

基于物理变量的热粘塑性本构模型^{*}

程经毅 周光泉

(中国科学技术大学 合肥 230026)

摘要 在位错的运动和产生与塑性变形的一般关系及考虑到热激活与粘性阻尼效应的位错集体运动的统一理论基础上,通过对结构参量的演化规律的具体建议,提出了一种基于物理变量的热粘塑性本构模型。在此模型的基础上,讨论了金属材料动态力学行为的微观机理。

关键词 位错动力学 本构模型 粘塑性

中图法分类号 O 345

1 引 言

金属的应变率相关和温度相关力学性质的研究正在受到越来越广泛的重视并且获得了迅速的发展。这是因为不仅人们早就认识到了低温下塑性流动具有较强的温度敏感性,而且人们最近又发现了在高应变率下塑性流动也同样具有较强的应变率敏感性,同时人们还已普遍认识到温度和应变率效应对材料的动态失效机理等起着重要的作用。

对于材料力学性质的研究,其中心任务之一就是建立能描述材料在各种载荷条件下的力学响应的本构模型。为此,人们采用了宏观、细观以及宏观与细观相结合等不同种类的方法做出了卓有成效的工作。而对材料力学性质的微观机理进行深入的探讨,寻找微观参量与宏观参量之间的定量联系则是目前最为突出的研究方向之一。金属或晶体塑性变形的本质是位错的运动和增殖。在给定结构下,位错运动的速率控制机理是位错越过障碍的热激活过程和位错与声子等交互作用的粘性阻尼过程的共同作用。这里位错运动的障碍可以是晶界、林位错、溶质原子和二相粒子等。在给定结构下,绝对温度零度时使位错产生不可逆运动所需的外加应力被称为力学门槛应力。力学门槛应力可分解为两部分,一部分是与变形速率和温度无关的非热内应力 f^I ,另一部分则是与变形速率和温度相关的障碍对位错运动的最大阻力 f^R ,

$$\hat{f} = \hat{f}^R + f^I \quad (1)$$

在有限温度下,热激活将使位错与障碍的相互作用的最大阻力 \hat{f}^R ,减小为

$$f^R = S(\dot{V}, p, T, S_1, S_2, \dots, S_N) \hat{f}^R \quad (2)$$

这里: $S(\dot{V}, p, T, S_1, S_2, \dots, S_N)$ 是一个与热激活相关的比例因子; \dot{V} 为塑性剪切应变率; p 为静水压力; T 为绝对温度; S_1, \dots, S_N 为结构参量。

材料的塑性流动应力为

$$f = f^R + f^I + f^P = S(\dot{V}, p, T, S_1, S_2, \dots, S_N) \hat{f}^R + f^I + f^P \quad (3)$$

* 1994年 6月 24日收到原稿,1995年 4月 17日收到修改稿

这里: $\dot{p} = B \bar{v} / b$ 为运动位错的粘性阻力, 并且 B 为粘性阻尼系数, \bar{v} 为位错运动的平均速度, b 为位错的 Burgers 矢量。最大障碍阻力 τ^R 是障碍的强度和密度两方面的体现, 并可按其来源的不同分为两部分: 一部分是位错与位错的弹性相互作用, 它等于 $\tau_0 b \rho_d^{1/2}$, 其中 τ_0 为常数; τ_0 为剪切弹性模量; ρ_d 为总位错密度。另一部分则是除了位错间的弹性相互作用外的位错与其他缺陷的交互作用, 记为 τ_0^R , 则

$$\tau^R = \tau_0 b \rho_d^{1/2} + \tau_0^R \quad (4)$$

可以看到, 在基于式 (3) 来建立热粘塑性本构模型时, 有两个问题需要解决: 首先是函数 $S(\dot{V}, p, T, S_1, S_2, \dots, S_N)$ 的具体形式; 其次是结构参量 $S_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的演化规律。

2 恒定结构下的非弹性应变率方程

2.1 非弹性应变率方程的等效形式

在文献 [1] 中, 我们曾得到联系位错的运动和增殖的一般关系

$$\dot{V} = Hb(d_m \bar{v} + L_c \dot{d}_c) \quad (5)$$

式中: H 为几何取向因子; d_m 为可动位错密度; L_c 为新产生的位错的平均距离; \dot{d}_c 为新位错的产生率。令

$$f = \frac{d_m}{d_t} + \frac{L_c \dot{d}_c}{d_t \bar{v}} \quad (6)$$

并记 $f d_t$ 为 $d_{m, \text{eff}}$ 其可称为等效可动位错密度。则非弹性应变率方程可写成

$$\dot{V} = Hb d_{m, \text{eff}} \bar{v} \quad (7)$$

的形式。式 (7) 与著名的 Orowan 关系

$$\dot{V} = Hb d_m \bar{v} \quad (8)$$

极为相似, 但物理意义是不完全一致的。Orowan 关系只是晶体内已经存在的位错中的可动部分的位置改变而引起的非弹性变形。而我们所建立的关系式 (7) 则是包含可动位错位置改变与新位错产生两者所引起的非弹性变形。在变形的初始时刻晶体内的可动位错密度 d_{m0} 不可能超过晶体内的初始总位错密度 d_{t0} , 而位错的运动速度也有以声速为上限的限制, 因此仅由于可动位错的运动而引起的塑性应变率是有上限的。但是等效可动位错却由于有新位错的产生而可以大大超过 d_{t0} 。因而, 值得注意的是, 如果在实验中测量到的应变率比由 Orowan 方程按材料内已经存在的全部位错都以声速运动而算出的应变率还要高时, 我们不应该怀疑测量出了问题, 而应考虑材料内有大量的新位错产生, 此时材料内的等效可动位错密度可以远大于材料的初始总位错密度。这时材料的塑性变形主要来自新位错的产生而原位错的运动则居次要地位。事实上, 在强冲击加载下, 就必然会出现这种情况。还有用经过充分退火的材料进行动态加载实验时也很容易出现这种情况。

2.2 恒定结构下的非弹性应变率方程

把文献 [2] 中位错运动的速率方程代入非弹性应变率方程的等效形式, 即得到恒定结构下的非弹性应变率方程

$$\dot{V} = Hb d_{m, \text{eff}} v_0 \exp \left[- \frac{\Delta G(f, p, T, S_1, S_2, \dots, S_N)}{kF} \right] \quad (9)$$

