_{55}, b_{12} = A_{44}, b_{13} = A_{45}。$$

其中: $(A_{ij}, D_{ij}) = \int_{-k/2}^{k/2} (1, z^2, Q_{ij}^0) dz$; Q_{ij}^0 为复合材料折算刚度系数。

由 Hamilton 原理, 经过分部积分导得层板的动力学方程组:

$$\left. \begin{aligned} M_{rr,r} + M_{r\theta,\theta}/r - M_\theta/r - Q_{rz} &= I\ddot{\Psi}_r \\ M_{r\theta,r} + M_{\theta\theta}/r + M_{\theta,\theta}/r - Q_{r\theta} &= I\ddot{\Psi}_\theta \\ Q_{rz,r} + Q_{\theta z,\theta}/r &= \rho_0 \ddot{W} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中: $[\rho_0, I] = \int_{-k/2}^{k/2} [\rho, \rho z^2] dz$, 而 ρ 为一点处的材料密度; $\ddot{\Psi}_r = \frac{\partial \Psi_r}{\partial t^2}$, $\ddot{\Psi}_\theta$, \ddot{W} 具有相同解释。

由于层板为对称铺设, 面内运动与横向运动的方程组解耦, 故我们只考察横向运动部分。将(3)式代入(4)式得到用位移表示的层板运动方程

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_r \\ \Psi_\theta \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I\ddot{\Psi}_r \\ I\ddot{\Psi}_\theta \\ \rho_0 \ddot{W} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中:

$$L_{11} = x_1 + x_2(r),_r + x_3(r),_{rr} + x_{2\theta}(r),_\theta + x_{3\theta}(r),_{r\theta} + m_1(r),_{r\theta}$$

$$L_{12} = x_4 + x_5(r),_r + x_6(r),_{rr} + x_{5\theta}(r),_\theta + x_{6\theta}(r),_{r\theta} + m_2(r),_{r\theta}$$

$$L_{13} = x_7(r),_r + x_{7\theta}(r),_\theta$$

$$L_{21} = y_1 + y_2(r),_r + y_3(r),_{rr} + y_{2\theta}(r),_\theta + y_{3\theta}(r),_{r\theta} + m_3(r),_{r\theta}$$

$$L_{22} = y_4 + y_5(r),_r + y_6(r),_{rr} + y_{5\theta}(r),_\theta + y_{6\theta}(r),_{r\theta} + m_4(r),_{r\theta}$$

$$L_{23} = y_7(r),_r + y_{7\theta}(r),_\theta$$

$$L_{31} = z_1 + z_2(r),_r + z_{2\theta}(r),_\theta$$

$$L_{32} = z_3 + z_4(r),_r + z_{4\theta}(r),_\theta$$

$$L_{33} = z_5 + z_6(r),_r + z_7(r),_{rr} + z_{7\theta}(r),_{r\theta} + m_5(r),_{r\theta}$$

$$x_1 = c_{1,\theta}/r - b_1/r - a_{13}, x_2 = a_1 + c_{2,\theta}/r - b_2/r, x_3 = a_2,$$

$$x_4 = c_{4,\theta}/r - b_4/r - a_{12}, x_5 = a_4 + c_{5,\theta}/r - b_5/r, x_6 = a_5, x_7 = -a_{13};$$

$$x_{2\theta} = c_1/r - b_3/r, x_{3\theta} = c_3/r, x_{5\theta} = c_4/r - b_6/r, x_{6\theta} = c_6/r, x_{7\theta} = -a_{12}/r;$$

$$m_1 = a_3 + c_2/r, m_2 = a_6 + c_5/r;$$

$$y_1 = c_1/r + b_{1,\theta}/r - b_{13}; y_2 = c_1 + c_2/r + b_{2,\theta}/r, y_3 = c_2;$$

$$y_4 = c_4/r + b_{4,\theta}/r - b_{12}, y_5 = c_4 + c_5/r + b_{5,\theta}/r, y_6 = c_5, y_7 = -b_{13};$$

$$y_{2\theta} = c_3/r + b_1/r, y_{3\theta} = b_3/r, y_{5\theta} = c_6/r + b_4/r, y_{6\theta} = b_6/r, y_{7\theta} = -b_{12}/r;$$

$$m_3 = c_3 + b_2/r, m_4 = c_6 + b_5/r;$$

$$z_1 = b_{13,\theta}, z_2 = a_{13}, z_3 = b_{12,\theta}, z_4 = a_{12}, z_5 = 0, z_6 = b_{13,\theta}, z_7 = a_{13};$$

$$z_{2\theta} = b_{13}/r, z_{4\theta} = b_{12}/r, z_{7\theta} = b_{12}/r^2, m_5 = a_{12}/r + b_{13}/r.$$

