

# 二维爆轰波 DSD 方法的非定态解析解

洪滔 王继海

(北京应用物理与计算数学研究所 北京8009信箱 100088)

**摘要** 从 DSD 方法出发推导出爆轰波在药块和药柱中传播的运动方程,并对该方程进行简化,求出该方程的非定态解析解,在  $t \rightarrow \infty$  时,可以得到定态解,得到的解与实验符合得很好。

**关键词** DSD 方法 爆轰波

**中图分类号** O 381

## 1 引言

在实际的爆轰波后反应区是有宽度的,不同曲率的爆轰波其传播速度是不同的。此外爆轰波在传播过程中从炸药边界传进去的稀疏波使激波后的化学反应减慢,波速减小,爆轰波的形状也改变了。在理想爆轰中,炸药中的爆轰波以 CJ 速度传播,边界效应被忽略了。爆轰的激波动力学方法(简称 DSD 方法)就是将边界效应和曲率效应应用于散心爆轰波的方法。

DSD 方法是 Bdzil<sup>[1]</sup>和 Lambourn<sup>[2]</sup>等人发展起来的,它实际上是 Whitham 的激波动力学方法<sup>[3]</sup>(简称 SD 方法)在爆轰波中的推广。在 SD 方法中假定波后流场对激波阵面的影响可以忽略,并应用激波在流管中传播速度与面积的关系,得到激波阵面的运动方程。Lambourn 等<sup>[4]</sup>曾经利用强爆轰波的传播速度与面积的关系,得到爆轰波马赫杆的增长。在 DSD 方法中,由于爆轰波中激波后反应区结束处有一声速边界,因而流场对波面的影响可以忽略,这样正好符合激波动力学方法中的假定。DSD 方法还假定爆速与波面曲率存在某种关系,因而无需利用 SD 方法中波速与流管面积的关系就可以解出爆轰波面的解。

Bdzil 通过对反应区动力学的分析发现,如果爆轰波面曲率半径远大于化学反应区宽度,爆轰波激波速度仅是波面曲率的函数,并在一定的化学反应率下推导出激波速度与波面曲率为一线性关系

$$D_n = D_{CJ}(1 - a\kappa) \quad (1)$$

式中: $D_n$  是爆轰波法向速度, $D_{CJ}$  是 CJ 速度, $a$  是与炸药性质有关的常数, $\kappa$  是波面平均曲率。Jones<sup>[5]</sup>得到更复杂的爆速与曲率的关系式。J. Yao 和 Stewart<sup>[6]</sup>得到化学反应率为 Arrhenius 形式、具有较大活化能的炸药的  $D_n$ - $\kappa$  关系。

通常与炸药相邻的还有其它介质,这些介质可以是空气、金属或非金属材料,通过爆轰波与介质的相互作用,可以求出爆轰波在界面上法向与界面的交角。实验证明,爆轰波

面法向与介质界面成一固定角<sup>[7]</sup>。

在 DSD 方法中假定:爆轰波速度是波面曲率的函数;爆轰波法向与介质边界有一固定的夹角。将以上假定应用于 SD 方法,就是 DSD 方法。Bdzil 和 Stewart 用数值方法求解 DSD 方程,得到在曲线边界下炸药中爆轰波的传播。Lamborn 用  $D_n(\kappa)$  关系结合波面的几何关系得到药块与药柱中爆轰波传播的定态解析解,但非定态的解析解还没有得到。我们将用 DSD 方法求解爆轰波在药块和药柱中传播的非定态解析解。

文章将分为以下部分:首先介绍 DSD 方法,推导出描述爆轰波面运动的方程,并得到药块和药柱中爆轰波的运动方程;然后将方程简化并求解,得到方程的非定态解和定态解;最后将得到的解与实验进行比较。

