

韧性和脆性断裂的分形维数

章冠人

(中国工程物理研究院流体物理研究所, 冲击波物理与爆轰物理实验室
成都523信箱 成都 610003)

摘要 从理论上证明了文献[2]中提出的韧性和脆性断裂的判据以及它们之间相互转变的机制。

关键词 脆性断裂 韧性断裂 分形维数

中图法分类号 O364.1

1 引言

材料断裂面总是粗糙不平和不规则的。从统计的观点看,它们十分象是分维曲面,其分维数 D 在2(光滑面)到3之间。对一种材料,其断裂分维数并不是固定的,尚和材料的处理方法和加载速率有关。例如穆在勤和龙期威^[1]得出韧性材料的钢,其断裂韧性 K_c 。在不同的热处理条件下,随断面分维数 D_f 的减小而增加。Hiroyuki Nagahama^[2]的文章中,对脆性材料(燧石和多晶陶瓷)的实验结果,断裂韧性 K_c 。随分维数增加而增加。断裂韧性 K_c 和 D_f 的关系在半对数坐标系中均为一直线,但方向相反,例如图1和图2所示。

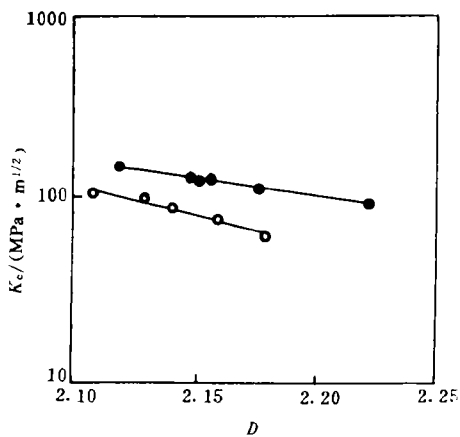


图1 韧性断裂 K_c 和分形维数 D 的关系,取自文献[2]

Fig. 1 Fracture toughness K_c vs fractal dimension D for ductile fracture

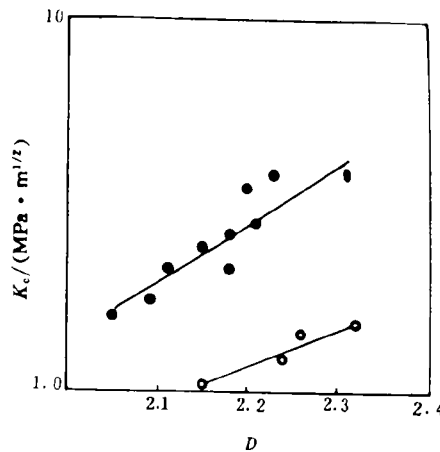


图2 脆性断裂 K_c 和分形维数 D 的关系,取自文献[2]

Fig. 2 Fracture toughness K_c vs fractal dimension D for brittle fracture

对于铝 6061-T6 合金,由飞片碰撞实验得到的层裂,其强度在 0.8~2.3 GPa 范围内,其断裂特性是典型的脆性断裂,但在激光加载高应变率下(10^7 s^{-1} 时),断裂的特性又是典型的韧性断裂^[3]。又例如钢用 6 mm 直径小球,速度为 6 km/s 的冲击试验,却同时出现了韧性和脆性断裂,当然其部位是不同的,如图 3 所示^[4]。

所以材料以脆性和韧性来区分,仅在静力加载的条件下才有意义。对动加载,这种划分有时就难于区分。在某些条件下,材料呈脆性;而在另外的一些条件下,材料又呈韧性;反之亦然。

Hiroyuki Nagaham^[2]对韧性和脆性断裂的断裂韧性 K_c 和其分维数 D_f 在半对数坐标系中用二条线性关系来表示

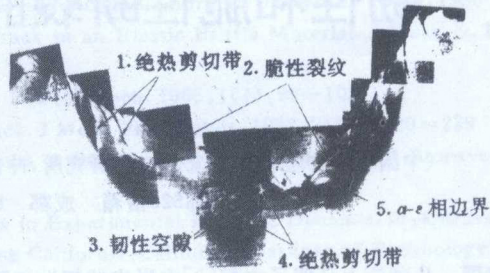
$$\lg K_c = a + bD \tag{1}$$

其中: a 和 b 为二个常数, $b < 0$ 代表韧性, $b > 0$ 代表脆性,如图 1 和图 2 所示。

D 似乎可以作为断裂韧性 K_c 的度量。实际上,从上面所举的例子,对一定的材料, a 和 b 并不是一个常数,还决定于加载速率和其它条件,因而是这些条件的函数。下面将证明 a 和 b 的函数性质,并说明其正负性质和断裂的物理关系。