系数 a_i, b_i, c_i 见公式(3)中的表达式。

2.2 粘弹性层板的波动解

依据粘弹性动力学的相应原理^[17]:一个粘弹性动力学问题的解答,可以由弹性体的相应问题的解答出发,对其作单侧 Fourier 变换,再以相应的粘弹性复模量代替其中的弹性常数,最后作反演变换得到。为了分析粘弹性层板中应力波的弥散特性及衰减特性,本文借助上述相应原理在频域中求波动解,对动力学方程组(5)作单侧 Fourier 变换,并用相应的复模量代替相应的弹性常数得到

$$\begin{bmatrix} \bar{L}_{11} & \bar{L}_{12} & \bar{L}_{13} \\ \bar{L}_{21} & \bar{L}_{22} & \bar{L}_{23} \\ \bar{L}_{31} & \bar{L}_{32} & \bar{L}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\Psi}_r \\ \bar{\Psi}_\theta \\ \bar{W} \end{bmatrix} = -\omega^2 \begin{bmatrix} I \bar{\Psi}_r \\ I \bar{\Psi}_\theta \\ \rho_0 \bar{W} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中: ω 为角频率,有“—”表示相应变量在频域中的值,由单侧 Fourier 变换得到。

设柱面波波动解形式为

$$\bar{\Psi}_r = Ae^{-kr}, \bar{\Psi}_\theta = Be^{-kr}, \bar{W} = Ce^{-kr} \quad (7)$$

代入公式(6)得到

$$\begin{bmatrix} x_1 - x_2K + x_3K^2 & x_4 - x_5K + x_6K^2 & -x_7K \\ y_1 - y_2K + y_3K^2 & y_4 - y_5K + y_6K^2 & -y_7K \\ z_1 - z_2K & z_3 - z_4K & z_5 - z_6K + z_7K^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

其中在原有的 x_i, y_i, z_i 系数的基础上, x_1 增加 $I\omega^2$, y_4 增加 $I\omega^2$, z_5 变为 $\rho_0\omega^2$, 其它系数不变。

关于 A, B, C 的齐次线方程组(8)的系数行列式为零,得到特征方程

$$P_1K^6 + P_2K^5 + P_3K^4 + P_4K^3 + P_5K^2 + P_6K + P_7 = 0 \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned} P_1 &= z_7x_3y_6 - z_7y_3x_6 \\ P_2 &= z_6x_6y_3 + z_7(y_3x_5 + y_2x_6) - z_6x_3y_6 - z_7(x_3y_5 + x_2y_6) \\ P_3 &= z_5x_3y_6 + z_6(x_3y_5 + x_2y_6) + z_7(x_3y_4 + x_2y_5 + x_1y_6) - z_5y_3x_6 - z_6(y_3x_5 + y_2x_6) \\ &\quad - z_7(y_3x_4 + y_2x_5 + y_1x_6) + y_7z_2x_6 + x_7z_4y_3 - x_7z_2y_6 - y_7z_4x_3 \\ P_4 &= z_5(y_3x_5 + y_2x_6) + z_6(y_3x_4 + y_2x_5 + y_1x_6) + z_7(y_2x_4 + y_1x_5) - z_5(x_3y_5 + x_2y_6) \\ &\quad - z_6(x_3y_4 + x_2y_5 + x_1y_6) - z_7(x_2y_4 + x_1y_5) + x_7(z_2y_5 + z_1y_6) + y_7(z_4x_2 + z_3x_3) \\ &\quad - x_7(z_4y_2 + z_3y_3) - y_7(z_2x_5 + z_1x_6) \\ P_5 &= z_5(x_3y_4 + x_2y_5 + x_1y_6) + z_6(x_2y_4 + x_1y_5) + z_7x_1y_4 - z_5(y_3x_4 + y_2x_5 + y_1x_6) \\ &\quad - z_6(y_2x_4 + y_1x_5) - z_7y_1x_4 + y_7(z_2x_4 + z_1x_5) + x_7(z_4y_1 + z_3y_2) \\ &\quad - x_7(z_2y_4 + z_1y_5) - y_7(z_4x_1 + z_3x_2) \\ P_6 &= z_5(y_2x_4 + y_1x_5) + z_6y_1x_4 - z_5(x_2y_4 + x_1y_5) - z_6x_1y_4 + x_7z_1y_4 + y_7z_3x_1 \\ &\quad - y_7z_1x_4 - x_7z_3y_1 \\ P_7 &= z_5x_1y_4 - z_5y_1x_4 \end{aligned}$$