## 2 方程的推导

首先简要介绍激波动力学方法。为了描述激波在静止介质中的传播,引入下列正交坐标

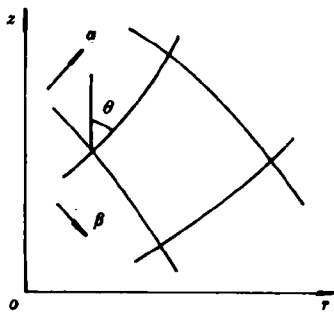


图1 正交坐标系 $(\alpha, \beta)$ 示意图  
Fig. 1 Schematic diagram of the orthogonal coordinate $(\alpha, \beta)$

标系: $\alpha$ 曲线为弯曲激波阵面在不同时刻的位置, $\beta$ 曲线为激波阵面上法向的积分曲线(图1)。由于 $\alpha$ 曲线表示不同时刻激波的位置,选取 $\alpha=t$ 。两个相邻波面的距离为 $D da$ , $D$ 是激波速度。两个相邻的 $\beta$ 线构成一流管,同一激波面上相邻的 $\beta$ 线之间的弧长 $d\xi = h d\beta$ , $h$ 在数学上是曲线坐标下的Lame系数,在物理上是激波在流管中运动时激波速度与流管面积的关系。以 $\theta$ 表示激波法向与 $z$ 轴的夹角,可以推出激波的运动方程

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} = -\frac{1}{h} \frac{\partial D}{\partial \beta} \\ \frac{\partial \theta}{\partial \beta} = \frac{1}{D} \frac{\partial h}{\partial \alpha} \end{cases} \quad (2)$$

如果忽略波后流场对激波面的影响,那么激波在流管中运动时激波速度仅是面积的函数,即 $h=h(D)$ 。在理想气体条件下,可以得到解析式,且有 $h' = dh/dD < 0$ ,即流管面积增大时,激波速度减小,因此方程(2)是双曲型方程。

在 DSD 方法中,假设爆轰波速度仅是波面曲率的函数,即

$$D_n = D_n(\kappa) \quad (3)$$

其中: $D_n$ 是爆轰波的法向速度, $\kappa$ 是平均曲率,它在 $(z, r)$ 坐标下的表达式为

$$\kappa = \frac{1}{2} \left( \kappa_r + \frac{\alpha \sin \theta}{r} \right) \quad (4)$$

$$\kappa_r = \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{1}{h} \frac{\partial \theta}{\partial \beta} \quad (5)$$

$\xi$ 是曲线的弧长。在平面情况下 $\alpha=0$ ,轴对称情况下 $\alpha=1$ 。由(2)、(5)式得

$$\frac{\partial D}{\partial \alpha} = -\frac{1}{\kappa_r} \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{1}{h} \frac{\partial \theta}{\partial \beta} \right) \quad (6)$$

本文取形式为(1)式线性关系的  $D_n(\kappa)$ 。在平面情况下,  $\kappa_r = 2\kappa$ , 因此有

$$\kappa_r = \frac{2}{a} \left( 1 - \frac{D}{D_{Cl}} \right) \quad (7)$$

将(7)式代入(6)式得

$$\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} = \frac{aD_{Cl}}{2} \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{1}{h} \frac{\partial \theta}{\partial \beta} \right) \quad (8)$$

令  $d\eta = h d\beta$ , 得

$$\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} = \frac{aD_{Cl}}{2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \quad (9)$$

在轴对称情况下

$$\kappa_r = \frac{2}{a} \left( 1 - \frac{D}{D_{Cl}} \right) - \frac{\sin \theta}{r} \quad (10)$$

将(10)式代入(6)式得

$$\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} = \frac{aD_{Cl}}{2} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \frac{1}{r^2} \sin \theta \cos \theta - \left( \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} \right)^2 \frac{\cos \theta}{r} \frac{h'}{hD} / \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right] \quad (11)$$

把方程从以  $(\alpha, \beta)$  为自变量变到以  $(t, \xi)$  为自变量,  $\xi$  是波面弧长, 根据坐标变换

$$\begin{cases} d\xi = h d\beta + B d\alpha \\ dt = d\alpha \end{cases} \quad (12)$$

得

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} = \frac{\partial \theta}{\partial t} + B \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \end{cases} \quad (13)$$

