第16卷 第2期　　爆 炸 与 冲 击　　Vol. 16, No. 2
1996年4月　　EXPLOSION AND SHOCK WAVES　　Apr., 1996

计算三重复式交叉导爆管网路可靠度的随机过程法

樊正复　姚　尧　孟　冲　师俊平

（西安理工大学　西安　710048）

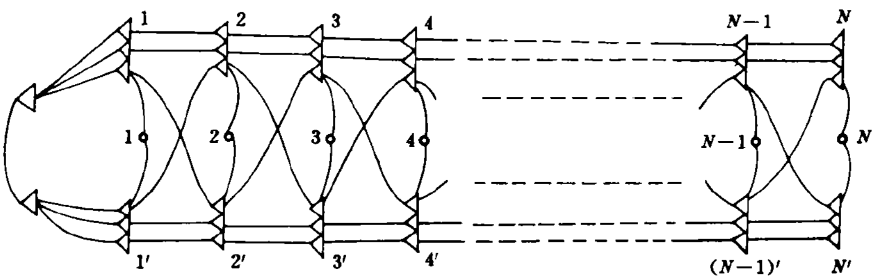
摘要　运用齐次马尔可夫过程理论，得到计算三重复式交叉导爆管网路可靠度的有效方法。

关键词　随机过程　转移概率矩阵　可靠度

中图法分类号　TD235.12

1　引　言

在大型防渗墙的拆除爆破工程中，多使用复式交叉导爆管起爆网路。图1所示是一个三重复式交叉导爆管网路。该网路的特点是对同排炮孔，用两条三捆联接力导爆管干线并联引爆，同时在这两条干线的对应结点进行交叉搭接。每个炮孔由两个结点引爆。如第4炮孔由第4结点与第4′结点引爆，仅当第4与第4′结点都拒爆时第4炮孔才拒爆。我们在计算网路的可靠度时假定炮孔内的引爆元件都是合格品。



◁　雷管；——　塑料导爆管；·　炮孔

◁　Detonator；—— Plastic detonating fuse；·　Gun powder cave

图1　三重复式交叉导爆管爆破网路

Fig. 1　Three tie double crossed detonating fuse blasting network

2　随机变量序列的引入

第 k 与第 k' 结点称为第 k 组结点（$k=1,2,3,\cdots,N$），并引入随机变量：

1994年11月16日收到原稿，1995年6月15日收到修改稿。

$$x_k=\begin{cases}0 & 当第\,k\,组两结点都拒爆时；\\ 1 & 当第\,k\,组中恰有一结点起爆时；\\ 2 & 当第\,k\,组两结点都起爆时。\end{cases}$$

显然，若 $x_k=0$，则第 k 个炮孔及其以后的炮孔都不会被引爆。x_k 的取值 0，1，2 称为 x_k 的状态。网路的传爆过程可由 $x_1,x_2,\cdots,x_k,\cdots,x_N$ 的依次取值明确显示。以下称此随机变量序列 $\{x_k:k=1,2,\cdots,N\}$ 为离散型随机过程。

3 一步转移概率矩阵

由于第 $k+1$ 组结点仅依赖于第 k 组结点传爆，x_{k+1} 的状态仅与 x_k 的状态有关，而与 $x_1,x_2,\cdots,x_{k-1}$ 的状态无关，所以此随机过程是离散型马尔可夫过程。其一步转移概率矩阵为：

$$P_1=\begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ (1-p)^3 & (1-p)[1-(1-p)^2]+(1-p)^2p & p[1-(1-p)^2] \\ (1-p)^6 & 2(1-p)^3[1-(1-p)^3] & [1-(1-p)^3]^2\end{pmatrix}$$