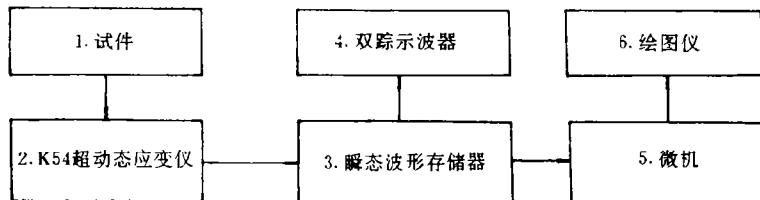
这里的 x_i, y_i, z_i 是代入相应的复模量后计算出的。

用牛顿-下山法解复系数代数方程(9),得到它的复根 $K(\omega, \theta) = \alpha(\omega, \theta) + i\beta(\omega, \theta)$,于是得到 $c(\omega, \theta) = \omega/f(\omega, \theta)$ 和 $\alpha(\omega, \theta)$,它们分别为沿 θ 角方向传播的角频率为 ω 的相速度及衰减系数。

3 实验研究

3.1 实验设备及试件

图 1 为实验设备及布置。信号经动态应变仪放大, 波形存贮器进行采集, 存贮, 同时示波器瞬态跟踪, 最后经计算机处理得到我们所需要的实验分析结果。



1. Sample; 2. Super-dynamic strainometer; 3. Transient recorder; 4. Oscilloscope; 5. Computer; 6. Plotting device

图 1 实验设备及布置

Fig. 1 Experimental device and arrangement

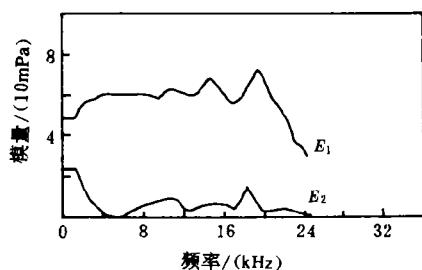


图 2 G/E 材料沿 0° 纤维方向拉压复模量
($E = E_1 + i E_2$)

Fig. 2 Complex module of G/E along 0° fiber direction 模量, 特制一杆状试件, 尺寸为 11 mm × 11 mm × 200 mm, 用纵波方法分析测量, 所测拉

压复模量的结果见图 2。G/E 材料属于线性粘弹性材料。

3.2 实验结果与理论计算结果的比较

图 3 为 GLALL 层板沿 0°、45°、90° 三个方向应力波传播的相速度谱, 由此可见, 理论与实验符合很好。图 4 为 GLALL 层板沿 0° 方向应力波传播的衰减谱, 此数值已去掉几何扩散引起的衰减(在实验数据处理中已经去掉), 仅考虑阻尼引起的衰减。由于玻璃/环氧和铝合金均属于低阻尼材料, 因此衰减测定尚难达到较高的精度。需要指出的是, 实验中沿一个方向进行多点测量, 并用最小二乘法处理实验数据。

值得说明的是, 我们这里所讨论的弥散包括弯曲波本身是弥散的和粘弹性材料引起的弥散。弯曲波产生的弥散体现在控制方程(6)中, 即使没有粘性阻尼, 由控制方程(6)解出的波动解也会产生弥散。粘性阻尼引起的弥散则反映在复模量的代入上。我们这里进

