

# 非理想爆源爆炸波的数值计算

丁 云 丁大玉 汤明钧

(南京理工大学化工学院 南京 210014)

**摘要** 采用均匀能量加入模型,对非理想爆源爆炸所产生的爆炸波进行数值计算,数值解与实验结果吻合较好。

**关键词** 非理想爆源 爆炸波 数值计算

**中图分类号** O381 O241

## 1 引 言

有许多爆源的能量密度往往比凝聚相炸药(如TNT)的能量密度小,这样的爆源包括爆炸的压力容器、燃料与空气混合物等。它们具有爆源压力低(MPa量级),爆源体积大,能量释放时间长,所产生的爆炸波在很大程度上取决于爆源的能量释放快慢等特点,这类爆源被称为非理想爆源。

对于凝聚相炸药等理想爆源所产生的爆炸波和爆炸场已做过大量的试验、理论研究和数值计算。而对非理想爆源所产生的爆炸波和爆炸场既不具有解析解,也使得点源强爆炸近似不再成立。所以对于这类爆炸的研究除了依靠实验之外,主要是采用数值计算的方法进行研究。实验研究往往有耗资大,受实验条件和测试手段的限制,无法测量爆炸场内部的细微过程,获取更多信息等,而通过数值计算的方法在一定程度上可以弥补这些不足之处。

采用能量加入的双 $\gamma$ 流体模型并简化成一维球对称问题,对非理想爆源爆炸所产生的爆炸波和爆炸场进行数值计算,计算得到了爆炸场参数的分布,并且与相应的可测物理量做了对比。

## 2 理论模型

### 2.1 基本方程

为了便于数值计算,将上述爆炸抽象成如下物理模型:

- (1)爆源为一维球对称;
- (2)爆源内与周围大气均为完全气体,但绝热指数 $\gamma$ 值不同;
- (3)爆炸过程中,爆炸产物向外膨胀,但在它与周围大气的界面处无质量交换。

这样,问题就归结为求解一个带化学反应的非定常一维球对称流场,于是采用下列含能量源项的Euler方程组

---

1994年2月21日收到原稿,5月25日收到修改稿。

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right) \rho = - \frac{\rho}{r^j} \frac{\partial}{\partial r} (r^j u) \quad (1)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right) u = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} \right) e = - \frac{p}{\rho r^j} \frac{\partial}{\partial r} (ur^j) + Q \quad (3)$$

式中:  $p$ 、 $\rho$ 、 $u$ 、 $e$  分别代表压力、密度、质点速度和内能,  $Q$  是能量方程中的能量源项, 采用能量加入法模拟在燃烧或爆炸过程中因化学反应而释放能量的过程, 它是时间和空间的函数。 $j=0, 1, 2$  分别对应于平面对称、柱对称和球对称。

为了便于数值计算, 我们对上述方程作 Lagrange 变换<sup>[1]</sup>

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial s} (ur^j) \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - r^j \frac{\partial p}{\partial s} \quad (5)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = - p \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho} \right) + Q \quad (6)$$

$$u = \frac{dr}{dt} \quad (7)$$

其中:

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \rho r^j \quad (8)$$

式中:  $r$  和  $s$  分别是 Euler 坐标和 Lagrange 坐标,  $t$  和  $t_l$  分别是 Euler 坐标和 Lagrange 坐标下的时间。在 Lagrange 坐标下取与 Euler 坐标相同的时间变量。即

$$t_l = t \quad (9)$$

为方便起见, 在数值计算中, 采用(8)式将方程(4)~(7)式写成下列形式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho r^j} \frac{\partial}{\partial r} (ur^j) \quad (10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (11)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = - p \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho} \right) + Q \quad (12)$$

$$u = \frac{dr}{dt} \quad (13)$$

此外, 状态方程为

$$e = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} \quad (14)$$

式中  $\gamma$  是绝热指数。

为了程序编制和使用方便, 避免物理量单位的不一致性带来的麻烦, 我们对上述方程引进无量纲化, 令

$$\left. \begin{aligned} \bar{r} &= \frac{r}{r_0}, \quad \bar{t} = \frac{\sqrt{p_0/\rho_0}}{r_0} t, \\ \bar{p} &= \frac{p}{p_0}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \bar{u} = \frac{u}{\sqrt{p_0/\rho_0}}, \quad \bar{e} = \frac{e}{p_0/\rho_0} \\ \bar{Q} &= \frac{r_0 Q}{(p_0/\rho_0)^{3/2}} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中:  $r_0$  是  $t=0$  时刻爆源半径,  $p_0, \rho_0$  分别是周围静止大气中的压力、密度。引进无量纲化以后, 方程(10)~(14)的形式不变。