2 韧性和脆性断裂的物理机制

现在一般公认韧性断裂的物理机制是在裂纹尖端的应力场内,微孔洞的成核、生长及汇聚而生成裂纹,如图 4a 所示。脆性断裂则是在裂纹尖端的应力场内,微裂纹的萌生、增长及汇合而形成宏观裂纹,如图 4b 所示,在裂纹断面处不发生大的塑性形变。在韧性断裂时裂缝大致沿直线发展,但在局部有曲折现象,如钨合金的冲击层裂^[5]。



1、4. Adiabatic shear bands; 2. Brittle cracks; 3. Ductile voids; 5. α - ϵ Phase boundary
图 3 钢板受 6 mm 直径小球以 6 km/s 速度撞击后,撞击点断裂分布剖面,取自文献^[4]
Fig. 3 A steel plate impacted at 6 km/s by a 6 mm-diameter sphere, the distribution of cracks at the impact site



图 4a 韧性断裂机制
Fig. 4a Mechanism of ductile fracture

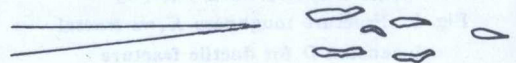


图 4b 脆性断裂机制
Fig. 4b Mechanism of brittle fracture

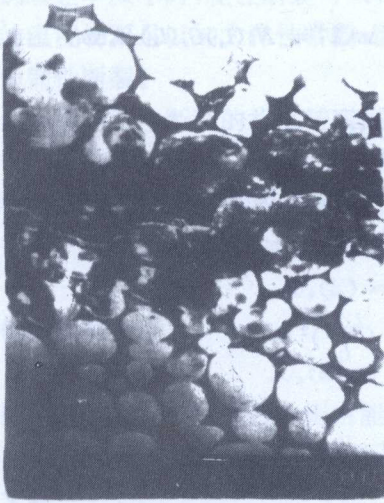


图 5 韧性裂缝的放大照片
Fig. 5 Section of a ductile fracture

图 5 是钨合金断裂的放大照片，裂纹大致沿钨合金中结合较弱部位发展而成。破坏大部份发生在铁镍混合物内，穿晶断裂虽有发现，但是很少，大部份是沿钨晶粒边缘的断裂，这说明强度较弱处是在铁镍混合物内。另外，在钨晶粒上有明显的“河流”状条纹，这是典型的脆性断裂，它表示裂纹是由许多小裂纹合并形成的。从这些裂纹还可以看出其特征长度较大，可以和钨晶粒的长度相比拟。韧性断裂的裂纹沿着晶粒边缘发展，故其特征长度比晶粒长度为小。

又从韧性断裂处可以看到在断裂边缘上，有明显的塑性形变产生，而在钨晶粒上，虽然有许多裂纹，但看不到塑性形变。

综上所述，可以把韧性和脆性断裂的差别归纳如下表。

表 1 韧性和脆性断裂特征

Table 1 The fracture characteristics of ductile and brittle materials

| 断裂类型 | 机 理 | 部 位 | 特征长度 | 有无塑性形变 |
|------|---------------|--------------|------------|--------|
| 韧 性 | 孔洞成核 生长汇合 | 沿弱部位 晶粒边缘 | 裂纹特征长度比晶粒小 | 有 |
| 脆 性 | 微裂纹成核 生长汇合 | 可以穿晶 | 裂纹特征长度比晶粒大 | 无 |

3 韧性断裂和脆性断裂判据

设裂纹长为 l ，如尖端移动 Δ ，样品厚为 Δm ，单位面积上的表面能为 G ，则如作的功全部变为表面能，应有

$$\Delta U = G \Delta \Delta m \tag{2}$$

如在样品断裂面单位面积上有 N 条长为 l 的裂纹，则单位面积上需要作的功为

$$\Delta U = N G \Delta \Delta m \tag{3}$$

显然， $\Delta U, N, G$ 和 $\Delta, \Delta m$ 均和测量尺码有关。

我们进行多次测量，每次把测量尺码增大 R 倍， R 称为尺码倍增因子，则在第 n 次测量时，式(3)应改为

$$\Delta U_n(l_n) = N_n(l_n) G_n(l_n) \Delta_n \Delta m_n \tag{4}$$

式中： l_n 表示用 n 次放大后的尺码测量的裂纹长， N_n 为裂纹条数， $G_n(l_n)$ 为表面能等等。

所以应有 $\Delta_{n+1} = \Delta_n / R, \Delta m_{n+1} = \Delta m_n / R, \Delta_{n+1}, \Delta m_{n+1}$ 分别是用 n 次放大后的尺码测量得