将(12)式分别代入(9)、(11)式得

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + B \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{aD_{Cl}}{2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + B \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{aD_{Cl}}{2} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \frac{1}{r^2} \sin \theta \cos \theta - \left( \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} \right)^2 \frac{\cos \theta}{r} \frac{h'}{hD} / \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right] \quad (15)$$

(14)式是平面情况下的 DSD 方程, (15)式是轴对称情况下的 DSD 方程, (15)式还包括  $h'$  项。其中

$$B = \int_0^\xi D_n \theta_c d\xi + B_0(t) \quad (16)$$

如果令炸药与介质交界处为  $\xi=0$ , 则

$$B_0(t) = D_n \operatorname{tg} \varphi_c \quad (17)$$

$D_n$  和  $\varphi_c$  分别是激波在  $\xi=0$  处的波速和法向方向与  $z$  轴的夹角。

### 3 方程的求解

本文要求解的问题是爆轰波在药块和药柱中的传播, 起爆是在药柱的一端由平面起爆器引爆。炸药外的介质是空气或金属和非金属物质。药块的半宽度和药柱的半径以  $r_0$  表示(图2), 其中  $n$  为波面法向矢量,  $n_c$  为界面处波面法向矢量,  $\theta_c$  为  $n_c$  与  $z$  轴的夹角, 初

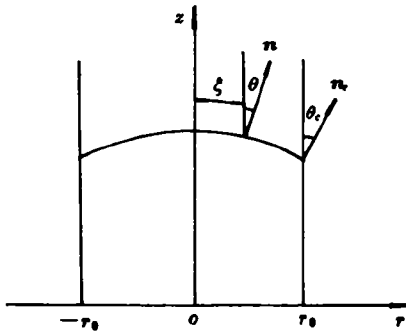


图2 药块或药柱中爆轰波面示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the detonation wave front in a slab or a rod of explosive,

$\xi$  is arc length

始条件为:  $t=0, \theta=0$ ; 边界条件:  $r=r_0, \theta=\theta_c; r=0, \theta=0$ 。求解方程(14)或(15)加上初始条件、边界条件就可以得到爆轰波传播的解。要得到解析解是很困难的,还需要在一定条件下对方程进行简化。

图2中,以爆轰波中心点为  $\xi=0$ , 这样  $B_0(t)=0$ , 假定  $\theta_c$  为小量, 那么  $\theta, \partial\theta/\partial r, \partial^2\theta/\partial r^2$  也为小量,

$$\frac{\partial\theta}{\partial\xi} = \cos\theta \frac{\partial\theta}{\partial r} \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2} = \cos^2\theta - \sin\theta\cos\theta \left(\frac{\partial\theta}{\partial r}\right)^2 \quad (19)$$

由(15)式得

$$B = D_{CJ}\theta - \frac{1}{2}aD_{CJ} \int_0^\xi \left(\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\right)^2 d\xi \quad (20)$$

将(18)~(20)式代入(14)、(15)式,略去二阶以上的量,得到平面情况下波面方程为

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + D_{CJ}\theta \frac{\partial\theta}{\partial r} = \frac{aD_{CJ}}{2} \frac{\partial^2\theta}{\partial r^2} \quad (21)$$

在轴对称情况下

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + D_{CJ}\theta \frac{\partial\theta}{\partial r} = \frac{aD_{CJ}}{2} \left( \frac{\partial^2\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\theta}{\partial r} - \frac{\theta}{r^2} \right) \quad (22)$$

在轴对称情况下,还需假定  $h(D)$  是一缓变函数,这样  $h'(D)$  也是小量,因此带  $h'$  的项可以略去。

方程(21)、(22)是 Burgers 方程,要求解这两个方程,首先做变换

$$x = \frac{r}{a} \quad (23)$$

下面先介绍平面情况下方程(21)式的求解过程,通过变换(23)式,得

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + \frac{D_{CJ}\theta}{a} \frac{\partial\theta}{\partial x} = \frac{D_{CJ}}{2a} \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} \quad (24)$$