试件有 $1000 \text{ mm} \times 1000 \text{ mm} \times 1.7 \text{ mm}$ 的 GLALL 层板, 二层玻璃纤维沿相同方向的 G/E 材料层, 三层铝, 每层厚 0.4 mm, 这块层板为 3/2 式。实验时, 将 GLALL 层板用柔绳悬吊, 用直径为 10 mm 的钢球沿垂直于板面方向进行撞击, 撞击速度约为 2 m/s, 沿与纤维方向分别成 0°、45°、90° 三条测线方向贴片, 每条测线上布置三片, 片距为 100 mm, 撞击点距第一个测点 150 mm。

为了测量玻璃/环氧复合材料的拉压复

行的理论分析和实验分析所得到的弥散,同时考虑了上述二种弥散。

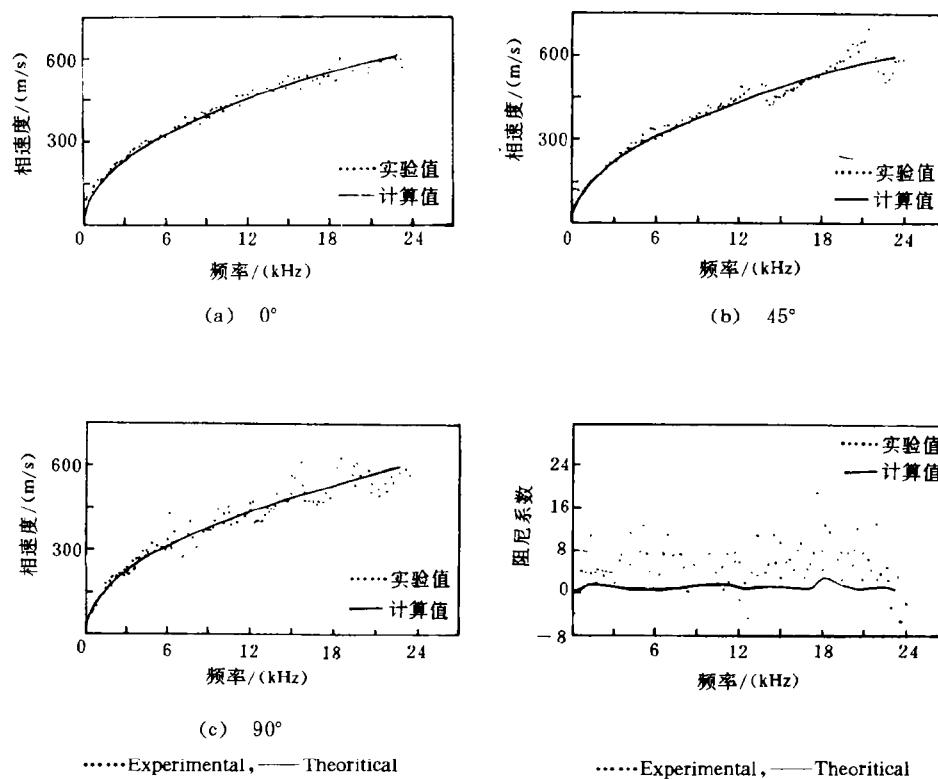


图 3 GLALL 层板沿 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 纤维方向相速度谱

Fig. 3 Phase velocity spectrum of GLALL laminate along $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ fibre direction

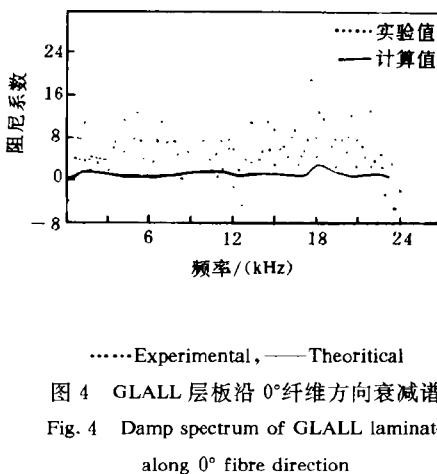


图 4 GLALL 层板沿 0° 纤维方向衰减谱

Fig. 4 Damp spectrum of GLALL laminate along 0° fibre direction

4 结 论

通过上述研究我们得知:

- 1 ARALL 层板受重物一点撞击所激发的是柱面波而不是平面波,用柱面波的近似理论来解决柱面波问题是正确的。
- 2 考虑粘弹性材料的特点,在频域中用相应原理、一阶剪切理论、波动解形式为 $\Psi = Ae^{-kr}$,会得到较为满意的计算结果。
- 3 大尺寸层板的实验分析对柱面波的研究必不可少,这套实验设备有很大的实用价值。

参 考 文 献

- 1 Bucci R J. et al. ARALL™ Laminates: Properties and Design Update, 33rd Int. SAMPE Symposium. 1988.

