

# 延性材料的动态崩落研究\*

陈增涛 王 锋

(哈尔滨工业大学航天工程与力学系 哈尔滨 150001)

**摘要** 采用 Grady 发展的一种动态崩落的一般描述方法,考虑了 Hertzberg 对崩落过程的塑性修正,借助于不同的基体材料的等效应力假定,给出了考虑粘性(应变率)效应的强冲击载荷下延性材料的动态崩落尺寸与孔隙度的定量关系。这对动态断裂的细观描述提供了一个新的途径。

**关键词** 延性材料 崩落 微孔 细观力学

**中图分类号** O347.3 O346.13

## 1 引 言

金属材料的延性断裂是当今细观力学研究的热点。对高加载率下材料延性破坏的细观描述具有重要的理论和实际意义。由于细观力学中各个状态内变量大都较难直接测量,如孔隙度等。实验中大量采用宏观连续介质力学中的手段和方法,所得测量参数大都是宏观量,如碎片直径,断口形貌,强度、延伸率等。由此可见,在宏观与细观参量之间有必要建立起某种相互联系,这样才能有效地利用实验数据进行细观结构设计和细观理论研究。

强冲击加载下的一个特征结果就是材料破碎分离成几部分。这包括冲击加载下延性断裂中的材料崩落过程或在塑性冲击波下的变形中由剪切带失稳引起的崩落过程。Grady<sup>[1,2]</sup>发展了一种描述动态崩落的一般方法。在他的方法中,引入了崩落过程中新产生的材料表面或界面的表面能。假定表面能与局部惯性能或动能平衡来控制崩落过程,即局部动能全部转化为新生表面的表面能。Hertzberg<sup>[3]</sup>认为在破碎过程中必然伴有局部塑性变形;他通过引入有效微裂纹长度计入这部分能量损耗。对崩落的细观理解可解释为延性材料中的微孔形核、微孔生长和微孔连接过程。由于对不同的基体材料,微孔的演化方式不同,而这直接影响材料中新的自由表面的形成,从而探讨不同基体材料的崩落过程的特点就有其积极的意义。

本文作者讨论了不同延性基体含微孔材料的崩落机制,对崩落的碎片尺寸给出了理论预报结果。

## 2 一般理论

延性孔隙材料崩落过程中,伴随着大量的微孔形核和微孔长大,局部能量密度可写

\* 国家自然科学基金资助项目。

1993年5月11日收到原稿,1994年4月14日收到修改稿。

成<sup>[1]</sup>

$$E(A) = \frac{3\dot{\rho}^2}{10\rho A^2} + \gamma A \quad (1)$$

式中: 右端首项表示局部动能密度; 其中  $\rho$  为材料的质量密度;  $\dot{\rho}$  为密度率;  $A$  为碎片表面积与体积之比。第二项描述碎片表面能密度, 其中  $\gamma$  代表表面能(面积密度), 它是温度的函数。

假定破碎过程中对断裂面而言, 断裂力趋于最小, 因而在极限状态下, 有

$$\frac{dE}{dA} = 0 \quad (2)$$

由(1)、(2)式得到

$$A = \left(\frac{3\dot{\rho}^2}{5\rho\gamma}\right)^{1/3} \quad (3)$$

Meyers M A 等人<sup>[14]</sup>指出, Grady 的能量描述由于未考虑局部的塑性变形所消耗的崩落能量, 因而不尽合理。为此, Hertzberg<sup>[3]</sup>考虑了这个问题, 他利用破碎过程中微孔连接所形成的局部裂纹端区的塑性区修正, 考虑了破碎的塑性功。此时(3)式修正为<sup>[3, 4]</sup>

$$A = \left(\frac{3\dot{\rho}^2}{10\rho\gamma}\right)^{1/3} \quad (4)$$

假定崩落碎片为等直径球体, 由

$$A = S/V = \pi d^2/6 \quad (5)$$

得到

$$d = 6/A \quad (6)$$

考虑延性断裂中, 材料密度可写成

$$\rho = \rho_s(1 - \xi) \quad (7)$$

其中:  $\rho_s$  为无损伤时材料的密度;  $\xi$  为微孔体积份数或称为孔隙度。

对(7)式求时间微商, 有

$$\dot{\rho} = -\rho_s \dot{\xi} \quad (8)$$

由(4)、(6)、(8)式得到

$$d = 6\{3\rho_s \dot{\xi}^2/[10(1 - \xi)\gamma]\}^{-1/3} \quad (9)$$

在稳态波冲击过程中, 已知量为总的耗散能密度  $E_t$ , 通常可通过计算 Rayleigh 线与 Hugoniot 曲线之间的面积得到<sup>[5]</sup>。