的裂纹尖端移动距离、厚度。

由能量守恒,第 $n+1$ 次测量应有

$$\Delta U_{n+1}(l_{n+1}) = N_{n+1}(l_{n+1})G_{n+1}(l_{n+1})\Delta l_{n+1}\Delta m_{n+1} = N_n(l_n)G_n(l_n)\Delta l_n\Delta m_n \quad (5)$$

由式(5)可得

$$G_n(l_n) = \frac{N_{n+1}(l_{n+1})}{N_n(l_n)} \frac{\Delta l_{n+1}\Delta m_{n+1}}{\Delta l_n\Delta m_n} G_{n+1}(l_{n+1}) \quad (6)$$

如把裂纹看作是一 Koch 曲线,则裂纹数密度 N 和裂纹长度 l 间有自型解

$$N_n(l_n) \sim l_n^{-D} \quad (7)$$

又由

$$\frac{\Delta l_{n+1}\Delta m_{n+1}}{\Delta l_n\Delta m_n} \sim \frac{1}{R^2} \sim \left(\frac{l_{n+1}}{l_n}\right)^2 \quad (8)$$

将式(7)、(8)代入式(6),得

$$G_n(l_n) = \left(\frac{l_{n+1}}{l_n}\right)^{-D+2} G_{n+1}(l_{n+1}) \quad (9)$$

对式(9)两边取对数

$$\ln G_n(l_n) = (2 - D)\ln\left(\frac{l_{n+1}}{l_n}\right) + \ln[G_{n+1}(l_{n+1})] \quad (10)$$

如在裂纹尖端有一缺陷(指晶体颗粒,气泡等不均匀体)。此缺陷的尺度为 l_{n+1} ,如裂纹沿缺陷周边开裂,则 $l_n < l_{n+1}$,式(10)中 D 的系数为

$$b = -\ln\left(\frac{l_{n+1}}{l_n}\right) < 0 \quad (11)$$

断裂为韧性。

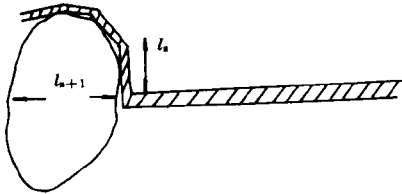


图 6 韧性断裂示意图

Fig. 6 Schematic diagram of ductile fracture

如裂纹穿缺陷而过,例如穿过晶体,则 $l_n > l_{n+1}$

$$b = -\ln\left(\frac{l_{n+1}}{l_n}\right) > 0 \quad (12)$$

断裂为脆性。

由于表面能 G 和断裂韧性 K_c 间有关系

$$G = \frac{K_c^2(1 - \nu^2)}{E} \quad (13)$$

对一种材料,如 ν, E 和缺陷的 $G_{n+1}(l_{n+1})$ 为常数,则由式(10),(11)和(12),立刻可得式(1)。所以式(1)只有当上述参数为常数时方有意义,在一般情况下,还和加载速率有关。

4 韧性断裂和脆性断裂的相互转变

4.1 韧性转变为脆性

韧性转为脆性多发生在合金的情形。当加载速率增加时,韧性断裂可以转变为脆性。也就是裂纹不是沿薄弱结构发展,即沿晶粒边缘发展,而是穿晶而过。这是由于开裂速度很大,在裂纹尖端的温度场,使晶粒的屈服强度降低^[6],晶粒的 G 变小,裂纹可以穿晶而过。

4.2 脆性转变为韧性

当加载速率减小时,脆性断裂可以转变为韧性,过程和上面相反,由于开裂速度小,裂纹尖端的温度场不足以加大弹性常数,而晶粒边缘结构薄弱,因此裂纹只能沿晶粒边缘发展而变为韧性断裂。