其中:

$$\overline{\Delta G} = \begin{cases} \overline{\Delta G}_0 \ln\left(\frac{\dot{\gamma}^{\text{FR}}}{\dot{\gamma}}\right), & (m = 1) \\ \overline{\Delta G}_0 \left| 1 - \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}^{\text{FR}}}\right)^{1-m} \right|^q, & (0 \leq m < 1) \\ \overline{\Delta G}_0 \left| \left(\frac{\dot{\gamma}^{\text{FR}}}{\dot{\gamma}}\right)^{m-1} - 1 \right|, & (m > 1) \end{cases} \quad (10)$$

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 - \left(\dot{\gamma}_0 + \frac{B}{b} \frac{\dot{V}^p}{Hb d_{\text{m,eff}}} \right) \quad (11)$$

如果记 $\dot{V}_0 = Hb d_{\text{m,eff}0}$ 为参考应变率, 则 \dot{V}_0 就与微观结构参量 $d_{\text{m,eff}}$ 一一对应。

从式 (1) 和式 (4) 可以看到, 微观结构参量 d_{f} 又是与 $\dot{\gamma}^{\text{FR}}$ 或 $\dot{\gamma}$ 是一一对应的。式 (10) 告诉我们, 激活能仅与等效可动位错密度 $d_{\text{m,eff}}$ 和最大障碍阻力 $\dot{\gamma}^{\text{FR}}$ 这两个微观结构参量有关。而这两个微观结构参量又分别一一对应于参考应变率 \dot{V}_0 和力学门槛应力 $\dot{\gamma}$ (或总位错密度 d_{f}), 因此, 可将函数 $\overline{\Delta G}(\dot{\gamma}, p, T, S_1, S_2, \dots, S_N)$ 简记为 $\overline{\Delta G}(\dot{\gamma}, p, T, \dot{\gamma}, \dot{V}_0)$ 。

3 函数 $S(\dot{V}^p, p, T, S_1, S_2, \dots, S_N)$ 的确定

由式 (9) 我们可得到 $S(\dot{V}^p, p, T, S_1, S_2, \dots, S_N)$ 的具体形式为

$$S(\dot{V}^p, p, T, S_1, S_2, \dots, S_N) = \begin{cases} \left| \frac{\dot{V}^p}{\dot{V}_0} \right|^{\frac{kT}{\overline{\Delta G}_0}}, & (m = 1) \\ \left| 1 - \left[\frac{kT}{\overline{\Delta G}_0} \ln \frac{\dot{V}_0}{\dot{V}^p} \right]^{\frac{1}{q}} \right|^{\frac{1}{1-m}}, & (0 \leq m < 1) \\ \left| 1 - \left[\frac{kT}{\overline{\Delta G}_0} \ln \frac{\dot{V}^p}{\dot{V}_0} \right] \right|^{\frac{1}{1-m}}, & (m > 1) \end{cases} \quad (12)$$

可以看到, 函数 $S(\dot{V}^p, p, T, S_1, S_2, \dots, S_N)$ 仅与一个结构参量——等效可动位错密度 $d_{\text{m,eff}}$ 或与之——对应的 \dot{V}_0 有关。因此, 可以把函数 $S(\dot{V}^p, p, T, S_1, S_2, \dots, S_N)$ 简记为 $S(\dot{V}^p, p, T, \dot{V}_0)$ 。

注意到 (1)、(4) 式和 (12) 式, 很容易从 (3) 式看到流动应力是材料当前微观结构 ($\dot{\gamma}$ 和 \dot{V}_0) 及应变率和温度的简单函数。

4 结构参量的演化规律

在充分退火的单晶体中, 位错密度的典型值是 $d_{\text{f}} = 10^{10} \text{m}^{-2}$ 。通过准静态加载变形到 10% 的应变后, 晶体内位错密度的典型值为 $d_{\text{f}} = 10^{14} \text{m}^{-2}$ 。因此, 位错的增殖 (包括原有可动位错的长大和新位错的产生) 是描述晶体塑性变形的一个重要方面。正是位错密度和组态的不同决定了材料塑性响应的差别。

结构演化是伴随着塑性变形的必然的微观过程。并且这种结构演化影响着材料的进一步变形行为。然而, 在材料的变形过程中, 其内部结构的演化却是一个非常复杂的过程。因此, 尽管结构演化对塑性变形行为的描述是如此重要, 但无论是在理论上还是在实验上对它的了解都还是相当缺乏的。令人鼓舞的是对应变率历史效应和温度历史效应的广泛

深入研究使我们获得了大量的结构演化规律的有益信息。

研究表明^[3], 虽然材料的当前力学行为取决于材料的当前内部结构状态, 但它对材料的内部结构状态的细节并不十分敏感。因此, 我们可以对结构演化的宏观效果作出合理的唯象描述。

解释材料的加工硬化现象在宏观描述上有三种途径: 一种是认为随变形的增大, 等效可动位错密度减少, 要保持材料的原有应变速率就需增大位错的运动速度, 也就是要提高外加应力, 从而产生加工硬化; 另一种是认为随着变形的增大, 等效可动位错密度几乎不变, 但位错的运动阻力增大了, 而要位错以原来的速度运动就需要增大外加应力, 这也使材料产生加工硬化; 第三种是同时考虑可动位错密度和位错运动阻力随变形的变化, 但这将使问题变得非常复杂。下面我们将遵循假定等效可动位错密度几乎不随应变的改变而变化的方法来建立材料行为的本构描述。材料的加工硬化将体现在障碍阻力 (或力学门槛应力) 的演化规律上。

4.1 力学门槛应力的演化规律 (加工硬化率)

由于材料的加工硬化主要来自障碍阻力 \hat{P} (或力学门槛应力 \hat{f}) 的演化, 因此, 我们可用力学门槛应力的演化规律来代表材料的加工硬化特征。

材料的加工硬化率定义为

$$\theta = \left. \frac{\partial \hat{f}}{\partial \hat{P}} \right|_{\dot{V}, T} \quad (13)$$

在不考虑非热内应力随变形的变化时, 则由式 (3) 可知

$$\theta = S(\dot{V}, p, T, \dot{V}_0) \left. \frac{\partial \hat{f}}{\partial \hat{P}} \right|_{\dot{V}, T} \quad (14)$$