如 Grady 那样, 假定  $\gamma = E_t/d$ , 则由(9)式得到

$$d = 12\left[\frac{5(1 - \xi)E_t}{\rho_s \dot{\xi}^2}\right]^{1/2} \quad (10)$$

由(10)式可见, 只要确定了孔隙度  $\xi$  的演化规律, 即可由此式给出崩落碎块的平均直径。

### 3 不同基体材料的动态崩落的理论描述

材料延性动力学中的一个特征就是粘性效应, 以下我们针对不同的几种常见粘塑性基体材料, 考虑强动载下材料的崩落过程。

在此之前, 先回到 Carroll 和 Holt<sup>[6]</sup>的出发点, 考察一个内半径为  $a$ (初值  $a_0$ ), 外半径为

$b$ (初值  $b_0$ )的空心球模型。空心球外表面作用均布法向静水应力  $\sigma$ 。若材料内部孔隙度为  $\xi$ , 则由空心球模型

$$\dot{\xi} = a^3/b^3 \quad (11)$$

空心球长大时应满足平衡方程

$$\partial\sigma_r/\partial r + 2(\sigma_r - \sigma_\theta)/r = \rho d^2r/dt^2 \quad (12)$$

其中:  $\sigma_r$  为径向应力;  $\sigma_\theta$  为周向应力;  $\rho$  为材料密度;  $r$  为以球心为原点的球坐标,  $a \leq r \leq b$ ;  $t$  为时间参量。积分(12)式, 经整理, 孔洞长大的即时描述可写成<sup>[5,6]</sup>

$$\sigma + 2 \int_1^{b/a} \frac{dR}{R} = \frac{\rho a_0^2}{3\xi_0^{2/3}} (1 - \xi_0)^{2/3} Q(\xi, \dot{\xi}, \xi) \quad (13)$$

式中  $\xi_0$  为孔洞生长的孔隙度阈值。

$$Q(\xi, \dot{\xi}, \xi) = (1 - \xi)^{-5/3} (\xi^{-1/3} - 1) \dot{\xi} - (1 - \xi)^{-8/3} \left( \frac{11}{6} - 2\xi^{-1/3} + \frac{1}{6}\xi^{-4/3} \right) \dot{\xi}^2 \quad (14)$$

$$\Delta = \sigma_r - \sigma_\theta, \quad (15)$$

$$R = r/a \quad (16)$$

从文献[7]知, 弹塑性变形阶段非常短暂, 不妨假定从变形一开始空心球即处于完全塑性流动阶段, 因而有

$$\Delta = -\sigma_e \quad (17)$$

式中  $\sigma_e$  为基体材料屈服应力。以下针对不同的基体屈服函数, 给出孔洞的生长方程, 结合第2节的工作, 最终对动态崩落过程进行描述。

### 3.1 应变率强化基体材料

考虑屈服应力

$$\sigma_e = \sigma_0(1 + B\dot{\varepsilon}^m) \quad (18)$$

式中  $\dot{\varepsilon}$  为塑性应变率, 定义为

$$\dot{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}} \quad (19)$$

球对称塑性应变率可写成<sup>[8]</sup>

$$\dot{\varepsilon} = \frac{2\dot{\xi}}{2\xi(1 - \xi)} \cdot \frac{a^3}{r^3} \quad (20)$$

由(13)、(17)、(18)、(20)式得到静水应力  $\sigma$  作用下的动态孔洞长大方程

$$\sigma + \frac{2\sigma_0 \ln \xi}{3} - \left( \frac{2}{3} \right)^{m+1} \frac{B\sigma_0}{m} [\xi(1 - \xi)]^{-m} (1 - \xi^m) \dot{\xi}^m = \frac{\rho a_0^2}{3\xi_0^{2/3}} (1 - \xi_0)^{2/3} Q(\xi, \dot{\xi}, \xi) \quad (21)$$

对准静态过程<sup>[7]</sup>, (21)式进一步简化为

$$\dot{\xi} = \frac{3}{2} \xi (1 - \xi) \left[ \frac{\frac{3}{2}m(\sigma + \frac{2}{3}\sigma_0 \ln \xi)}{B\sigma_0(1 - \xi^m)} \right]^{1/m} \quad (22)$$