- 1037~1049.
- 2 Moon F C. Wave Surface Due to Impact on Anisotropic Plate. *J Comp Matl*, 1972, 6(1): 62~79
 - 3 Moon F C. One Dimensional Transient Wave in Anisotropic Plates. *J Appl Mech*, 1973, 40(2) : 485~490
 - 4 Kline R A, et al. Plate Wave Propagation in Transversely Isotropic Materials. *J Comp Matl*, 1989, 23(5): 505~533
 - 5 Noiret D, et al. Calculation of Wave Propagation in Composite Materials Using the LAMB Wave Concept. *J Comp Matl*, 1989, 23(1): 195~206
 - 6 Chow T S. On the Propagation of Flexural Waves in An Orthotropic Laminated Plate and Its Response to an Impulsive Load . *J Comp Matl*, 1971, 5(3): 306~319
 - 7 Yamada M, et al. Harmonic Waves with Arbitrary Propagation Direction in Layered Orthotropic Elastic Composites. *J Comp Matl*, 1981, 15(6), 531~542
 - 8 Veidt M, et al. Experimental Evaluation of Global Composite Laminate Stiffnesses by Structural Wave Propagation. *J Comp Matl*, 1990, 24(7): 688~706
 - 9 Jidong Zhang. Measurement of Dynamic Moduli and Damping of Carbon/Epoxy Proc. LSCMS, 1986. 1010 ~1015
 - 10 Sato Y, Analysis of Dispersed Surface Waves by Means of Fourier Transform. *Bull of Earth Res Inst*, 1955, 33: 33~47
 - 11 Yew C H, et al. Experimental Study of Dispersive Waves in Beam and Rod Using FFT. *J Appl Mech*, 1978, 45 (4): 940~942
 - 12 Yew C H, et al. Study of Linear Wave Motions Using FFT and its Potential Application to Non-destructive Testing. *Int J Engng Sci*, 1980, 18(8): 1027~1036
 - 13 Takeda N, et al. Wave Propagation Experiments on Ballistically Impacted Composite Laminates. *J Comp Matl*, 1981, 15(2): 157~174
 - 14 Sogabe Y, et al. Identification of Dynamic Properties of Linear Viscoelastic Materials by the Wave Propagation Testing. *Bull of JSME*, 1986, 29(254): 2410~2417
 - 15 Lekhnitski S G. Theory of Elasticity of Anisotropic Elastic Body. San Francisco: Holden-Day 1963.
 - 16 Whitney J M. Shear Deformation in Heterogeneous Anisotropic Plates. *J Appl Mech*, 1970, 4(2): 1031~1035
 - 17 Bland D R. The Theory of Linear Viscoelasticity. Pergamon Press, 1960

STUDIES ON THE STRESS WAVE PROPAGATION IN ARALL LAMINATE UNDER AN IMPACTED LOADING

Sun Xuequn , Zhang Jidong

(Harbin Institute of Technology, Harbin, 150001, China)

ABSTRACT The problem of stress wave propagation in ARALL laminate which was impacted by a hard object is studied in this paper. We use the viscoelasticity model to characterize the damp and adopted Mindlin's one-order shear theory to construct the dynamic system of equations in the cylindrical coordinate system. The solution of the spreading cylindrical wave is found and the velocity as well as attenuation spectrums of the stress wave in different directions are obtained. Meanwhile, dynamic real experimental technique was used and experimental study of the stress wave was carried out with ARALL laminate samples of large scale. The comparision of the results reveals that theoretical results of dispersion characteristics are in good agreement with the experimental in different directions, but the attenuation characteristics are not. The method will be verified further.

KEY WORDS composite materials, impact, stress wave, dispersion, Attenuation