因此材料的加工硬化率与力学门槛应力的演化规律

$$\hat{\theta} = \left. \frac{\partial \hat{f}}{\partial \hat{P}} \right|_{\dot{V}, T} \quad (15)$$

是直接对应的。

力学门槛应力的演化 (或加工硬化) 是位错的积累与动态回复的竞争, 一种描述这种对立统一过程的基本方程是

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}_0 - \hat{\theta}_r(T, \dot{V}, \hat{f}) \quad (16)$$

这里 $\hat{\theta}_0$ 是由于位错的积累而致的硬化, 而 $\hat{\theta}_r$ 则由于是动态回复而产生的软化。上式还可写成为

$$\hat{\theta}_0 = \hat{\theta}_0 [1 - F(T, \dot{V}, \hat{f})] \quad (17)$$

的等价形式, 而 $F(T, \dot{V}, \hat{f})$ 为新的表征动态回复的函数。将式 (16) 用于各种 F. C. C. 纯金属及其合金, 对在较宽的温度但较窄的应变率范围的实验测量^[4] 得出了这样的结论, 即式 (16) 右端的第一项近似为常数, 并等于晶体第二阶段加工硬化的硬化率 $\dot{\epsilon}_2/20$ 。

根据式 (16) 所表达的模型, 加工硬化的温度和应变率依赖性是通过动态回复来体现的。动态回复的温度和应变率相关性被认为是在把初始储存的位错调整到低能状态过程中热激活影响的结果。

近年来在较宽的应变率范围 ($10^{-4} \text{ s}^{-1} \sim 10^4 \text{ s}^{-1}$) 进行的实验测量^[5, 6] 表明, 材料的初始

加工硬化率 $\dot{\theta}_0$ 也是应变率相关的, 并且在高变率下, 这种相关性表现得相当突出 Follansbee 和 Kocks^[3] 从对实验曲线的分析中所得到的经验关系为

$$\dot{\theta}_0 = C_1 + C_2 \ln \dot{V} + C_3 \dot{V} \quad (18)$$

这里 C_1 , C_2 和 C_3 为常数。对高纯 (99.99%) OFE 铜, 上述各常数分别为 $C_1 = 2390 \text{ MPa}$, $C_2 = 12 \text{ MPa} [\ln \text{s}^{-1}]^{-1}$ 及 $C_3 = 0.034 \text{ MPa} \cdot \text{s}$ 。对材料表现出加工硬化的初始值具有应变率相关性的现象, 目前还完全是一个从材料性能测量中得到的实验事实, 还没有提出可解释此现象的微观机理。Follansbee 和 Kocks 所建议初始加工硬化率的应变线性相关关系被认为是过强了。较为合理的可能是应变率的平方根依赖关系^[7]。另一方面, 在大于 10^6 s^{-1} 的应变率下由式 (18) 还会得到硬化模量超过弹性模量的不现实结果。因此 Follansbee-Kocks 模型将不能应用于 10^6 s^{-1} 以上的应变率范围。为此, 我们建议一种能较好地符合实验结果同时又能满足硬化模量以弹性模量为极限条件的函数关系

$$\dot{\theta}_0(\dot{V}) = \exp \left[- \frac{A}{1 + B_1(\dot{V})^r + \left(\frac{\dot{V}}{C_1}\right)^2} \right] \quad (19)$$

其中 A , B_1 , C_1 和 r 为常数。综上所述, 我们可将力学门槛应力演化规律 (或加工硬化度) 表达成如下的一般形式

$$\dot{\theta}_0 = \dot{\theta}_0(\dot{V}) [1 - F(\dot{V}, T, \dot{\epsilon})] \quad (20)$$

加工硬化率将由于动态回复而随应变率的增大逐渐减少并趋于饱和。材料在不同的应变率范围内有不同的饱和行为现象, 具体地说就是: 在 10^4 s^{-1} 以下的应变率范围内几乎不能观察到饱和行为的出现; 而在 10^5 s^{-1} 以上的应变率范围内材料很快显示出饱和行为。这就明确告诉我们, 在这两个应变率范围内应对应着两种不同的饱和机理在起作用。我们建议如下的可统一描述整个应变率范围的饱和行为的饱和应力表达式

$$\dot{\epsilon}_s = \dot{\epsilon}_{s10} \left[\frac{\dot{V}}{\dot{V}_{s10}} \right]^{g_1 - b_3} \exp \left[- \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_c} \right)^8 \right] + \dot{\epsilon}_{s20} \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_{s20}} \right)^n \exp \left[\frac{n \Delta Q_1}{kT} \right] \exp \left[- \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_c} \right)^8 \right] \quad (21)$$

这里 $\dot{\epsilon}_{s10}$, $\dot{\epsilon}_{s20}$, \dot{V}_{s10} , \dot{V}_{s20} , g_1 , n , \dot{V}_c 和 ΔQ_1 为材料常数。开关因子 $\exp \left[- \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_c} \right)^8 \right]$ 和 $\exp \left[- \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_c} \right)^8 \right]$ 表达了一种微观过程作用的衰减和出现, 它们理应具有一定的物理意义, 但是目前还只能把它们当作一种经验性的建议。

一种由 Follansbee 和 Kocks^[5] 所建议的函数 F 的经验形式为

$$F(\dot{V}, T, \dot{\epsilon}) = \tanh \left(2 \frac{\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_f}{\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_f} \right) / \tanh(2) \quad (22)$$

由此而得到的加工硬化率的描述可与 OFE 铜等材料实验数据有很好程度的符合。在小变形下, 式 (22) 可近似成为 Voce 加工硬化行为。

4.2 \dot{V}_0 的函数关系

根据 \dot{V}_0 的定义, 其演化规律就是等效可动位错密度的演化规律。前面已经指出, 我们将遵循等效可动位错密度是几乎不随应变的发展而变化的假定。这说明了等效可动位错密度的演化规律为