韧性断裂和脆性断裂的相互转变可以用数学证明如下。

由于一般韧性断裂时,在裂纹尖端塑性区要消耗一部份功成为不可逆的,所以在开裂时,除供给表面能以外,还要加上塑性功。如用表面能去度量,则对其所作之功要乘上一个有效因子 P 。例如设裂纹为脆性断裂,则长为 l_n 的裂纹开裂 Δn_n 所需的功为

$$\Delta U_n(l_n) = N_n(l_n)G_n(l_n)\Delta n_n \quad (14)$$

如在韧性断裂时应为

$$\Delta U_n(l_n) = P_n N_n(l_n)G_n(l_n)\Delta n_n \quad (15)$$

如用 $n+1$ 次测量的尺码去测量,则由能量守恒应有

$$P_n N_n(l_n)G_n(l_n)\Delta n_n = P_{n+1} N_{n+1}(l_{n+1})G_n(l_{n+1})\Delta n_{n+1} \quad (16)$$

由此可求得

$$G_n(l_n) = \frac{P_{n+1}}{P_n} \left(\frac{l_{n+1}}{l_n}\right)^{-D+2} G_{n+1}(l_{n+1}) \quad (17)$$

P_n 的意义为总功和总表面能之比,由式(9)知道 $G_n(l_n)$ 有自型解

$$G_n(l_n) \sim (l_n)^{D-2} \quad (18)$$

所以 P_n 应该乘在 l_n 上,即

$$G_n(l_n) \sim (P_n l_n)^{D-2} \quad (19)$$

这样式(17)就变为

$$G_n(l_n) = \left(\frac{P_{n+1} l_{n+1}}{P_n l_n}\right)^{-D+2} G_{n+1}(l_{n+1}) \quad (20)$$

两边取对数,则得

$$\ln[G_n(l_n)] = (2 - D) \left[\ln\left(\frac{P_{n+1} l_{n+1}}{P_n l_n}\right) \right] + \ln[G_{n+1}(l_{n+1})] \quad (21)$$

因而

$$b = - \ln\left(\frac{P_{n+1} l_{n+1}}{P_n l_n}\right) \quad (22)$$

从式(22)可以看出,如 l_{n+1} 仍代表晶粒等缺陷的尺寸,如在某一开裂速度下,材料本是脆性,穿晶而过,即 $l_{n+1} < l_n$; 但当开裂速度降低后,有效供应能量的系数 P_{n+1} 增大,即塑性不可逆能的比例增加了,弹性能不足以使裂纹穿晶而过,只能沿晶粒边缘薄弱结构处开裂,因此, $P_{n+1} l_{n+1} > P_n l_n$, 此时断裂就属于韧性。反过来断裂本为韧性断裂,即 $l_{n+1} > l_n$, 而由于增加了开裂速度, P_{n+1} 减小,弹性能足以使裂纹穿晶而过,此时, $P_{n+1} l_{n+1} < P_n l_n$, 这样断裂就变为脆性。

5 结论

从理论上证明了文献[2]提出的在半对数坐标系中,材料的断裂韧性 K_{Ic} 和分维数 D_F 线性关系中的系数 b , 其正负号可作为区别韧性断裂或脆性断裂的判据。并从理论上说明

韧性和脆性断裂互相变换的物理原因。

参 考 文 献

- 1 Mu Z Q, Long Q W. Studies on the Fractal Dimension and Fracture Toughness of Steel. *J Phys D: Appl Phys*, 1988, 21: 848~850
- 2 Hiroyuki Nagahama. A Fractal Criterion for Ductile and Brittle Fracture. *J Appl Phys*, 1994, 75(6): 3220~3222
- 3 Zhuang Shiming, et al. Spallation of Aluminum Targets Irradiated by Pulsed Laser Beam. In: Zhang Guanren, Huang Shihui, eds. *International Sym on Intense Dynamic Loading and Its Effects*, Chengdu, China, Sichuan University Press, 1992, 612~616
- 4 Shockey D A, et al. *Material Behavior under High Stress and Ultrahigh Loading Rates*. New York and London: Plenum Press, 1983, 273~293
- 5 曾元金, 经福谦, 张万甲. 钨合金的层裂强度研究. *高压物理研学报*, 1992, 6(1): 58~67
- 6 Johnson J N. *Dynamic Fracture and Spallation in Ductile Solids*. *J Appl Phys*, 1981, 52(4): 2812

FRACTAL DIMENSIONS OF DUCTILE AND BRITTLE FRACTURE

Zhang Guanren

(*Southwest Institute of Fluid Physics, CAEP, Laboratory for Shock Wave
and Detonation Physics Research, P. O. Box 523, Chengdu, 610003*)

ABSTRACT In this paper, a theoretical deduction for the relationship between the fractal dimension and toughness of fractures and the criterion to define brittle and ductile fracture is presented. The mechanisms of both fractures are interpreted, especially their mutual exchanges are suggested.

KEY WORDS brittle fracture, ductile fracture, fractal dimension