将(22)式代入(10)式可得应变率强化基体材料的动态崩落碎片直径和孔洞的体积份数之间的关系为

$$d = 8\sqrt{10} \left[ \frac{\frac{3}{2}m(\sigma + \frac{2}{3}\sigma_0 \ln \xi)}{B\sigma_0(1 - \xi^m)} \right]^{-1/m} \xi^{-1} \sqrt{\frac{E_t}{\rho_s(1 - \xi)}} \quad (23)$$

### 3.2 应变与应变速率相关强化基体材料

对这类材料,屈服应力可写成

$$\sigma_e = \sigma_0(1 + H\varepsilon)(1 + B\dot{\varepsilon}^m) \quad (24)$$

或  $\sigma_e = \sigma_0(1 + H\varepsilon)[1 + \beta \ln(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0)] \quad (25)$

仿照前面的作法,可以得到对应于以上两式的动态孔洞长大方程

$$\begin{aligned} \sigma + \frac{2\sigma_0}{3}\ln\xi - \frac{4\sigma_0}{9}HF_1(\xi) - \frac{2\sigma_0B}{3m}\left[\frac{2\dot{\xi}}{3\xi(1-\xi)}\right]^m(1-\xi^m) \\ - \frac{2\sigma_0BH}{3}\left[\frac{2\dot{\xi}}{3\xi(1-\xi)}\right]^mF_2(\xi) = \frac{\rho a_0^2}{3\xi_0^{2/3}}(1-\xi_0)^{2/3}Q(\xi, \dot{\xi}, \ddot{\xi}) \end{aligned} \quad (26)$$

及

$$\begin{aligned} \sigma + \frac{2\sigma_0}{3}\ln\xi + \frac{2\sigma_0}{3}\beta\ln\left[\frac{2\dot{\xi}}{3\xi(1-\xi)}\right]\ln\xi + \frac{\beta\sigma_0}{3}(\ln\xi)^2 - \frac{4\sigma_0}{9}HF_1(\xi) \\ - \frac{4\sigma_0\beta H}{9}\ln\left[\frac{2\dot{\xi}}{3\xi(1-\xi)}\right]F_1(\xi) + \frac{4\sigma_0\beta H}{9}F_3(\xi) \\ = \frac{\rho a_0^2}{3\xi_0^{2/3}}(1-\xi)^{2/3}Q(\xi, \dot{\xi}, \ddot{\xi}) \end{aligned} \quad (27)$$

其中

$$F_1(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - (1 - \xi)/(1 - \xi_0)]^n}{n^2 \xi^n} (1 - \xi^n) \quad (28)$$

$$F_2(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - (1 - \xi)/(1 - \xi_0)]^n}{n(n+m)\xi^n} (1 - \xi^n) \quad (29)$$

$$F_3(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - (1 - \xi)/(1 - \xi_0)]^n}{n\xi^n} \left( \frac{1 - \xi^n}{n^2} \right) + \frac{\xi^n \ln \xi}{n} \quad (30)$$

对准静态崩落过程,(26)式及(27)式可简化为

$$\dot{\xi} = \frac{3}{2} \left\{ \frac{9\sigma + 6\sigma_0 \ln \xi - 4\sigma_0 HF_1(\xi)}{6\sigma_0 B[(1 - \xi^m)/m + HF_2(\xi)]} \right\}^{1/m} \xi (1 - \xi) \quad (31)$$

$$\dot{\xi} = \frac{3\xi(1 - \xi)}{2} e^{p(\sigma, \xi)} \quad (32)$$

其中:

$$F(\sigma, \xi) = \frac{9\sigma/\sigma_0 + 6\ln\xi + 3\beta(\ln\xi)^2 - 4HF_1(\xi) + 4\beta H[F_1(\xi)\ln\dot{\varepsilon}_0 + F_3(\xi)]:}{2\beta[3\ln\xi - 2HF_1(\xi)]} \quad (33)$$

将(31)、(32)式代入(10)式即可得到应变速率强化与应变强化相关基体材料的崩落碎块直径与微孔体积份数的关系为

$$d = 8\sqrt{10}\xi^{-1} \left\{ \frac{6B[(1 - \xi^m)/m + HF_2(\xi)]}{9\sigma/\sigma_0 + 6\ln\xi - 4HF_1(\xi)} \right\}^{1/m} \sqrt{\frac{E_t}{\rho_s(1 - \xi)}} \quad (34)$$

$$d = 8\sqrt{10}\xi^{-1} e^{-p(\sigma, \xi)} \sqrt{\frac{E_t}{\rho_s(1 - \xi)}} \quad (35)$$

### 3.3 加工硬化粘塑性基体材料

这种材料就是由应变强化与应变速率强化线性组合强化材料,其屈服应力可写成<sup>[9]</sup>

$$\sigma_e = \sigma_0 + H'\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (36)$$