$$\frac{\partial \rho_{\text{eff}}}{\partial \dot{V}} = 0 \quad (23)$$

因此 \dot{V}_0 的演化规律也是

$$\frac{\dot{\dot{V}}_0}{\dot{V}^2} = 0 \quad (24)$$

Shioiri^[8]曾用超声衰减法测量过随应变率的变化可动位错密度的改变情况, 其结论是可动位错密度随应变率的增大而增大, 随应变率的减小而减小。Clifton^[9]及 Kopp, Clifton 和 Shawk^[10]通过对材料的动态力学性质实验结果的分析也得出了同样的结论。等效可动位错密度包含可动位错密度和新产生的位错两个方面。其对应变率的依赖关系视应变率的不同有如下三种情况: 1 根据式 (9), 从位错运动具有声速极限的事实来看, 在极高应变率下, 等效可动位错密度应与应变率成正比, 否则就会出现应变率有上限或位错速度超过声速的情况。2 对材料在低应变率下 (应变率小于 10^4 s^{-1}) 的力学行为的分析表明这时可将等效可动位错密度视为常数而能给出对实验结果的很好的拟合^[3]。3 注意到在弱激波加载条件下材料的响应是 $\propto (\dot{V}^{1/2})$ 关系^[11], 这表明在弱激波加载的应变率范围内 ($10^6 \sim 10^8 \text{ s}^{-1}$) 等效可动位错密度又是与应变率的平方根成正比的。通过以上分析, 我们已可确定等效可动位错密度与应变率之间的一般关系。等价地, \dot{V}_0 的应变率依赖关系也就可以确定了, 具体地可写成

$$\dot{V}_0 = \dot{V}_{00} + C' (\dot{V})^{1/2} + D' \dot{V} \quad (25)$$

其中 \dot{V}_{00} 为常数, 它表示了低应变率下等效可动位错密度的大小。上式右端第二项则表示了在弱激波加载条件下的 $\propto (\dot{V}^{1/2})$ 关系, 而第三项则体现了在极高应变率下位错运动速度不超过声速的事实。式 (25) 中的参数 C' 和 D' 是与温度有关的函数。根据 Kopp, Clifton 和 Shawk^[10] 的分析, \dot{V}_0 应随温度的上升而增大, 以最终得出热软化的结果。我们建议 C' 和 D' 的温度相关函数为

$$C' = CB(T) \exp\left(-\frac{n\Delta Q_1}{kT}\right) \quad (26)$$

和

$$D' = DB(T) \exp\left(-\frac{n\Delta Q_1}{kT}\right) \quad (27)$$

其中 C 和 D 为常数。这样我们就得到了完整的 \dot{V}_0 的函数关系表达式

$$\dot{V}_0 = \dot{V}_{00} + (C \sqrt{\dot{V}} + D \dot{V}) B(T) \exp\left(-\frac{n\Delta Q_1}{kT}\right) \quad (28)$$

5 本构模型的一般形式

通过前面各节, 我们已得到完整的描述金属材料的热粘塑性响应的一维形式本构模型。把模型中的剪应力、剪应变和剪应变率用相应的等效剪应力, 等效剪应变和等效剪应变率代替, 我们就得到一般形式的热粘塑性本构模型表达式。考虑到材料的总变形是弹性变形与塑性变形之和, 因此, 一般可将总应变率张量 \dot{X}_y 表示成弹性部分 (\dot{X}_y^e) 和粘塑性部分 (\dot{X}_y^v) 之和

$$\dot{X}_y = \dot{X}_y^e + \dot{X}_y^v \quad (29)$$

弹性应变率由 Hooke 定律之时间微商得到

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \dot{e}_{ij} - \frac{\nu}{E} \dot{e}_{kk} W_{ij} \quad (30)$$

这里: ν 是泊松比, E 为杨氏模量。粘塑性应变率则表示成为

$$\dot{\epsilon}_{ij} = H \frac{\dot{f}}{\partial e_{ij}} \quad (31)$$

这里 H 为等效塑性应变率, 其定义为

$$\dot{V}^p = H \left(2 \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \right)^{1/2} \quad (32)$$

一般说来它是外加应力和变形历史的函数

$$\dot{V}^p = H(\bar{\sigma}, \bar{\sigma}, \dot{V}_0) \quad (33)$$

其中 $\bar{\sigma}$ 是等效剪应力, 并且

$$\bar{\sigma} = \left(\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} \right)^{1/2} \quad (34)$$

而 S_{ij} 则为应力偏量, 其定义为

$$S_{ij} = e_{ij} - \frac{1}{3} e_{kk} W_{ij} \quad (35)$$

假定材料是各向同性的并且在变形过程中仍保持各向同性, 那么这种各向同性应变硬化材料的塑性流动势函数就是 Huber-Mises 函数

$$\bar{f}(S_{ij}) = \bar{\sigma} = \left(\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} \right)^{1/2} \quad (36)$$

通过用相应的等效量代替后由式 (9)、(10) 和式 (11) 可得到等效可动塑性应变率方程 (33) 的具体形式为

$$\dot{V}^p = \dot{V}_0 \exp \left[- \frac{\Delta G(\bar{\sigma}^*, p, T, \bar{\sigma}^*, \dot{V}_0)}{kT} \right] \quad (37)$$

其中:

$$\Delta G = \begin{cases} \Delta G_0 \ln \left[\frac{\bar{\sigma}^{FR}}{\bar{\sigma}^*} \right], & (m = 1) \\ \Delta G_0 \left| 1 - \left[\frac{\bar{\sigma}^*}{\bar{\sigma}^{FR}} \right]^{1-m} \right|^q, & (0 \leq m < 1) \\ \Delta G_0 \left| \left[\frac{\bar{\sigma}^{FR}}{\bar{\sigma}^*} \right]^{m-1} - 1 \right|, & (m > 1) \end{cases} \quad (38)$$

$$\bar{\sigma}^* = \bar{\sigma}_- \left[\bar{\sigma}_+ + \frac{B}{b} V_0 \frac{\dot{V}^p}{V_0} \right] \quad (39)$$

和

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}^p + \bar{\sigma}^f \quad (40)$$

而力学门槛应力 $\bar{\sigma}^f$ 和参考应变率 \dot{V}_0 的演化规律和函数关系亦如 4 节中的相应各式。这样, 我们就得到了一般形式的弹-热粘塑性本构方程