其中 p 为所使用的雷管合格率。矩阵中元素 $p_{ij}=P(x_{k+1}=j/x_k=i)$，$(i,j=0,1,2)$ 表示在 x_k 的状态为 i 的条件下，x_{k+1} 的状态为 j 的条件概率。例如，$p_{22}=P(x_{k+1}=2/x_k=2)=[1-(1-p)^3]^2$ 表示在第 k 组中两结点都起爆的条件下，传到第 $k+1$ 组时两个结点亦全起爆的概率。由概率论不难知道此概率为 $[1-(1-p)^3]^2$。

4 *n* 步转移概率矩阵

由 P_1 矩阵可知，每个 p_{ij} 的值与 k 无关，仅与雷管的合格率 p 有关，因而此随机过程是齐次的。由齐次马尔可夫过程的性质可知，n 步转移概率矩阵：

$$P_n=\begin{pmatrix} p_{00}^{(n)} & p_{01}^{(n)} & p_{02}^{(n)} \\ p_{10}^{(n)} & p_{11}^{(n)} & p_{12}^{(n)} \\ p_{20}^{(n)} & p_{21}^{(n)} & p_{22}^{(n)}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22}\end{pmatrix}^n \quad ,(n=1,2,3,\cdots,N-1)$$

其中：p_n 阵中元素 $p_{ij}^{(n)}=P(x_{k+n}=j/x_k=i)$ 表示在 x_k 的状态为 i 的条件下，经过 n 步转移 x_{k+n} 的状态为 j 的条件概率。

5 三重复式交叉导爆管起爆网路的可靠度

令 $\bar{A}_k$ 表示第 k 个炮孔拒爆的事件；B 表示网路中的炮孔全部起爆的事件。则网路的可靠度 R 可定义为事件 B 发生的概率。

$$R=p(B)=1-p(\bar{B})=1-p(\bar{A}_1+\bar{A}_2+\cdots+\bar{A}_N)=1-p(\bar{A}_N)=1-p_{20}^{(N-1)}$$

式中：$\bar{A}_1\subseteq\bar{A}_2\subseteq\cdots\subseteq\bar{A}_N$。

假定初始状态 $x_1=2$，$p_{20}^{(N-1)}$ 表示由 $x_1=2$ 开始，经过 $N-1$ 次状态转移到最后一组结

点时，$x_N=0$ 的 $N-1$ 步转移概率，它正是第 N 个炮孔拒爆的概率 $p(\bar{A}_N)$。于是得到计算三重复式交叉导爆管起爆网路的可靠度方法步骤如下：

①由雷管的合格率 p 计算出一步转移矩阵 P_1。

②在计算机上求出 P_1^{N-1}（N 是炮孔数）得到左下角元素 $p_{20}^{(N-1)}$ 的值。

③网路的可靠度 $R=1-p_{20}^{(N-1)}$。

6　应用实例

某大型水电工程，在大江围堰混凝土心墙拆除爆破中采用的就是三重复式交叉导爆管网路。炮孔数 162 个，假定雷管的合格率 $p=0.9$，求此网路的可靠度 R。

①一次转移矩阵

$$P_1=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ (1-p)^3 & (1-p)[1-(1-p)^2]+(1-p)^2p & p[1-(1-p)^2] \\ (1-p)^6 & 2(1-p)^3[1-(1-p)^3] & [1-(1-p)^3]^2 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.001 & 0.108 & 0.891 \\ 0.000001 & 0.001998 & 0.998001 \end{pmatrix}$$

②161 次转移矩阵

$$P_{(161)}=P_1^{161}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.001635 & 0.002231 & 0.996134 \\ 0.000518 & 0.002234 & 0.997248 \end{pmatrix}$$

$p_{20}^{(161)}=0.000518$

③该网路的可靠度

$$R=1-p_{20}^{(161)}=0.999482$$

计算结果说明三重复式交叉导爆管网路是十分可靠的。

7　结点个数无限增加时可靠度 R 的趋向

由于这类网路的可靠度很高，有人认为其可靠度 R 永不会小于某个介于 0 与 1 之间的数 a。我们认为这一结论是缺乏根据的。因为，$\lim\limits_{n\to\infty}R=\lim\limits_{n\to\infty}(1-p_{20}^{(n)})=1-1=0$，当炮孔数无限增加时，可靠度 R 不断降低，直至为零。