## 2.2 初始条件和边界条件

(1) 当  $\bar{t}=0$  时 ( $0 \leq \bar{r} < \infty$ )

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= 0.0 \\ \bar{p} &= 1.0 \\ \bar{\rho} &= 1.0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(2) 在  $\bar{r}=0$  处 ( $0 \leq \bar{t} < \infty$ )

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= 0.0 \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} &= 0.0 \\ \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{r}} &= 0.0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

(3) 在爆炸波前方

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= 0.0 \\ \bar{p} &= 1.0 \\ \bar{\rho} &= 1.0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

## 2.3 能量加入模型

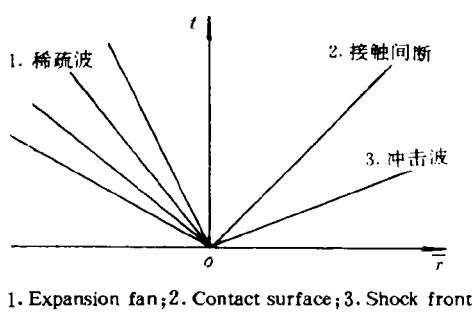


图 1 压力容器爆炸产生的波系图

Fig. 1 Schematic of the wave system generated by pressure burst

采用的能量加入模型<sup>[2]</sup>是用爆源内能量的增加, 即考虑能量方程(12)中的能量源项  $Q$  在每一计算网格和时间步长  $\Delta t$  内的增加来模拟爆源的能量释放过程。

### 2.3.1 爆炸球

若爆源的能量瞬间释放, 则可以采用下述力学模型: 初始时刻为一团半径为  $r_0$  的球形静止而具有均匀高温、高压(从而具有总内能  $E$ )的爆炸所生成的气体产物, 高速冲击着周围的空气, 形成空气冲击波, 随后冲击波向周围空气中传播(类似于爆炸的压力容器即爆炸球)。流场中不仅包含了冲击波而且包含了接触间断和中心稀疏波, 如图 1 所示。这

样问题就归结为求解以高压区内的高温  $T_1$ 、高压  $p_1$  为初始条件的不含能量源项  $Q$  的一维流体力学方程组。若  $j$  取 2, 则为球对称问题(爆炸球问题); 若  $j$  取 0, 则为平面对称问题(击波管问题)。高压区内的总内能  $E$  为

$$E = \frac{(p_1 - p_0)V_0}{(\gamma - 1)} \quad (19)$$

式中  $V_0$  是高压区的体积。

### 2.3.2 均匀能量加入

实际上, 爆源的能量释放不是瞬间完成的, 而是在有限的时间内完成的, 即爆源能量释放速率是有限的。我们采用均匀能量加入模型模拟能量释放过程。将能量方程(12)中的能量源项写成如下形式

$$Q(D, \bar{t}) = F(D)G(\bar{t}) \quad (20)$$

其中:

$$F(D) = \begin{cases} 1.0, & (D < D_1) \\ \left[ \cos\left(3\pi \frac{D_0 - D}{D_1 - D_0}\right) - 9\cos\left(\pi \frac{D_0 - D}{D_1 - D_0}\right) + 8 \right] / 16, & (D_1 \leq D \leq D_0) \\ 0.0, & (D > D_0) \end{cases}$$

$$G(\bar{t}) = \begin{cases} 0.0, & (\bar{t} \leq 0) \\ \frac{Q_f}{B} \left\{ \left[ \exp\left(\frac{k_2 \bar{t}}{\bar{t}_f}\right) - 1 \right] + \frac{1}{k_1} \left[ \exp\left(-\frac{k_2 \bar{t}}{k_1 \bar{t}_f}\right) - 1 \right] \right\}, & (0 \leq \bar{t} \leq \bar{t}_f) \\ Q_f, & (\bar{t} > \bar{t}_f) \end{cases}$$