6 与实验结果的对比

我们将仅以 $0 \leq m < 1$ 时的本构模型为例来确定其应用于纯铜时的模型常数, 并考察

其对实验结果的拟合精度以及对应变率效应、应变率历史效应和温度效应等力学性质的描述能力等。位错的粘性阻力系数 B 与温度的依赖关系在 Debye 温度 θ_D 附近及其以上都可用一线性函数

$$B(T) = B(\theta_D) \left(\Delta + h \frac{T}{\theta_D} \right) \tag{41}$$

表示^[11]。其中, $B(\theta_D)$ 为在 Debye 温度处的 B 值, 且 Δ 和 h 为常数。考虑到高应变率下的绝热过程, 可认为塑性功的百分之九十五都转换为热能, 由此而导致的温度上升为

$$T = T_0 + \frac{0.95}{d c_p} \int_0^X \sigma dX \tag{42}$$

这里: d 为密度, c_p 为比热, T_0 为初始温度。

表 1 纯铜的物理常数

Table 1 Physical constants of pure copper

| σ / GPa | $d / (\text{kg} / \text{m}^3)$ | $c_p / (\text{J} / \text{kg} \cdot \text{K})$ | b / m | $B(\theta_D) / \text{MPa} \cdot \text{s}$ | Δ |
|-----------------------|--------------------------------|---|------------------------|---|----------|
| 44 | 8940 | 386 | 2.55×10^{-10} | 1.92×10^{-11} | 0.7 |
| h | θ_D / K | $v_0 / (\text{m} / \text{s})$ | M | $k / (\text{J} / \text{K})$ | |
| 0.3 | 331 | 2130 | $\sqrt{3}$ | 1.38×10^{-23} | |

表 2 纯铜的材料常数

Table 2 Material constants of pure copper

| f / MPa | $\hat{f}_{s10} / \text{MPa}$ | $\hat{f}_{s20} / \text{MPa}$ | q | m | g_0 | g_1 |
|----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------|-------|
| 23.1 | 519.6 | 509.8 | 1 | 1/3 | 1.6 | 0.312 |
| $\dot{V}_{00} / (\text{s}^{-1})$ | $\dot{V}_{s10} / (\text{s}^{-1})$ | $\dot{V}_{s20} / (\text{s}^{-1})$ | A | $B_1 / (\text{s}^{-1/4.5})$ | $C_1 / (\text{s}^{-1})$ | r |
| 1.73×10^7 | 1.07×10^{11} | 1.73×10^{17} | 2.96 | 9.29×10^{-3} | 1.73×10^5 | 4.5 |
| n | $C / (\text{s}^{-1/2})$ | D | $\dot{V}_c / (\text{s}^{-1})$ | $\Delta Q_1 / \text{J}$ | T_0 / K | |
| 1/5.2 | 1.23×10^6 | 161.4 | 3.46×10^4 | 9.6×10^{-20} | 295 | |

前述本构模型中共出现了 31 个材料常数, 但其中有 11 个是物理常数, 可从物理常数手册中查取, 还有一个是初始温度, 因此, 真正需要从力学实验中确定的参数只有 19 个。考虑到模型具有描述温度效应、应变率效应、应变率历史效应、温度历史效应和加工硬化等力学行为的能力, 特别是注意到模型所适用的应变率范围是从准静态 (10^{-4}s^{-1}) 到超高速碰撞 (10^{12}s^{-1}) 的极为广阔的区域, 这就更显出本模型的合理性。纯铜的 11 个物理常数已列入表 1 中。表 2 是纯铜的材料常数总汇。

6.1 恒应变率下的应力-应变曲线

图 1 是力学门槛应力与应变和应变率关系的理论与实验结果^[5]的对比。很明显, 理论描述与实验数据相当接近。由于在 10^4 s^{-1} 以下的应变率范围内, 本文模型与 Follansbee-Kocks 模型的唯一差别在 $\hat{\theta}_0(\dot{X}^p)$ 的函数形式, 而本文的修正与 Follansbee-Kocks 的原始函数在 10^4 s^{-1} 以下的应变率范围内几乎是重合的, 如图 2 所示。因此本文模型将能给出在

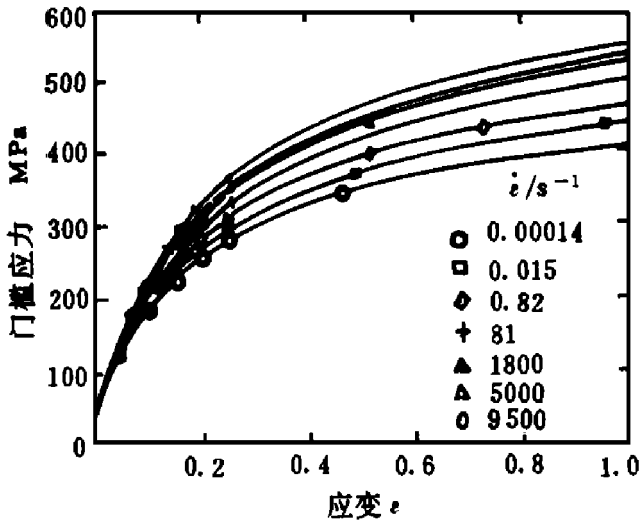


图 1 方程 (19) 对文献 [5] 中力学门槛应力的测量结果的对比

Fig. 1 Comparison the results of equation (19) to the mechanical threshold data of [5]

