

等高变截面梁冲击动荷系数计算的研究^{*}

王晓光

王一凡

(长沙铁道学院 长沙 410075)

(长沙铁路总公司 长沙 410005)

摘要 从能量守恒原理入手,分析了等高变截面(等强度)梁在受冲击物冲击并发生完全非弹性碰撞时的能量损失。最后给出了在计入梁的自身质量时动荷系数计算公式。

关键词 动荷系数 动能损失 非弹性碰撞

中图法分类号 O 347.1

1 实测值与理论值的比较

等强梁是等高变截面的一种特例,以往在实验室里是利用等强梁(如图 1)测定冲击荷载动荷系数的,通过试验发现,其理论值和实测值总是相差较远,这是因为用等强梁测定冲击荷载动荷系数时,一般都不考虑冲击碰撞过程中的动能损失。从文献 [1]可知,根据能量守恒定理,在理想状态下

$$m_1 g (H + Y_{Ad}) = \frac{1}{2} p_d Y_{Ad} \quad (1)$$

式中: Y_{Ad} 为等强度梁在 A 点的动挠度; p_d 为平均冲击力,即认为冲击物的位能全转换成了被冲击系统的变形能。并假设同样大小的冲击力与静压力在梁上产生相同的挠度

$$\frac{p_d}{m_1 g} = \frac{Y_{Ad}}{Y_{Aj}} \quad (2)$$

式中: Y_{Aj} 为冲击物 m_1 静放在梁的托盘上 A 点处的挠度。

由式 (1)、(2) 不难推导出动荷系数 K_d 的表达式

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{Y_{Aj}}} \quad (3)$$

式中 K_d 与冲击物的质量、冲击高度和梁的刚度有关,而与梁的质量无关,即没有把碰撞过程中的能量损失考虑在内。图 2 是利用电测法,在等强度梁上得出的一组数据描绘的冲击高度不同时动荷系数的理论值与实测值的比较曲线。可以看出,动荷系数的实测值普遍小于理论值,并且随着冲击高度的增加相差就越大。另外从图 3 还可看出,它们的相对误差却趋向一个稳定值,在 24% 左右波动。这说明,在理论值或实测值中存在着一个系统误差。 K_d 的实测值是冲击物静放在梁上时光线示波器光点跳动的高度值与冲击梁相同位置光点跳动高度的比值,即 $K_d = h_2 / h_1$ (实测值) 如图 4 所示。由于仪表系统的误差对静挠度

* 国家自然科学基金资助项目。

1995 年 3 月 17 日收到原稿, 12 月 5 日收到修改稿。

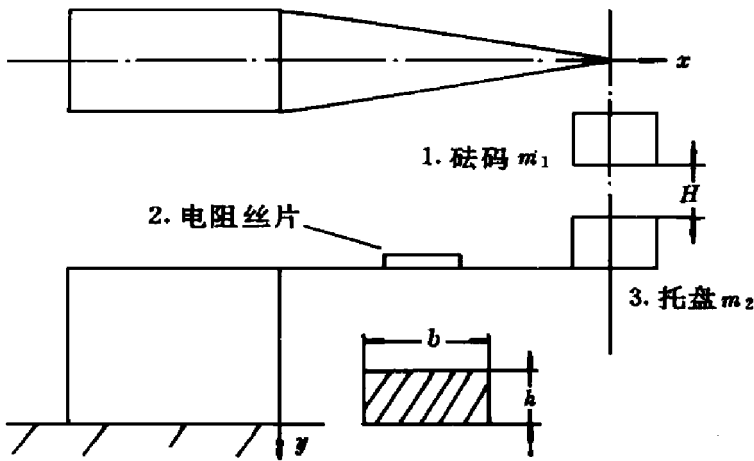


图 1 等强度梁

Fig. 1 Beam with equal strength

- 1 Weight m_1 ;
- 2 Strain gauge;
- 3 Tray m_2 [The test value]