将上式代入(17)式,再代入(13)式,并注意到(20)式,则有如下形式的动态孔洞长大方程

$$\eta \dot{\xi} \xi^{-1} F_4(\xi) - \frac{1}{1-\xi} (\sigma - \sigma_G) = \frac{\rho a_0^2}{3 \xi^{2/3}} (1 - \xi_0)^{2/3} Q(\xi, \dot{\xi}, \xi) \quad (37)$$

其中:

$$F_4(\xi) = \frac{2}{3} (1 - \xi_0)^{-1/3} (1 - \xi)^{-2/3} [\xi - (\xi_0/\xi)^{1/3}] \quad (38)$$

$$\sigma_G = -k_1 \left[ \frac{2}{3} \sigma_0 (1 - \xi) \ln \xi + \frac{2H'}{3} (1 - \xi) F_5(\xi) \right] \quad (39)$$

$$F_5(\xi) = 3 [(1 - \xi)/(1 - \xi_0)]^{1/3} [1 - (\xi_0/\xi)^{1/3}] \quad (40)$$

式中: $\sigma_0$ 为孔洞长大应力阈值, $k_1$ 为表征长大过程中由于微孔交互作用对长大阈值应力的影响。

考虑准静态长大过程,(37)式简化为

$$\dot{\xi} = \eta^{-1} F_6(\xi) (\sigma - \sigma_0) \quad (41)$$

其中:

$$F_6(\xi) = \frac{3}{2} \xi \left[ (1 - \xi_0)/(1 - \xi) \right]^{1/3} / [\xi - (\xi_0/\xi)^{1/3}] \quad (42)$$

将(42)式代入(10)式,得到加工硬化粘塑性材料动态崩落碎块直径与材料孔洞体积分数的关系为

$$d = \frac{12 \sqrt{10} \eta}{F_6(\xi) (\sigma - \sigma_0)} \sqrt{\frac{E_t (1 - \xi)}{\rho_s}} \quad (43)$$

#### 4 数值分析

上节分别给出了四类基体材料的崩落碎块直径与孔洞体积份数的关系。实际工程材料中,铝及其合金为最典型的一类孔隙延性材料。在工程中应用广泛,因而本节就铝类材料,分别采用(34)式及(43)式计算崩落碎片直径和材料孔隙度的关系。其中(34)式与 $\xi_0$ 无关,而(43)式与 $\xi$ 相关。对后者取 $\xi_0=10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-6}$ ,而对前式,计算不同粘性系数的影响,分别取 $B=3.0 \times 10^{-3}, 9.5 \times 10^{-3}, 3.0 \times 10^{-2}$ 。其它参数为:

$$\rho_s = 2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3; E_t = 0.4 \times 10^8 \text{ J/m}^3; \sigma_0 = 150 \text{ MPa}; \sigma = 10 \text{ GPa}; \eta = 0.1016 \times 10^6; k_1 = 1; H' = 0; H = 0, 1.$$

由(34)及(43)式,从 $\xi=0.2$ 开始计算崩落碎块尺寸,每隔0.025计算一点,给出计算结果如图1和图2所示。

由图上可以看出,动态崩落碎片直径受材料粘性系数影响很大。此外,对(43)式,初始损伤度 $\xi_0$ 对计算结果有显著影响,当 $\xi_0$ 超过某一临界值时,崩落碎块随 $\xi$ 增大而增大;当 $\xi_0$ 小于该值时,崩落碎块尺寸随 $\xi$ 增大而减小(图2)。

计算中发现对(34)式(与 $\xi_0$ 无关),碎块尺寸随 $\xi$ 增大而单调减小(图1)。

计算中只算到 $\xi=0.35$ ,因为此时相邻孔洞已完全连接,标志材料整体失效。

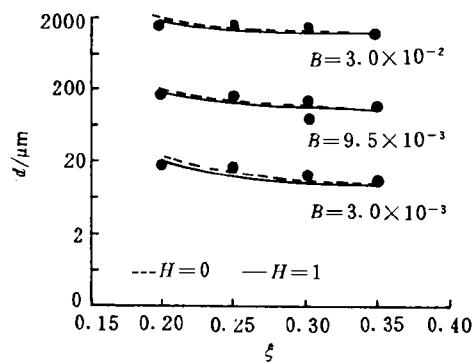
图 1 由(34)式得到的  $d-\xi$  关系曲线

Fig. 1 Relationship between  $d$  and  $\xi$  from Equation (34)