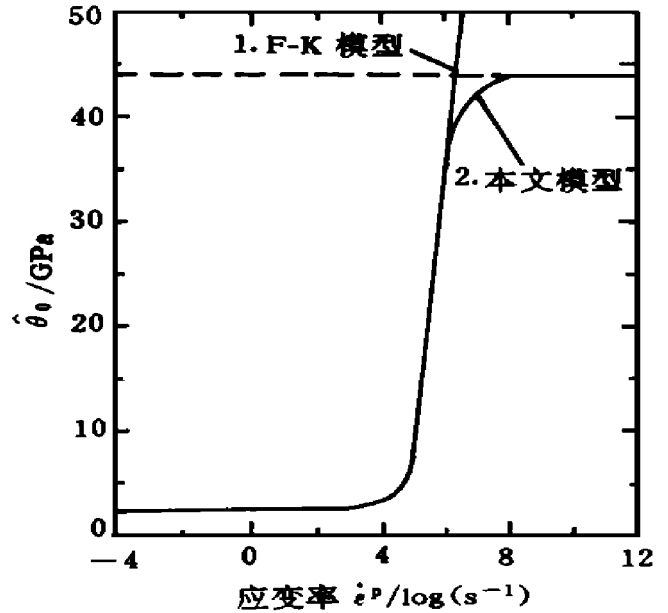


图 2 $\hat{\theta}_0(\dot{X}^p) \sim \dot{X}^p$ 曲线

Fig. 2 $\hat{\theta}_0(\dot{X}^p) \sim \dot{X}^p$ Curves

1. F-K model; 2. Present model

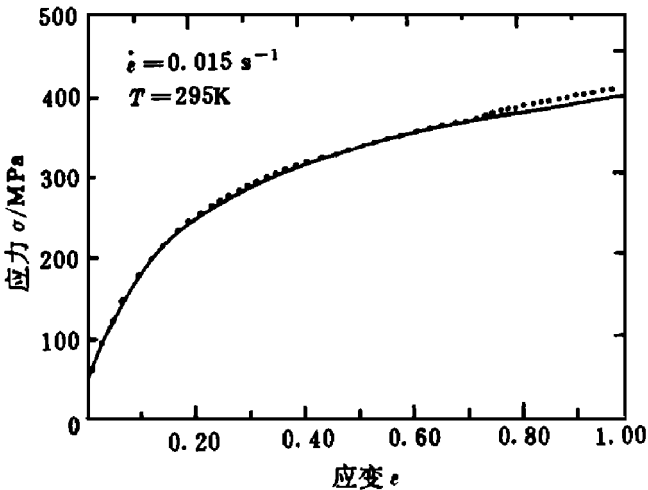


图 3 模型预言的应力-应变曲线与实验结果的对比

Fig. 3 Comparison of model curve with experimental results

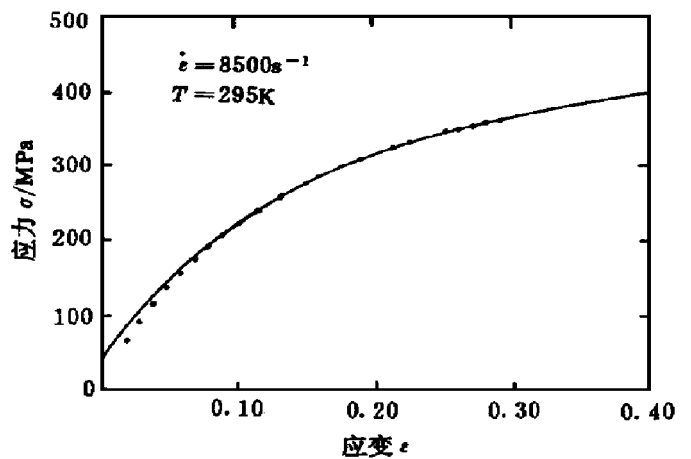


图 4 模型预言的应力-应变曲线与实验结果的对比

Fig. 4 Comparison of model curve with experimental results

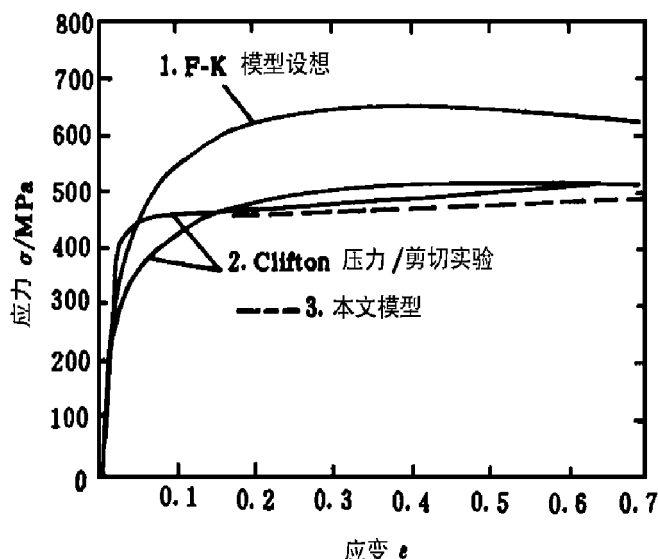


图 5 $\dot{\epsilon} = 6.4 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$, $T = 295\text{K}$ 的理论曲线与实验结果的对比

Fig 5 Predictions of the model and comparison with experimental results for $\dot{\epsilon} = 6.4 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ and $T = 295\text{K}$

1 Model prediction (F-K); 2 Clifton's pressure/shear experiment; 3 Present model

10^4 s^{-1} 到 10^8 s^{-1} 的应变率范围内与 Follansbee-Kocks模型同样好的对实验结果的描述,如图 3和图 4所示。在图 1至图 4中同时绘出了本文模型曲线和 Follansbee-Kocks模型曲线及 Follansbee和 Kocks^[5]原文中所给出的实验曲线。可以看出理论预言与实验结果是非常一致的。图 5是与 Clifton的压剪实验结果的对比。这里本文模型在与实验结果的符合程度上与 Follansbee-Kocks模型相比有了很大程度的改进。本文模型还有进一步描述更高应变率下的应力-应变行为的能力,而这却是 Follansbee-Kocks模型所不能的。

6.2 饱和应力与应变率的关系

图 6是力学门槛应力的饱和值与应变率的关系曲线。可以看到 $10^4 \sim 10^6 \text{ s}^{-1}$ 的应变率区域为饱和机理的转变区。在小于 10^4 s^{-1} 的应变率区域内,力学门槛应力的饱和值远大于实验所测量到的流动应力值。这说明在此应变率区域内材料的加工硬化强度应较为平缓,在实验测量的应变范围内,材料的加工硬化还远未达到饱和。而在应变率大于 10^6 s^{-1} 的区域内,流动应力很快达到饱和。这就要求材料的初始加工硬化程度较高,以使材料在较小的应变下就出现饱和现象。图 2所示的初始加工硬化率的应变率相关性正好说明了这一点。图 7是流动应力的饱和值与应变率关系的理论曲线和实验值的比较。在 10^4 s^{-1} 以下的应变率区域,我们则用 15%的应变下的流动应力绘入图中。很明显,理论曲线与实验数据符合得很好。图中还显示了在 10^6 s^{-1} 到 10^8 s^{-1} 应变率范围内流动应力的应变率敏感性要高于 10^6 s^{-1} 以下和 10^8 s^{-1} 以上的应变率范围的应变率敏感性。这是由于位错的粘性阻尼效应影响的结果。Swegle和 Gady^[12]关于弱激波结构的分析所得到的在 $10^6 \text{ s}^{-1} \sim 10^8 \text{ s}^{-1}$ 应变率范围内近似有 $\rho \propto (\dot{V})^{1/2}$ 关系的结论,与由本文模型所得到的在此应变率范围内的流动应力与应变率关系的理论结果是一致的。而在更高的应变率下 ($> 10^9 \text{ s}^{-1}$),本文理论给出 $\rho \propto (\dot{V})^{1/3}$ 的结论,这又与 Preston, Tonks和 Wallace^[13]对强冲击效应的分析所得出的结论完全一致。这说明本文模型具有统一描述从 10^4 s^{-1} 到 10^{12} s^{-1} 应变率范围的应力-应变关系的能力,并能给出与实验数据相一致的理论描述。