然后再做变换

$$\theta = -\psi_x/\psi \quad (25)$$

方程(24)变成

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{D_{CJ}}{2a} \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + c\psi \quad (26)$$

其中  $c$  是待定常数。

初始条件:  $t=0, \psi_x=0$ 。

边界条件:  $x=r/a, \psi_x + \theta_c\psi=0; x=0, \psi_x=0$ 。

方程(26)可以通过分离变量法求解,解的形式为

$$\psi = \cos\omega_0 x + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(-\mu_n t) \cos\omega_n x \quad (27)$$

其中  $\omega_n$  满足以下方程  $\operatorname{tg}\omega_n \frac{r_0}{a} = \frac{\theta_c}{\omega_n} \quad n=0,1,2,\dots; \mu_n = D_{CJ}(\omega_n^2 - \omega_0^2)/2\alpha$

$A_n$  满足以下方程

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_{nm} A_n = b_m \quad m = 0, 1, 2, \dots \tag{28}$$

其中

$$c_{nm} = \omega_n \int_0^{r_0/a} \sin\omega_n x \cos\omega_m x dx; b_m = -\omega_0 \int_0^{r_0/a} \sin\omega_0 x \cos\omega_m x dx$$

由于(27)式中除第一项外,其它项随时间成指数衰减,所以若  $n$  较大时,衰减得很快。为了得到  $A_n$  的值,略去  $n$  较大的项,仅留下  $n$  值较小的有限项。

求出  $\psi$  后,  $\theta$  就确定了。波面形状  $z(r, t)$  由下式确定

$$z(r, t) = z(r, 0) - \int_0^r \theta(r, t) dr \tag{29}$$

积分上式,得

$$z(r, t) = z(0, t) + a \ln \frac{\psi(r, t)}{\psi(0, t)} \tag{30}$$

其中

$$z(0, t) = \int_0^t D_n(0, t) dt; D_n(0, t) = D_{CJ} \left[ 1 - \frac{\frac{\omega_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \omega_n^2 \exp(-\mu_n t)}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(-\mu_n t)}}{2} \right]$$

令  $t \rightarrow \infty$ , 可以得到定态解

$$\psi = \cos\omega_0 \frac{r}{a}; \quad \theta = \omega_0 \operatorname{tg}\omega_0 \frac{r}{a};$$

$$z(r, t) - z(0, t) = a \ln(\cos\omega_0 \frac{r}{a}); \quad D(0, t) = D_{CJ} \left( 1 - \frac{1}{2} \omega_0^2 \right) \tag{31}$$

爆轰波达到定态时,波面上每一点沿  $z$  轴方向的速度  $D$  都相同,定义  $l = D/D_{CJ}$

$$l = 1 - \frac{1}{2} \omega_0^2 \tag{32}$$

下面介绍药柱中爆轰波面的求解。用(23),(25)式对方程(22)做变换,得

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{D_{CJ}}{2a} \psi_{xx} + \frac{D_{CJ}}{2ax} \psi_x + c\psi \tag{33}$$

初始条件和边界条件与平面情况下爆轰波的相同,用分离变量法求解(33)式可以得到  $\psi$  的解

$$\psi = J_0(\omega_0 x) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0(\omega_n x) \exp(-\mu_n t) \tag{34}$$

$\mu_n$  的形式与(27)式的说明  $\mu_n$  相同,  $\omega_n$  满足以下方程

$$\frac{J_1(\omega_n \frac{r_0}{a})}{J_0(\omega_n \frac{r_0}{a})} = \frac{\theta_c}{\omega_n} \quad n = 0, 1, 2, \dots \tag{35}$$

$A_n$  的求解方法与平面情况完全一样,所不同的是  $c_{nm}, b_n$  的表达式不一样

$$c_{nm} = \omega_n \int_0^{r_0/a} x J_1(\omega_n x) J_0(\omega_m x) dx; \quad b_m = -\omega_0 \int_0^{r_0/a} x J_1(\omega_0 x) J_0(\omega_m x) dx$$

