

# 率相关塑性损伤介质的动态破碎

陈增涛<sup>a,b</sup> 孙毅<sup>b</sup> 王铎<sup>b</sup>

(a. 清华大学工程力学系 北京 100084)

(b. 哈尔滨工业大学 哈尔滨 150001)

**摘要** 采用Grady动态破碎的能量描述方法,考虑破碎中塑性功耗散,对率相关塑性损伤介质中的动态破碎给出了一般结果。计算了动态破碎碎块尺寸与孔隙度(材料损伤度)的关系。结果表明,随着应变率的提高,材料的动态破碎尺寸愈小;损伤后期出现大量的细小碎块。这些结果与已报道的实验数据符合很好。

**关键词** 率相关 塑性损伤 破碎 孔隙度

**中图法分类号** O347.1

## 1 引言

金属材料的延性断裂是当今细观力学研究的热点。对高速冲击和碰撞等强动载下的结构和材料的变形及破坏的细观描述具有重要的理论和实际意义。由于细观力学中各个状态内变量大都较难直接测量(如孔隙度等),实验中大量采用宏观连续介质力学中的方法,所测参数大都是宏观量,如碎块尺寸、断口形貌、延伸率、强度等。由此可见,在宏观与细观参量之间有必要建立起某种相互联系,这样才能有效地利用实验数据进行细观结构设计和理论研究。

强冲击破坏的特征之一就是材料破碎分离成几部分。这包括冲击加载下,延性断裂过程中的材料崩落(Fragmentation)及在塑性冲击波下的变形中由剪切带失稳引起的破碎(崩落)过程。Grady<sup>[1,2]</sup>发展了一种描述动态破碎的一般方法。他引入破碎过程中新产生表面的表面能。假定表面能与局域动能或惯性能平衡来控制崩落过程,认为局部动能全部转化为新生表面的表面能。Hertzberg<sup>[3]</sup>认为在破碎中必然伴随塑性变形能耗散。对延性动态破碎的细观机理可解释为材料中的微孔形核、微孔生长和微孔连接过程。由于对不同的基体材料,微孔的演化方式不同,而这又直接影响材料中的动态破碎规律。因而探讨不同基体中的延性动态破碎过程的特点就具有积极意义。我们曾分别考察了线性强化粘塑性介质的动态破碎规律<sup>[4~6]</sup>。然而正如我们所知,材料的应变强化不会无限发展。为此,我们就饱和强化粘塑性介质的动态破碎规律进行了研究。与已有的实验结果比较可见,工作

· 国家自然科学基金资助课题(编号19472025)。

1995-10-25收到原稿,1996-03-18收到修改稿。

是有效的。此外,在这项工作中,还计入了破碎过程的微孔生核效应。

## 2 一般描述

延性损伤材料动态破碎中,伴随着大量的微孔生核和微孔长大,局部能量密度为<sup>[1,2]</sup>

$$E(A) = (3\dot{\rho}^2/10\rho A^2) + \gamma A \quad (1)$$

式中:右端首项表示局部动能密度,其中 $\rho$ 为材料质量密度, $A$ 为碎块表面积与体积之比;第二项描述碎块表面能密度,其中 $\gamma$ 代表表面能的面积密度,它是温度的函数。

假定破碎过程中对断裂而言,断裂力趋于最小,因而有

$$dE/dA = 0 \quad (2)$$

由(1)式代入(2)式得到

$$A = (3\dot{\rho}^2/5\rho\gamma)^{1/3} \quad (3)$$

Meyers 等人<sup>[7]</sup>指出,Grady 的能量描述未能计入局部塑性变形所消耗的破碎能量,因而不尽合理。Hertzberg<sup>[3]</sup>考虑了这个问题,他利用局部破碎中微孔洞连接时所形成的局部裂纹端区的塑性区修正,考虑了破碎的塑性功。此时(3)式修正为<sup>[3,7]</sup>

$$A = (3\dot{\rho}^2/10\rho\gamma)^{1/3} \quad (4)$$

若设崩落(破碎)碎块为等直径的球体,由

$$A = S/V = 6/d \quad (5)$$

得到

$$d = 6/A \quad (6)$$

对塑性损伤材料

$$\rho = \rho_s(1 - \xi) \quad (7)$$

式中: $\rho_s$ 为无损伤致密材料密度; $\xi$ 为材料的孔隙度或微孔体积份数。

对(7)式求时间微商,有

$$\dot{\rho} = -\rho_s \dot{\xi} \quad (8)$$

由(4)、(6)和(8)式得到

$$d = 6\{3\rho_s \dot{\xi}^2/[10(1 - \xi)\gamma]\}^{-1/3} \quad (9)$$

在稳态波冲击过程中,已知量为总的耗散能密度 $E_t$ ,通常可以通过计算 Rayleigh 线与 Hugoniot 冲击绝热线之间的面积得到<sup>[8]</sup>。