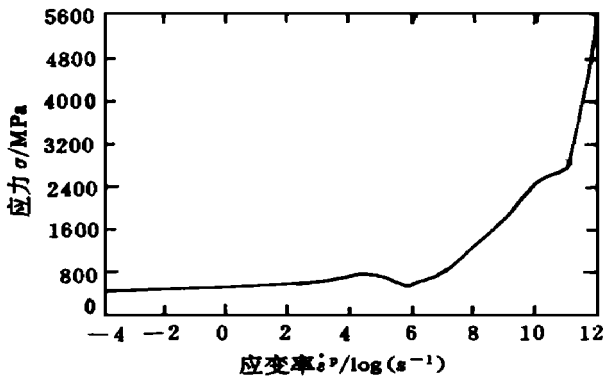


图 6 力学门槛应力的饱和值与应变率关系的曲线

Fig. 6 Variaton of the saturation mechanical threshold stress with strain rate

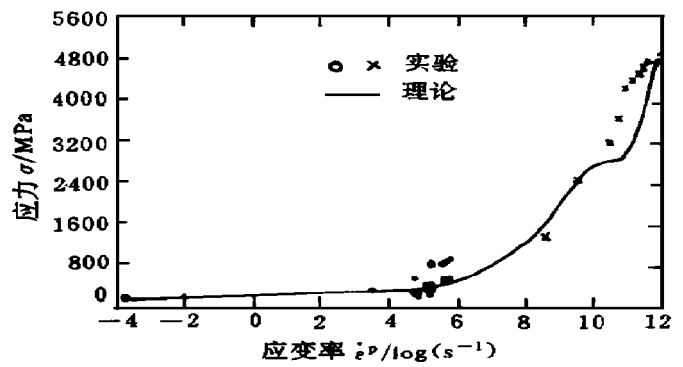


图 7 流动应力的饱和值与应变率效应关系的曲线

Fig. 7 Variaton of the saturation flow stress with strain rate
1 Experimental 2 Theoretical

7 讨 论

7.1 流动应力与位错密度

在给定的温度和应变率下, 式 (3)可写成

$$f = T_b \sqrt{\rho_r} + f_0 \tag{43}$$

的形式, 其中 $T = S(\dot{V}, T, \dot{V}_0)^\alpha$ 及 $f_0 = f_+ S(\dot{V}, T, \dot{V}_0)^\beta + f_-$ 为常数. 式 (43)是材料科学研究中的一个基本实验公式, 已为大量的实验事实所证实. 而基于不同的位错机理而提出的种种加工硬化理论都最终给出了流动应力与位错密度的平方根成正比的依赖关系式 (43). 这也说明了材料的力学性质对微观过程的模型细节并不敏感的特点.

除了式 (43)外, 另一个广泛成立的联系位错胞尺度和流动应力的经验关系是

$$f = \frac{Kb}{\bar{D}} + f_0 \tag{44}$$

这里: \bar{D} 为位错胞的平均直径, 而 K 则是一个接近于 10 的常数. 值得注意的是, 从低到蠕变变形的应变率到高至压-剪波加载的应变率都可用同一个方程 (44)式来联系纯铜的流动应力和位错胞的平均直径^[14], 其对应的流动应力和位错胞直径的数值范围超过了一个量级, 而应变率则跨越了 12 个量级. 正如 Clifton 所指出的, 式 (44)中的常数 K 的值可从考虑在距离约为 $0.3\bar{D}$ 的障碍之间的位错段的向外弓出中近似得到. 这似乎意味着在如此宽的应变率范围内, 铜的塑性流动机理都是位错从胞壁中弓出并扫过胞的过程.

事实上, 在位错形成胞结构的情形下, 式 (43)和式 (44)是等价的. 实验指出^[14]

$$\bar{D} \sqrt{\rho_r} = \text{const} \tag{45}$$

比较式 (43)和式 (44)可得上式中的常数为 K/Γ . 不管在变形过程中位错结构的演化是否形成胞状结构, 式 (43)所给出的流动应力与位错密度的平方根成正比的结论都是普遍的. 我们所给出的本构模型描述与这种普遍的实验事实相一致.

7.2 应变率敏感性和应变率历史效应

材料的名义应变率敏感性来自两部分: 一个是在给定结构下的真应变率敏感性 U_1 , 另一个是结构演化 (或加工硬化) 的应变率敏感性 U_2 , 即

$$U = U_1 + U_2 \quad (46)$$

不同的材料在不同的应变率范围内的名义应变率敏感性的主要来源各不相同。对 F. C. C. 金属材料来说, 目前已有较为充分的实验证据, 而其它金属材料的实验证据则相对缺乏。因此, 下面的讨论将主要是针对 F. C. C. 金属材料的。

总的来说, 可根据 F. C. C. 金属材料的应变率相关性质的各种不同表现形式, 大致将应变率分为四个区域 (注意这里没有考虑蠕变变形的情形), 首先是低应变率区域, 其应变率大约在 10^4 s^{-1} 以下, 在此应变率区域内, 材料的加工硬化程度较平缓, 在实验测量的应变率范围内还远未观察到饱和现象的出现, 材料的加工硬化 (结构演化) 的应变率敏感性与真应变率敏感性大致相当。其次是中等应变率区域, 其应变率范围大致是 10^4 s^{-1} 到 10^6 s^{-1} , 在此应变率区域的一个突出特点是材料的加工硬化程度随应变率的提高而大大增强了, 材料的应力-应变曲线很快出现饱和行为, 这时材料的名义应变率敏感性主要来自加工硬化的应变率敏感性, 材料的剪切流动应力大约与剪应变率的五分之一一次方成正比。第三个是高应变率区域, 其应变率范围大致是 10^6 s^{-1} 到 10^8 s^{-1} , 在此应变率区域内材料的名义应变率敏感性进一步增大, 剪应力大约与剪应变率的二分之一一次方成正比, 这种应变率敏感性进一步增大, 而剪应力大约与剪应变率的二分之一一次方成正比, 这种应变率敏感性的进一步增大是由于位错的粘性阻尼机理起主导作用的结果。最后是极高应变率区域, 其应变率大于 10^9 s^{-1} , 在此应变率区域内, 材料的应变率敏感性比起前面的第三应变率区域来讲略有下降而与第二应变率区域的应变率敏感性相当, 这时材料的剪切流动应力大约与剪应变率的五分之一一次方成正比。这说明在此区域内等效可动位错密度将随应变率的增大而线性地增大, 位错的运动速度保持不变, 而材料的应变率相关性则是来自加工硬化的应变率相关性, 从而材料的应变率敏感性就自然与第二应变率区域的相当了。Preston, Tonks 和 Wallace^[13] 对 OFHC 铜和 1100 铝在强激波加载下的 $10^9 \sim 10^{12} \text{ s}^{-1}$ 应变率范围的实验结果即给出了如上的第四应变率区域的材料行为。