波面  $z(r, t)$  的表达式与(29)式相同,  $r=0$  处爆速的表达式与平面情况完全一样。

当  $t \rightarrow \infty$  时

$$\psi = J_0\left(\omega_0 \frac{t}{a}\right), \quad \theta = \frac{\omega_0 J_1\left(\omega_0 \frac{r}{a}\right)}{J_0\left(\omega_0 \frac{r}{a}\right)}, \quad z(r, t) - z(0, t) = a \ln J_0\left(\omega_0 \frac{r}{a}\right) \quad (36)$$

爆轰波达到定态时,  $l$  值同样为  $1 - \omega_0^2/2$ 。

#### 4 结果与讨论

表1列出了三种炸药的密度及线性的  $\kappa-D_n$  关系, 表2是不同介质时的  $\theta_c$  值<sup>[8~10]</sup>。

首先将本文中得到的定态解与 Lambourn 通过波面几何关系结合  $D_n(x)$  关系得到的定态解进行比较。以  $r_0=10\text{mm}$ ,  $a=0.875\text{mm}$  为例。求出  $l=D/D_{CJ}$  值随  $\theta_c$  的变化。表3、表4分别是平面和轴对称情况下的结果。

表1 线性的  $\kappa-D_n$  值

Table 1 The linear coefficient of  $\kappa$  vs  $D_n$

炸药名称	$\rho_0/(\text{g}/\text{cm}^3)$	$D_{CJ}/(\text{km}/\text{s})$	$a/(\text{mm})$
Nitromethane	1.118	6.209	0.38
PBX-9404	1.84	8.78	0.23
TATB	1.895	7.71	0.875

表2  $\theta_c$  值

Table 2  $\theta_c$  value

炸药名称	介质	$\theta_c/(\text{°})$
Nitromethane	铜	4.4
PBX-9404	铜	6.0
PBX-9404	空气	11.5
TATB	有机玻璃	17.2

表3 平面定态解  $l$  值的比较

Table 3 Comparison of the values  $l$  for plane stationary solutions

$\theta_c/\text{rad}$	本文的解	Lambourn 的解
0.2	0.995229	0.995209
0.3	0.994236	0.994222
0.4	0.993582	0.993590
0.5	0.993122	0.993161
0.6	0.992782	0.992860

表4 柱对称定态解  $l$  值的比较

Table 4 Comparison of the values  $l$  for cylindrical stationary solutions

$\theta_c/\text{rad}$	本文的解	Lambourn 的解
0.2	0.989419	0.989403
0.3	0.986956	0.986965
0.4	0.985321	0.985302
0.5	0.984165	0.984409
0.6	0.983310	0.983179

从以上结果可以看出, 在平面情况下, 本文的解与 Lambourn 的解几乎一致; 在轴对称情况下, 相差也很小。Lambourn 的平面解是精确解, 而柱对称解则略去了三阶以上的项, 本文的解是一阶解, 在轴对称情况下还略去了与  $h'$  有关的项, 得到的结果与 Lambourn 解很接近。因此我们所做的近似是合理的。

图3是铜管中 Nitromethane 的  $l$  值随药柱半径的变化曲线<sup>[8]</sup>。图中的点是实验点,  $\Delta$  是熄爆点。从图中看出药柱半径较大时, 理论与实验符合较好。图4是 Nitromethane 中爆轰波达到定态的波形, 其中高的波形曲线是  $r_0=6.35\text{mm}$  的波形, 低的曲线是  $r_0=25.4\text{mm}$  的波形, 图4显示的理论结果与实验符合很好。

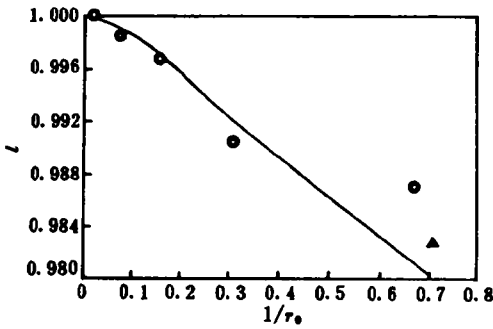


图 3 铜管中硝基甲烷爆速随药柱半径的变化曲线是理论结果,○和△是实验结果,其中△是实验的熄爆点

Fig. 3 Variation of steady detonation wave velocity with charge radius for nitromethane confined in brass cylinders