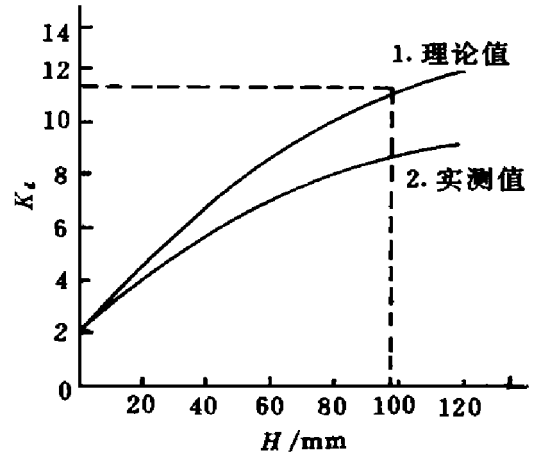


图 2 理论值与实测值比较

Fig. 2 Comparison of the theoretical value with that of the test

- 1 Theoretical value;
- 2 Test value

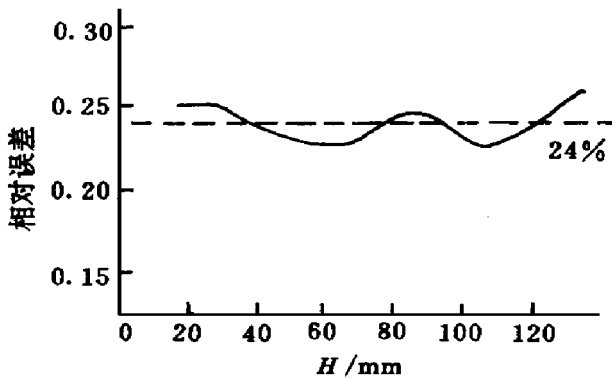


图 3 动荷系数相对误差

Fig. 3 The relative error of the impact loading constant

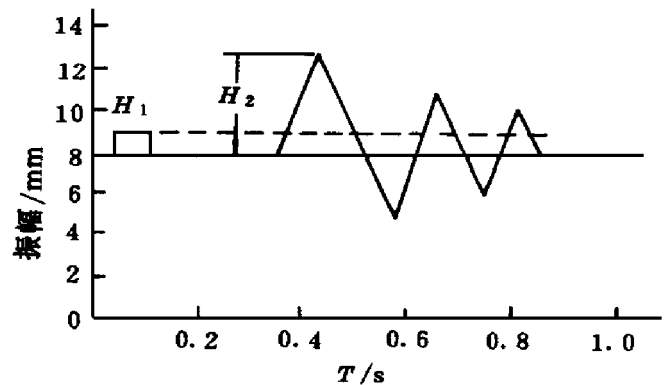


图 4 振动曲线

Fig. 4 Vibration wave

与动挠度的影响基本上是相同的, 因此它们的比值 K_d 的影响可以不予考虑, 即认为测量是准确的。这样就可以确定, 误差来自理论计算的一方。从前面的分析可知, 公式 (1)、(2)、(3) 没有考虑冲击碰撞过程中的动能损失。而在实际中, 我们在实验室里做模拟试验时, 所使用的实验台并不是处于理想工作状态, 受冲击梁与冲击物的质量相近 ($m_1 = 0.49\text{kg}$, $m_2 = 0.25\text{kg}$, $m_3 = 0.775\text{kg}$)。而且碰撞力也并不很大 (一般为冲击物自身质量的 5 至 15 倍)。为了找出能量损失与动荷系数的关系, 下面利用能量法, 从动能损失入手, 以等强度梁为例进行分析。