式中:  $D$  是初始时刻与 Lagrange 坐标  $s$  相对应的 Euler 坐标;  $D_0$  是初始时刻爆源半径;  $D_1 = 0.96D_0$ ;  $\bar{t}_f$  是能量加入的总时间;  $Q_f = Q_f / (p_0 / \rho_0)$ , 是能量加入的终值,  $Q_f$  是爆源单位质量燃料(或混合物)加入的能量,  $B, k_1, k_2$  分别是常数, 在本文计算中取  $B = k_1 = 1$ , 并由  $G(1) = Q_f$  确定  $k_2$ 。 $Q(D, \bar{t})$  的函数形式如图 2 所示。

显然, 若  $\bar{t}_f$  取很小, 即能量瞬间释放, 那么问题就趋于爆炸球的情形, 两者计算结果是一致的。

### 3 数值计算

我们采用显式有限差分技术求解方程组(10)~(14), 引入 Von Neumann-Richtmyer 人工粘性项  $q$  处理击波间断<sup>[3]</sup>,  $q$  取

$$q = C_1 L_1 + C_2^2 L_2 \quad (21)$$

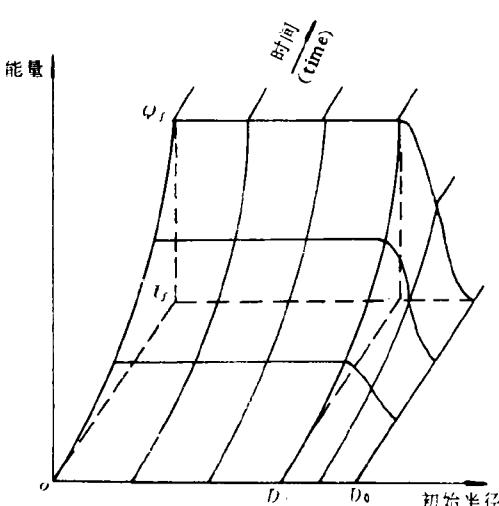


图 2 能量加入模型

Fig. 2 Energy deposition function

式中:  $L_1 \propto |\frac{\partial u}{\partial r} dr|$ ,  $L_2 \propto (\frac{\partial u}{\partial r})^2$ ,  $C_1$  和  $C_2$  是可调参数。因此方程组(10)~(13)中的压力应为  $p+q$ , 而状态方程(14)中的压力  $p$  不变。

计算网格和所有的力学量离散化后的取值如图 3 所示, 即速度  $u$  定义在空间的整点和时间的半点上,  $p$ 、 $e$ 、 $\rho$  定义在空间的半点和时间的整点上, 人工粘性项  $q$  定义在空间和时间的半点上。

时间步长由 Courant 稳定性条件确定。

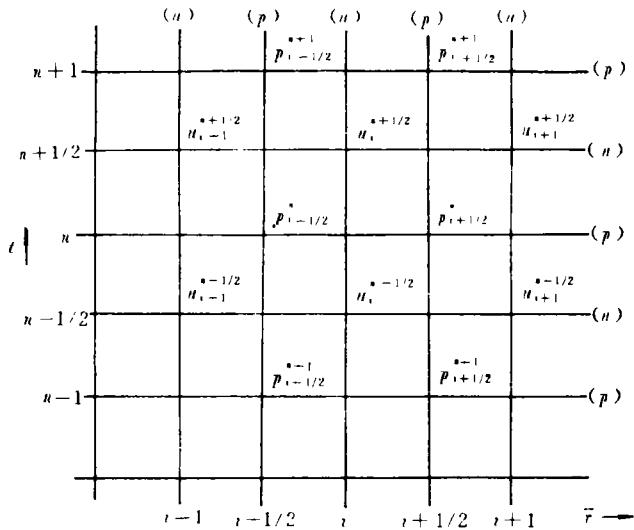


图 3 计算网格

Fig. 3 Computational grid of finite difference technique

在本文计算中, 考虑了爆炸前后混合物的绝热指数  $\gamma$  的变化。能量加入前后(相当于爆炸前后), 爆源内的绝热指数分别为  $\gamma_0$  和  $\gamma_1$ 。假设周围大气的绝热指数是常数  $\gamma_0$ (通常取 1.4)。爆炸产物的绝热指数  $\gamma_1$  可用其他方法或由有关手册中查得。