The curve is the calculated by the author, the circles are data points and the triangle is the experimental failure point

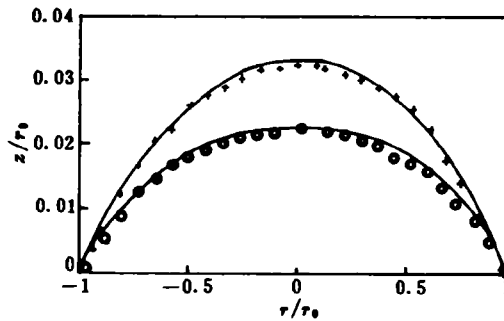


图 4 铜管中硝基甲烷爆轰波达到定态时的波形曲线是理论结果,○是半径为 25.4 mm 的实验结果,×是半径为 6.35 mm 的实验结果

Fig. 4 Steady state detonation wave shapes for nitromethane confined in brass cylinders The curves are the calculated by the author

The circles are the 25.4mm radius data and the crosses are the 6.35mm radius data

图 5 是 PBX-9404 的  $l$  值随药柱半径的变化曲线,炸药外的介质是空气<sup>[8]</sup>。从图中看出,与硝基甲烷的结果类似,半径较小时,理论结果与实验结果符合较好。当  $r_0 < 0.8$  mm 时,实验得到的  $l$  值下降很快,而理论结果未能得到这种趋势。这说明在接近熄爆半径时,一阶近似解将失效。图 6 是空气的 PBX-9404 药柱中爆轰波达到定态时的波形,药柱半径  $r_0 = 12.7$  mm,图 6 显示理论结果与实验符合相当好。

图 7 是 TATB 炸药中爆轰波随时间的变化,炸药外的介质是有机玻璃<sup>[10]</sup>。实验的波形是两个长度接近的药柱为一组测到的,实验测出的是爆轰波达到药柱底部的时间,根据这些数据得出在中心点处爆轰波到达药柱底部时爆轰的波形。共有 1.03, 1.30, 2.02, 2.22, 4.32, 4.50, 6.53, 6.81, 8.81, 9.0  $\mu$ s 十个时刻的爆轰波形。从图 7 看出理论波形与实验波形符合较好,而三组药柱较长的爆轰波形符合的比两组药柱较短的波形更好。

我们在求解过程中仅考虑了一阶项,在  $r_0$  较大,  $\theta_c$  较小时结果是令人满意的。如果药柱半径接近于熄爆半径或  $\theta_c$  较大时,要想得到精度较高的解,就需要考虑高阶项和被略去的  $h'$  项,这就要求对  $h(D)$  有所了解。在激波动力学中,  $h(D)$  是已知的,由此可以求出激波阵面。而 DSD 方法则先假定爆速与爆轰波面曲率半径存在某种关系,进而求出爆轰波面,因此若已知  $D_n(\kappa)$  的关系,则可求出相应的  $h(D)$  关系。

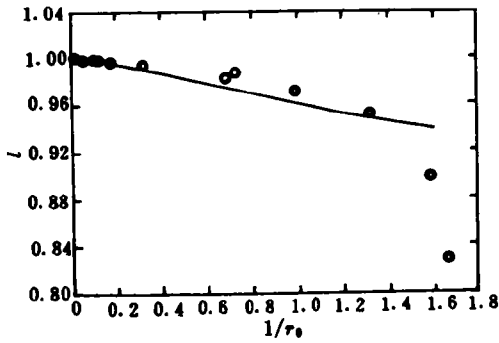


图 5 空气中 PBX-9404 爆速随药柱半径的变化  
曲线是理论结果,○是实验结果  
Fig. 5 Variation of steady state detonation wave velocity with charge radius for unconfined cylinders of PBX-9404  
The curve is the calculated by the author, the circles are data points