2 冲击过程的分析

2.1 梁的静位移能表达式

由动荷系数的物理意义知它可表示为

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{T_d}{U_j}} \quad (4)$$

式中的 U_j 为梁的静位移能

$$U_j = \int_L \frac{M^2(x) dx}{2EI_z(x)} \quad (5)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} M_2(x) &= p(L-x); \\ p &= m_1 g; \\ I_z(x) &= I_z(L-x)/L; \\ Y_A &= pL^3/2EI_z \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将已知参数代入 (5) 式, 得

$$U_j = \frac{1}{2} m_1 g Y_A \quad (7)$$

2.2 系统总动能表达式

在式 (4) 中 T_d 为冲击过程中冲击物 m_1 刚刚落在托盘 m_2 上, 发生完全非弹性碰撞时整个振动系统的总动能。它包括 m_1 、 m_2 、 m_3 质量体动能之和。等强度梁 m_3 一端固定, 沿 x 轴各点速度及位移都不一样, 因此必须与 m_1 、 m_2 分开考虑。首先考虑等强度梁 m_3 的动能 T_{d3} 。设在冲击荷载与静荷载作用下, 梁的扰度曲线可以用同一方程来近似描述, 即

$$EI_z(x) Y''(x) = p(L-x) \quad (8)$$

取边界条件 $x=0$ 时, $Y'(x)=0$, $Y(x)=0$ 解微分方程 (8), 得出任意截面扰度表达式

$$Y(x) = \frac{pL}{2EI_z} x^2$$

显然, 最大扰度发生在 $x=L$ 处

$$Y(x) = Y(L) \frac{x^2}{L^2}$$

因此, 梁 x 处的速度 $v(x)$ 与梁 $x=L$ 处的速度 v_1 的比值为

$$\frac{v(x)}{v_1} = \frac{x^2}{L^2}$$

由此, 在梁上任取一微段, 它的动能为

$$dT_{d3} = \frac{hQ}{2} b(x) v_1^2(x) dx = \frac{hbQv_1^2}{2} \left(\frac{x^4}{L^4} - \frac{x^5}{L^5} \right) dx \quad (9)$$

式 (9) 中 Q 为单位体积质量。整个梁的动能为

$$T_{d3} = \int_L dT_{d3} = \frac{1}{30} m_3 v_1^2 \quad (10)$$

下面再考虑 m_1 和 m_2 与整个系统的动能。当冲击物 m_1 刚刚落在托盘 m_2 上时, 冲击物、托盘、梁的 A 点处, 具有共同的速度 v_1 。可以把 m_1 和 m_2 看成一个质点。它的动能为

$$T_{d1,2} = \frac{1}{2} v_1^2 (m_1 + m_2)$$

到此, (10) 式中的 v_1 仍是未知数, 它不会正好等于冲击物 m_1 下落到碰撞前的末速度 $v(v$

= $\sqrt{2gH}$), 因为运动物体与相对静止的物体碰撞必定会带来动能损失。碰撞引起系统的动能损失为

$$\Delta T_d = \frac{1}{2}m_1v_2 - \frac{1}{2}v_1^2(m_1 + m_2 + \frac{m_3}{15}) \tag{11}$$

式 (11)还可以写成另一种形式

$$\Delta T_d' = \frac{1}{2}m_1(v - v_1)^2 + \frac{1}{2}(0 - v_1)^2(m_2 + \frac{m_3}{15}) \tag{11}$$

由于 $\Delta T_d = \Delta T_d'$, 所以可以得出

$$v_1 = \frac{v}{1 + \frac{m_2}{m_1} + \frac{m_3}{15m_1}}$$

在冲击过程中, 系统实际总动能为

$$T_d = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + \frac{m_3}{15})v^2 \tag{12}$$

到此, 我们就找到了减去碰撞过程中动能损失后, 系统实际动能与梁的质量间的关系。

3 修正后的动荷系数计算公式与结论

可以将 (7)、(12)式代入 (4)式可得出

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{\mathcal{H}}{(1 + \frac{m_2}{m_1} + \frac{m_3}{15m_1})Y_A}} \tag{13}$$

这就是在考虑了碰撞过程中的能量损失后, 等强度梁计入自身质量的动荷系数计算公式。用式 (12)计算出来的结果与实际测量的结果基本上吻合。图 5所示是不同冲击高度动荷系数的理论值与实测值的 K_d-H 曲线。它们的相对误差分布曲线如图 6所示。可以看理论值与实测值的相对误差在 7%左右波动。这 7%的误差来自两方面:

(1)冲击物在释放前是用磁性表座吸在砝码架上的(图略), 当需释放时便关闭磁极开关使砝码下落。实际上磁力对砝码的影响不可能完全消失, 因此, 如果考虑到砝码在冲击

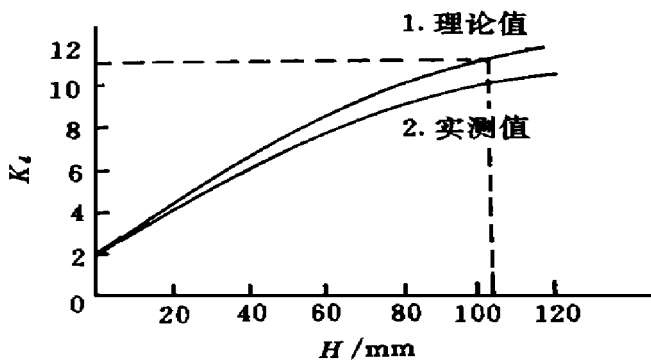


图 5 理论值与实测值比较
Fig 5 Comparison of the theoretical value with that of the test

1 Theoretical value 2 Test value

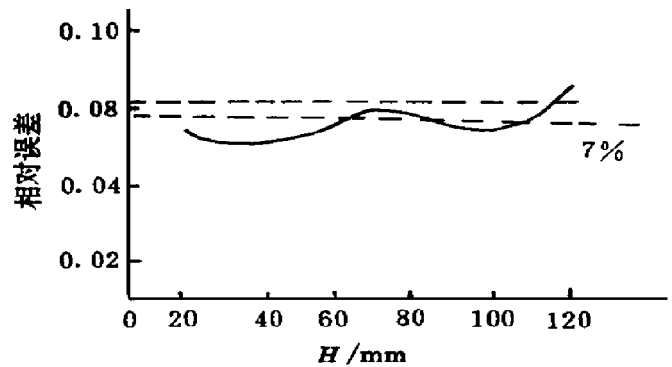


图 6 动荷系数相对误差
Fig 6 The relative error of the impact loading constant

开始时受磁力的影响, 计算出的冲击的折合高度 H' 一定会小于理论计算高度 H 。

(2) 在前面的分析中将碰撞过程理想化为完全非弹性碰撞, 这在实际实验中是很难做到的, 砝码在碰撞瞬间会有相对于托盘的回弹, 这样就有一小部分动能没有换成弹性变形能。而且这种回弹是一个随机量, 无法用解析式表达。因此, 实际测量值会小于理论值。

如果能够更加有效地减少上面两因素带来的误差, 实测值将会更接近式 (13) 计算的理论值, 误差会更小些。总之, 本文所给出 (13) 式的结果明显优于传统的 (3) 式。本文试验数据的精度基本符合工程测试的精度要求。因此证明前面所做的分析和推演是正确的。另外, 只要把 (6) 式中的 $M(x)$ 、 $I_z(x)$ 等做相应的改动, 就不难写出任意变截面梁的动荷系数表达式。如等宽变截面梁、斧形变截面梁等。

参 考 文 献

- 1 刘鸿文. 材料力学 (下册). 第二版. 北京: 高等教育出版社, 1983 104~ 111
- 2 张如一. 实验应力分析. 北京: 机械工业出版社, 1981 133~ 137

RESEARCH OF THE IMPACT LOADING CONSTANT OF A BEAM WITH EQUAL HEIGHT AND VARIABLE CROSS SECTIONS (BEAM OF EQUAL STRENGTH)

W ang X iaoguang^a, W ang Y ifan^b

(a *Changsha Railway University, Changsha, 410075*)

(b *Changsha Railway Head Office, Changsha, 410005*)

ABSTRACT From the point of view of energy conservation this paper analyses the loss-energy of a beam with equal height and variable cross sections (beam of equal strength) when the beam is impacted by an impactor under a non-elastic motion. The formula for calculation of the dynamic loading constant on consideration of the mass of the beam is obtained.

KEY WORDS impact loading constant; loss-energy, non-elastic impact