在爆炸过程中,  $\gamma$  值按能量加入的份数计算, 即

$$\gamma = \gamma_0 - (\gamma_0 - \gamma_1)Q_1/Q \quad (22)$$

式中,  $Q_1/Q$  是加入的能量份数。

根据上述理论模型和数值方法, 我们编制了计算程序。为了检验差分方法和计算程序的有效性, 计算了初始间断分解的问题(击波管问题)。关于该问题的提法及精确解见文献[1]。其数值解与精确解的比较如图 4 所示。在数值计算中, 人工粘性系数取  $C_1=C_2=0.8$ , 网格空间步长取  $\Delta r=0.02$ 。由图 4 可见, 数值解与精确解吻合较好, 特别是对击波阵面和接触间断处的计算结果比较令人满意, 能够满足工程计算的要求。

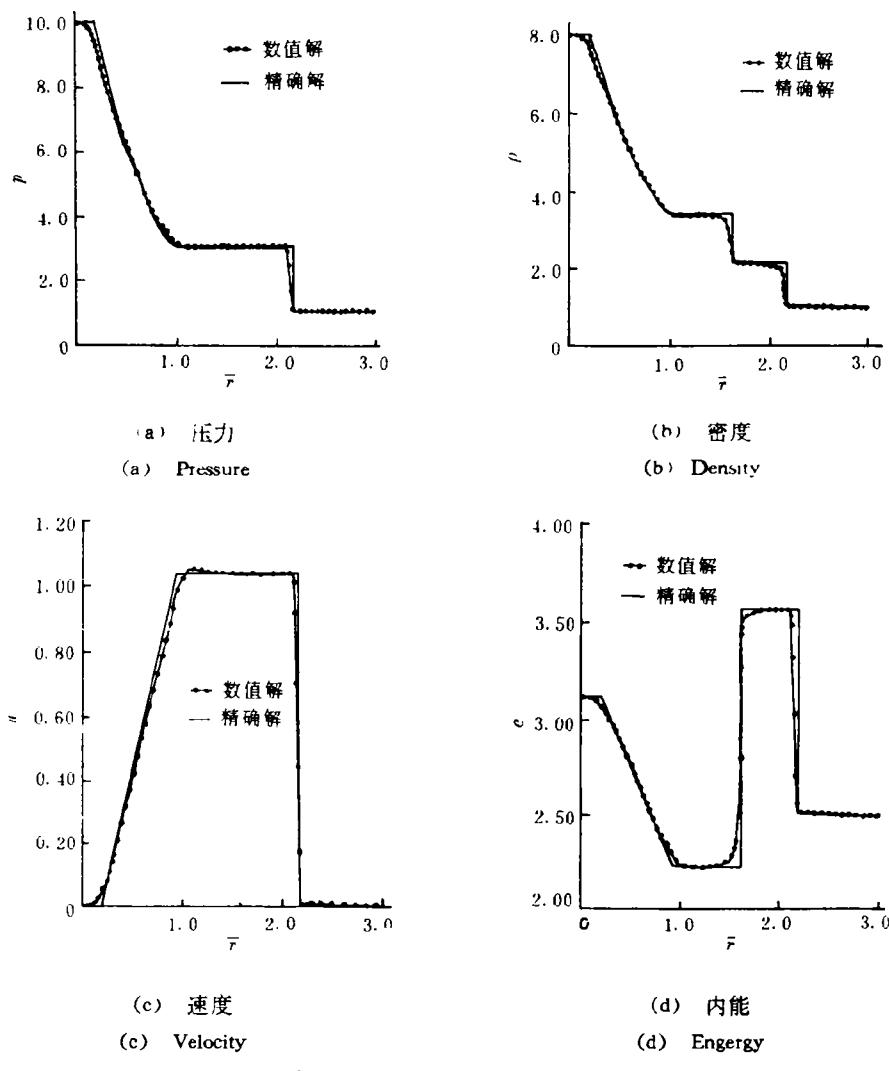


图 4 击波管问题的数值解与精确解

Fig. 4 Numerical solutions and exact solutions of the shock tube problem

## 4 计算结果

### 4.1 爆炸球

算例 1 为了比较, 我们以文献[4]中的算例给出的初始条件进行计算, 其初始条件: 当  $\bar{t}=0.0$  时 ( $0 \leq \bar{r} \leq 1$ ),  $\bar{p}=21.0$ ,  $\bar{T}=7.0$ ,  $\gamma_1=\gamma_{\infty}=1.4$ 。