证明如下：

$$P_{n+1}=P_1^{n+1}=P_1^n\cdot P_1=\begin{pmatrix} p_{00}^{(n)} & p_{01}^{(n)} & p_{02}^{(n)} \\ p_{10}^{(n)} & p_{11}^{(n)} & p_{12}^{(n)} \\ p_{20}^{(n)} & p_{21}^{(n)} & p_{22}^{(n)} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} \end{pmatrix}$$

由矩阵乘法可知 P_{n+1} 的左下角元素

$$p_{20}^{(n+1)}=p_{20}^{(n)}p_{00}+p_{21}^{(n)}p_{10}+p_{22}^{(n)}p_{20}$$

$$=p_{20}^{(n)}+p_{21}^{(n)}(1-p)^3+p_{22}^{(n)}(1-p)^6$$

$$p_{20}^{(n+1)}-p_{20}^{(n)}=p_{21}^{(n)}(1-p)^3+p_{22}^{(n)}(1-p)^6\geqslant 0 \tag{1}$$

所以 $p_{20}^{(n)}\leqslant p_{20}^{(n+1)}\leqslant 1$

则知序列$\{p_{20}^{(n)}\}$是单调有界的。由极限存在准则可知$\lim\limits_{n\to\infty}p_{20}^{(n)}$一定存在，无妨假定此极限值为$a$。

对(1)式两端求极限得

$$a-a=\lim_{n\to\infty}[p_{21}^{(n)}(1-p)^3+p_{22}^{(n)}(1-p)^6]$$

即 $\lim\limits_{n\to\infty}[p_{21}^{(n)}(1-p)^3+p_{22}^{(n)}(1-p)^6]=0$

注意到 $p_{21}^{(n)}(1-p)^3\geqslant 0$ $p_{22}^{(n)}(1-p)^6\geqslant 0$，则必有$\lim\limits_{n\to\infty}p_{21}^{(n)}=0$；$\lim\limits_{n\to\infty}p_{22}^{(n)}=0$

又因 $p_{20}^{(n)}+p_{21}^{(n)}+p_{22}^{(n)}=1$，则有$\lim\limits_{n\to\infty}p_{20}^{(n)}=1$。

8 小 结

使用随机过程法计算爆破网路的可靠度时应注意以下两点：

①爆破网路中炮孔的布局必须是单排的，以保证按序起爆。否则失去有序性，就无法写出随机变量序列(对于炮孔是多排布局的格式网路，请参阅文献[3]所论述的结构函数法)。

②网路的连结方式应有一定规律，方可写出齐次马尔可夫过程的转移概率矩阵，若写不出转移矩阵就无法使用本方法计算。

参 考 文 献

1 张文煊，等. 非电接力式起爆网路设计的可靠性原理. 北京：冶金工业出版社，1992. 6～21
2 中山大学数学力学系. 概率论及数理统计. 北京：人民教育出版社，1982. 304～314
3 樊正复，等. 计算接力式爆破网路可靠性的一种方法. 爆炸与冲击，1994，14(3)：283～288
4 唐鸿龄，等. 应用概率. 南京：南京工学院出版社，1988. 291～320
5 复旦大学. 概率论(第三册)：随机过程. 北京：人民教育出版社，1982. 19～47

THE STOCHASTIC PROCESS METHOD TO CALCULATE THE RELIABILITY OF THREE TIE DOUBLE CROSSED DETONATING FUSE BLASTING NETWORK

Fan Zhengfu, Yao Yao, Meng Chong, Shi Junping

(*Xi' an University of Technology, Xi' an*, 710048)

ABSTRACT In this paper, We have gotten a effective method to calculate the reliability of three tie double crossed detonating fuse blasting network by use of the homogeneous Markov process theory.

KEY WORDS stochastic process, transfer probability matrix, reliability