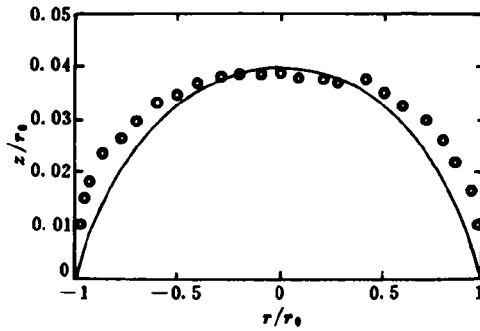


图 6 空气中 PBX-9404 爆轰波达到定态时的波形  
曲线是理论结果,○是实验结果  
Fig. 6 Steady state detonation wave shapes for unconfined cylinder of PBX-9404  
The curves are the calculated by the author, the circles are data points

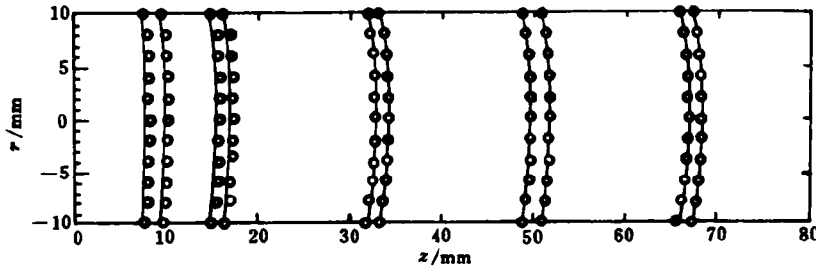


图 7 TATB 药柱中爆轰波面的变化  
曲线是理论结果,○是实验结果  
Fig. 7 Variation of wave shape for TATB in confined plexiglass cylinder  
The curves are the calculated by the author, the circles are data points

参 考 文 献

- 1 Bdzil J B. Modeling Two-dimension with Detonation Shock Dynamics. *Phy Fluids*, A1,1989,(7): 1261~1267
- 2 Lambourn B D. Application of Whitham's Shock Dynamics Theory to the Propagation of Divergent Detonation Waves. In: 9th Symp(Intern) on Detonation, Portland OR; office of Naval Research, 1989. 784~797
- 3 Whitham G B. *Linear and Nonlinear Waves*. New York; Wiley-Interscience, 1974. 339~359
- 4 Lambourn B D, Wright P W. Mach Interaction of Two Plane Detonation Waves. In: 4th Symp(Intern) on Detonation, 1966. 142~152
- 5 Jones J. The Spherical Detonation. *Adv Appl Math*, 1991,12: 147~186
- 6 Yao J, Stewart D S. On the Normal Detonation Shock Velocity-curvature Relationship for Materials with Large Activation Energy. *Combustion and Flame*, 1995, 100(4): 519~528



- 7 Engelke R, Bdzil J B. *Phys Fluids*, 1983, 25: 1210~1221
- 8 Bdzil J B. Steady-state Two-dimensional Detonation. *J Fluid Mech*, 1981, 108:195~226
- 9 卫玉章. TATB 炸药的引爆和爆轰波的传播行为。中国工程物理研究院流体物理研究所内部报告, 1991
- 10 方青, 卫玉章. TBTA 炸药发散爆轰波的传播行为。中国工程物理研究院流体物理研究所内部报告, 1994

## ANALYTICAL SOLUTION FOR UNSTEADY TWO-DIMENSIONAL DETONATION WAVE WITH DSD METHOD

Hong Tao, Wang Jihai

*(Institute of Applied Physics and Computational  
Mathematics, P. O. Box 8009, Beijing, 100088)*

**ABSTRACT** The equation of the propagation of detonation wave in a slab or rod of explosive is derived with DSD method. The simplification of the equation is achieved and the analytical solution for the propagation of unsteady detonation wave is obtained. the solution tends to steady as  $t \rightarrow \infty$ . The comparison with experiments is satisfying.

**KEY WORDS** DSD method, detonation wave