图 5 是计算得到的 10 个时刻的压力分布。图 6 是爆炸波轨迹的计算与实测值的比较。

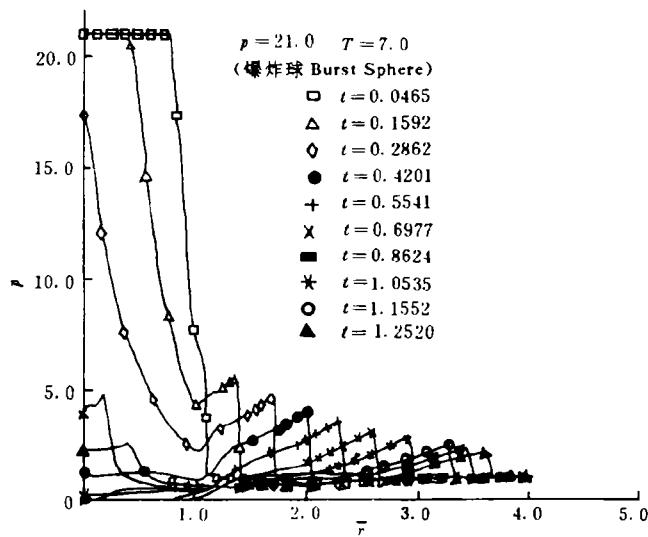


图 5 10 个时刻的压力-距离分布曲线

Fig. 5 Pressure-distance curves generated by burst sphere at ten different times

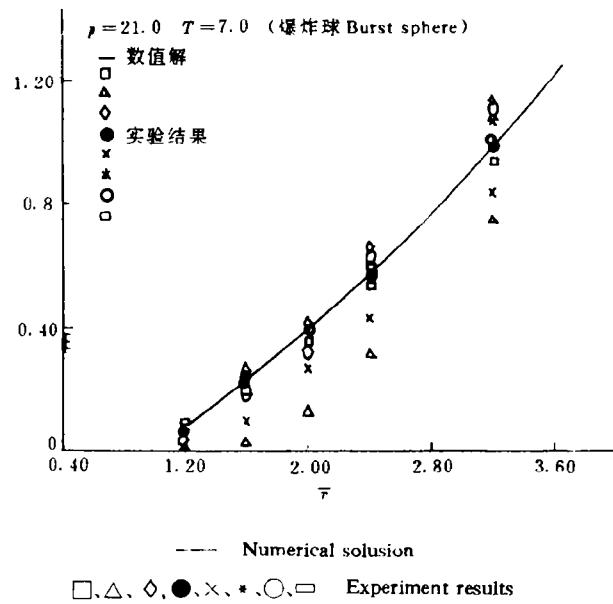


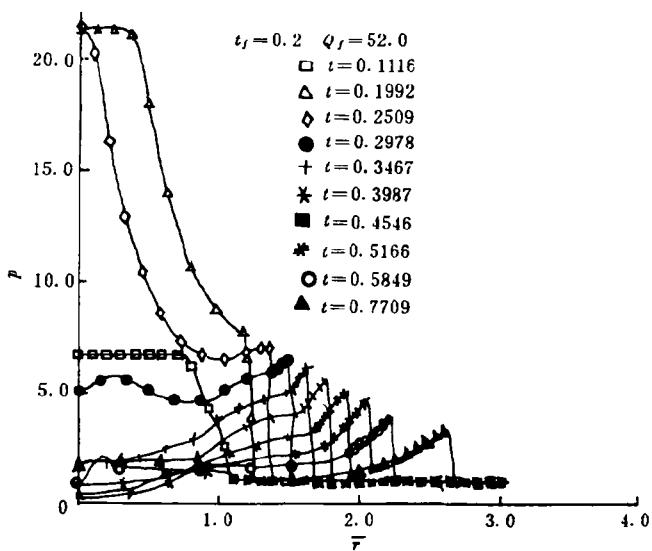
图 6 爆炸波轨迹的实验数据与计算结果

Fig. 6 Experimental data and computational results of blast wave trajectory

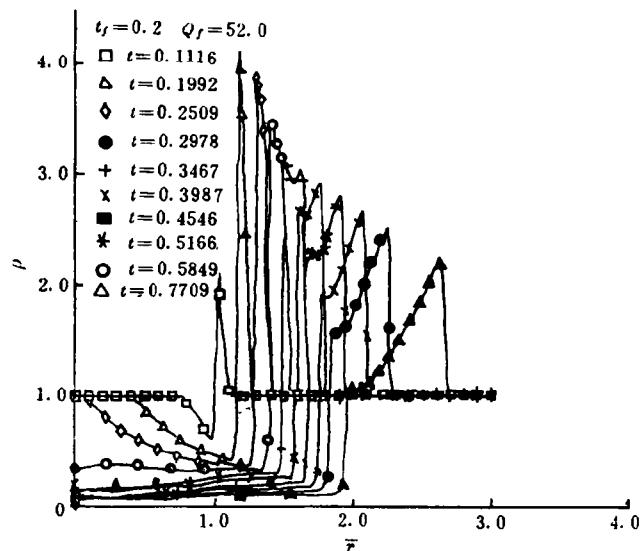
#### 4.2 均匀能量加入

按(16)~(18)式所给出的初始条件和边界条件计算。