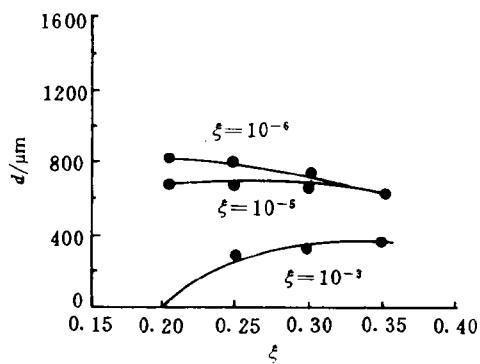
图 2 由(43)式得到的  $d-\xi$  关系曲线

Fig. 2 Relationship between  $d$  and  $\xi$  from Equation (43)

## 5 结 论

作者采用 Grady 对动态崩落的能量描述, 考虑了 Hertzberg 的塑性修正研究了延性材料的动态崩落, 结果表明:

(1) 由与  $\xi_0$  无关的(34)式得出崩落碎块尺寸随孔隙度增大而单调减小, 这与破碎试验相一致<sup>[10]</sup>, 并可解释为: 当破碎开始时, 初始孔洞聚合形成较大碎块, 耗散能较小; 崩落后期大量微孔生核成长形成大量细小碎片, 消耗大量能量(以表面能形式)。

(2) 与  $\xi_0$  相关的动态破碎碎块尺寸表达式(43)式计算结果显示动态断裂和损伤过程是一个与初始损伤度相关的累积过程。对初始损伤较小的情形, 后期形成大量细小碎片; 而对初始损伤较大的情形, 后期形成大的碎块。

(3) 由(34)式首次计算了粘性参数对材料动态崩落的影响。结果发现崩落碎片尺寸随粘性参数  $B$  增大而单调增加。由式中可见  $d \propto B^{1/m}$ , 由文献[8]知,  $B \propto \dot{\epsilon}_0^{-m}$ , 本文中  $m=0.5$ , 因而图 1 三种情形分别对应  $\dot{\epsilon}_0$  为  $10^3 \text{ s}^{-1}, 10^4 \text{ s}^{-1}, 10^5 \text{ s}^{-1}$  的情形。由图 1 可以看出, 对高应变率加载, 材料崩落的率效应明显。文献[8]的结果表明, 材料动态拉伸强度是率敏感量, 这与本文的结论是一致的。此外, 应变率越高, 材料崩落碎片尺寸越小, 这是符合实验结果的<sup>[10]</sup>。

(4) 孔洞形核在材料动态断裂中起着十分重要的作用。但对不同的应变率水平(粘性影响), 它的作用很不相同。对高应变情形(图 1 中  $B$  较小时), 崩落中形核起主要作用, 这可由碎块尺寸较小(即由刚形核的微孔初始聚合所形成的细小碎块所占比重较大)得到解释; 而在低应变率情形下(图 1 中  $B$  较大时), 微孔长大在崩落中起主要作用。

## 参 考 文 献

- 1 Grady D E. J Appl Phys, 1982, 53: 322~325
- 2 Grady D E . J Mech Phys Solids, 1988, 36: 353~384
- 3 Hertzberg R W. Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials, New York, 1976. 273, 341
- 4 Meyers M A, Aimone C T. Prog Matl Science, 1983, 28: 1~96
- 5 Perzyna P. Int J Solids Structures, 1986, 22: 797~818
- 6 Carroll M M , Holt A C. J Appl Phys, 1972, 43: 1626~1636
- 7 Johnson J N. J Appl Phys, 1981, 52: 2812~2825
- 8 Cortes R. Int J Solids Structures, 1992, 29: 1339~1350
- 9 陈增涛,王 锋. 材料科学与工艺, 1994, 2(1): 33~38
- 10 Seaman L, et al. Phys Reports, 1987, 147: 253~388

## STUDY ON DYNAMIC FRAGMENTATION OF DUCTILE MATERIALS

Chen Zengtao, Wang Duo

(Department of Astronautics and Mechanics Harbin Institute  
of Technology, Harbin, China 150001)

**ABSTRACT** The general description of dynamic fragmentation developed by Grady<sup>[1]</sup> is used to predict the nominal fragment size of ductile materials under high-speed loading. In the derivation, the improvement account for the plastic work during fragmentation on the Grady's energy description is introduced. Four kinds of plastic equivalent stress with effects of viscosity and strain-hardening of materials are taken into consideration in the present work. The dynamic fragment diameter versus the material porosity is given. The work provides a new method of describing mesoscopically the dynamic fracture of materials.

**KEY WORDS** ductile materials, fragmentation, microvoids, mesomechanics