由此看来, 我们所发展的本构模型可以对 F. C. C. 金属材料从 10^4 s^{-1} 到 10^{12} s^{-1} 的应变率范围内的力学行为进行正确的描述, 并揭示各应变率区域材料的力学行为的应变率相关机理。

7.3 加工硬化

由 (4~15) 式可知, 材料的加工硬化率就是力学门槛应力的演化率。因此, 位错的粘性阻尼效应的引入并没有引起材料的初始理想塑性行为的出现。这也是对文献 [2] 所发展的描述大量位错集体运动平均行为的统一理论合理性的有力支持。事实上, 在运用传统作法, 即直接使用单个位错的结果来建立描述宏观力学行为的本构模型时都会导致应力-应变曲线的初始理想塑性行为或拉伸失稳出现, 这与实验事实不相符合。Swegle 和 G rady^[12] 通过对弱激波阵面结构的模拟与分析认为要准确描述激波结构, 则材料必须是加工硬化的而不是理想塑性的。我们所发展的模型正好体现了这一点。

7.4 温度相关行为

模型给出的流动应力的温度依赖特征是热软化,这与目前人们对金属材料的温度相关行为的普遍看法是一致的。并且,由于结构参量——力学门槛应力的演化是温度相关的,因此模型还具有描述温度历史效应的能力。

7.5 与其他模型的联系

对于 m 的三种取值范围,在低应变率 (应变率小于 10^4 s^{-1}) 和恒定结构下,本文模型即与三种典型的粘塑性本构模型相对应: (1) $m=1$ 时对应着幂函数形式的本构模型; (2) $m > 1$ 时对应着 Bonder-Partom 模型的基本形式; (3) $0 < m < 1$ 时对应着 Kocks-Argon-Ashby 模型。通过把力学门槛应力 (或与之等价的参考应力) 视为内变量并建立其演化规律,不同的作者以上述三种典型模型之一为基础而得到了各自的具体模型。尽管这些模型在表面上的千差万别,如果不考虑内变量的不同演化规律,它们都将归于上述三种典型的本构模型形式。并且,各模型对内变量的演化规律给出具体的建议时,其基本出发点都是硬化与软化的平衡。因此,可以说目前所流行的各种基于位错动力学的粘塑性本构模型在本质上都是建立在位错的热激活运动理论基础上的。从位错运动的热激活过程来看,前述三种典型的粘塑性本构模型又是对应着激活面积与驱动应力的负幂次依赖关系中的幂指数 m 的三种不同取值范围,因此,我们就从位错动力学的分析中看到了它们的内在统一性。

注意到不同的作者所提出的各种不同的具体模型都可对同一材料在相同应变率范围内的力学行为实验曲线给出同样精度的拟合,这也说明了宏观力学性质对微观过程的细节并不十分敏感的事实。

参 考 文 献

- 1 程经毅,周光泉. 见王自强,徐秉业,黄筑平编. 塑性力学与细观力学文集. 北京: 北京大学出版社, 1993 177
- 2 Cheng J Y, Zhou G Q, Tang Z P, *et al* In: S C Schmidt ed High Pressure Science and Technology—1993 America Institute of Physics, 1994 1153
- 3 Nabarro F N R, Bassinski Z S, Holt D B. *Adv in Phys*, 1964 13 193
- 4 Mecking H, Kocks U F. *Acta Metall* 1981, 29 1865
- 5 Follansbee P S, Kocks U F. *Acta Metall* 1988 36 81
- 6 Follansbee P S, Huang J C, Gray G T. *Acta Metall Mater* 1990 39 2337
- 7 Tonks D L, Johnson J N. In: Shock Compression of Condensed Matter—1989 North Holland 1989 333
- 8 Shioiri J, Satoh K, Nishimura K, In: K Kawata, J Shioiri Eds High Velocity Deformation of Solids—Springer-Verlag, 1978 50
- 9 Clifton R J. *J Appl Mech*, 1983 50 941
- 10 Klopp R W, Clifton R J, Shawki T G. *Mech Mater* 1985 4 375
- 11 Ashits V I, Indenbon V I. In: F R N Nabarro ed Dislocations in Solids Elsevier, 1986 6 43
- 12 Swegle J W, Gady D E. *J Appl Phys* 1985 58 692
- 13 Preston D L, Tonks D L, Wallaer C. In: Shock Compression of Condensed Matter—1991, Elsevier, 1992 423
- 14 Tong W, Clifton R J, Huang S. *J Mech Phys Solids* 1992 40 1251
- 15 Murr L E, Kuhmann-Wilsdorf D. *Acta Metall* 1978 26 847

A THERMO-VISCO-PLASTIC CONSTITUTIVE MODEL BASED ON PHYSICAL VARIABLES

Cheng Jingyi; Zhou Guangquan

(Department of Modern Mechanics University of Science and Technology of China, Hefei Anhui, P R China, 230026)

ABSTRACT By combining the general equation relating the plastic strain rate to the dislocation motion, generation and the unified theory of collective dislocation motion including both thermal activation and viscous drag effects which were proposed previously by the authors, and through the proposing of appropriate evolution laws of dislocation structure parameters, a kind of thermal viscoplastic constitutive model based on physical variables is obtained. Based on this model, the mechanisms of dynamical mechanical behaviour of metals are discussed.

KEY WORDS dislocation dynamics; constitutive model; viscoplasticity