算例 2 取爆源参数:  $t_f = 0.2$ ,  $Q_f = 52.0$ ,  $\gamma_1 = \gamma_0 = 1.4$ 。图 7(a)、(b)和(c)分别是不同时刻的压力-距离、密度-距离和速度-距离曲线。



(a)



(b)

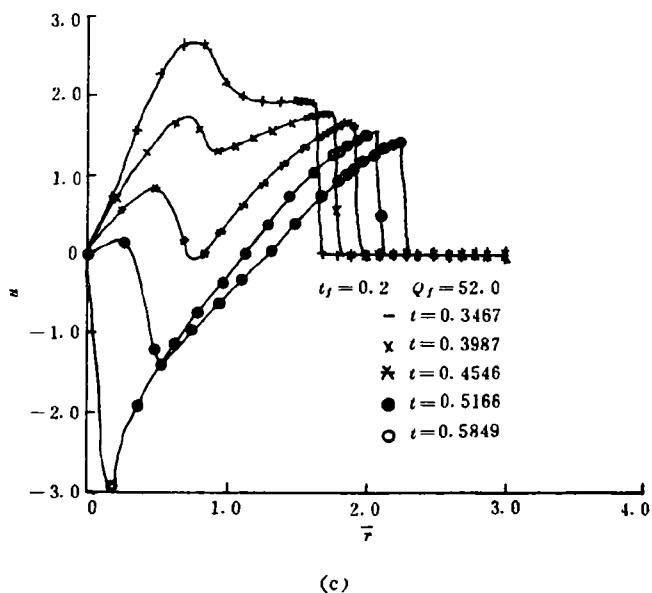


图 7 用均匀能量加入模型计算的爆炸波参数

Fig. 7 Parameters of the blast wave calculated by model of homogeneous energy addition

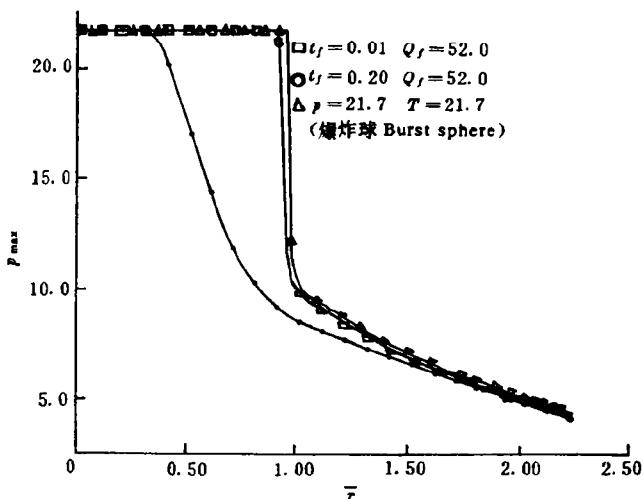


图 8 算例 2、算例 3 和算例 4 的爆炸波峰值超压分布

Fig. 8 Maximum overpressure of blast waves in numerical tests NO. 2, NO. 3 and NO. 4

算例 3 取爆源参数:  $\bar{t}_f = 0.01$ ,  $Q_f = 52.0$ ,  $\gamma_1 = \gamma_0 = 1.4$ 。这里  $\bar{t}_f$  取很小, 故能量在极短时间内加入, 爆源体积几乎不变, 立即形成了高压高温区, 在爆源区 ( $0 \leq \bar{r} \leq 1$ ) 内有,

$$\bar{p} = 21.7, \bar{T} = 21.7.$$

算例 4 为了与算例 3 作比较, 这里以算例 3 给出的能量加入完时的流场参数为初始条件计算爆炸球, 即取初始条件,  $\bar{p} = 21.7, \bar{T} = 21.7$ 。

图 8 所示是上述算例 2、算例 3 和算例 4 计算得到爆炸波峰值超压  $p_{\max}$  沿距离  $\bar{r}$  分布曲线。

以上各图中所有量均是(15)式所定义的无量纲量。

## 5 结论与分析

(1) 从给出的数值计算结果可见, 计算结果符合物理现象。从压力、密度和速度的空间分布曲线可以看到爆炸波向大气传播的规律。由算例 2 可见, 随着能量的加入, 爆源压力升高, 同时有一爆炸波开始向大气传播, 并有稀疏波传入高压区。当能量加入完后, 爆源区内的压力不再上升, 由于稀疏波的传入, 使得压力逐渐降低, 稀疏波遇对称中心反射; 当中心附近压力较低时, 又有一个向回传的击波产生。

(2) 计算给出的爆炸波轨迹与实测值吻合较好。

(3) 由图 8 可见, 算例 3 与算例 4 给出的  $p_{\max}-\bar{r}$  曲线吻合较好, 说明若爆源能量瞬间释放, 则产生的爆炸效应与压力容器爆炸是相似的。

(4) 由算例 2 与算例 3 给出的  $p_{\max}-\bar{r}$  曲线(图 8)的比较可见, 爆源能量释放速率对其所产生的爆炸波效应有明显影响。若爆源能量释放很缓慢( $t_f$  很大), 则产生的爆炸波效应很小或难以产生爆炸波效应。同样, 加入的能量  $Q_f$ , 绝热指数  $\gamma$  等对爆炸效应也有很大的影响, 限于篇幅, 不再给出更多的算例。总之, 爆炸波效应与爆源性质是密切相关的。

综上所述, 我们采用能量加入模型对非理想爆源爆炸波和爆炸场的数值计算能够基本反映其真实的物理现象和规律, 本文的研究对工业爆炸灾害事故(如气云爆炸)中爆炸波破坏效应、破坏范围等预报将具有十分重要的实际意义。

## 参 考 文 献

- 1 李文绚,金保侠. 气体动力学计算方法. 北京:机械工业出版社,1990. 69~72
- 2 Adamczyk A A. An Investigation of Blast Waves from Nonideal Energy Sources: Ph. D. Thesis. University of Illinois, Urbana-Champaign, 1975.
- 3 李德元,等. 二维非定常流体力学数值方法. 北京:科学出版社,1987. 155~160
- 4 彭金华,汤明均. 非理想爆源产生的爆炸场数值模拟. 爆炸与冲击, 1991, 11(4):289~296

## NUMERICAL CALCULATION OF BLAST WAVES FROM NON-IDEAL EXPLOSION SOURCES

Ding Yun, Ding Dayu, Tang Mingjun

(Department of chemical Engineering, Nanjing University of  
Science and Technology, Nanjing, 210014)

**ABSTRACT** In this paper, numerical calculations of blast waves from non-ideal explosion sources are carried out by using model of homogeneous energy addition. Numerical solutions are agreement with the experimental results.

**KEY WORDS** non-ideal explosion source, blast wave, numerical calculation