如 Grady 那样,假定 $\gamma = E_t \cdot d$ ,则由(9)式得到

$$d = 12[5(1 - \xi)E_t/\rho_s \dot{\xi}^2]^{1/2} \quad (10)$$

由(10)式可见,只要确定了孔隙度 $\xi$ 的演化规律,即可由此给出崩落(破碎)碎块尺寸与孔隙度的一般关系。

## 3 率相关饱和强化粘塑性介质动态破碎的理论描述

文献[4~6]分别探讨了不同线性强化粘塑性材料中的动态破碎规律。然而众所周知,材料的应变强化不会无限发展。为此,我们考虑如下形式的饱和强化粘塑性介质。

基体屈服应力<sup>[9]</sup>

$$\sigma_s = [q + (\kappa_0 - q)e^{-\beta\epsilon^p} + \eta(\dot{\epsilon}^p)^m]/\sqrt{3} \quad (11)$$

研究(11)式所给定的强化模式的多孔介质中的动态破碎规律。其中  $q$  为饱和强化应力(率无关);  $\kappa_0$  为率无关初始屈服应力;  $\beta$  为非负常数;  $\eta$  为材料粘性参数;  $\epsilon^P, \dot{\epsilon}^P$  分别为等效塑性应变及等效塑性应变率;  $m$  为率强化指数。

在此之前,先回到 Carroll 和 Holt<sup>[10]</sup>的出发点,考察一个内半径为  $a$ (初值  $a_0$ ),外半径为  $b$ (初值  $b_0$ )的空心球模型。若不计偏应力场对孔洞体积份数的影响(注:这里只考虑长大过程),设空心球外表面作用均布法向应力  $\sigma$ 。若材料孔隙度为  $\xi$ ,则由空心球模型得知  $\xi = a^3/b^3$ 。

由文献[10,11],微孔长大与外载荷的关系可由空心球体胞弹塑性分析得到

$$\sigma + 2 \int_1^{b/a} (\sigma_r - \sigma_\theta) dR/R = \frac{\rho a_0^2 (1 - \xi_0)^{2/3}}{3 \xi_0^{2/3}} Q(\xi, \dot{\xi}, \xi) \quad (12)$$

式中:  $\xi_0$  为孔洞生长的孔隙度阈值,  $R=r/a$ ,  $r$  为以空心球球心为原点的径向球坐标,  $a \leq r \leq b$ ;  $\sigma_r, \sigma_\theta$  分别为细观径向及周向应力

$$Q(\xi, \dot{\xi}, \xi) = (1 - \xi)^{-5/3} (\xi^{-1/3} - 1) \dot{\xi} - (1 - \xi)^{-8/3} \left( \frac{11}{6} - 2\xi^{-1/3} + \frac{1}{6} \xi^{-4/3} \right) \dot{\xi}^2 \quad (13)$$

在高加载速率下,弹性变形阶段非常短暂,不妨设变形一开始空心球就处于完全屈服状态<sup>[11]</sup>,因而有

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \sigma_c \quad (14)$$

式中:  $\sigma_c$  为基体材料的屈服应力。

将(11)式代入(14)式,再代入(12)式,有

$$\frac{\rho a_0^2}{3 \xi_0^{2/3}} (1 - \xi_0)^{2/3} Q(\xi, \dot{\xi}, \xi) = \sigma + 2 \int_1^{b/a} \frac{1}{\sqrt{3}} [q + (\kappa_0 - q)e^{-\beta \epsilon^P} + \eta(\dot{\epsilon}^P)^m] \frac{dR}{R} \quad (15)$$

球对称等效塑性应变及应变率可写成<sup>[9]</sup>

$$\epsilon^P = - (2/3) \ln \{ 1 - [(\alpha - \alpha_0)a^3 / [(\alpha - 1)r^3]] \} \quad (16)$$

$$\dot{\epsilon}^P = 2\dot{\alpha} / [3(\alpha - 1)R^3] \quad (17)$$

式中:  $\alpha, \alpha_0$  分别为材料的膨胀比及其阈值

$$\alpha = 1/(1 - \xi), \quad \alpha_0 = 1/(1 - \xi_0) \quad (18)$$

注意(15)式右端,将(16)式代入(15)式

$$e^{-\beta \epsilon^P} = \{ 1 - [(\alpha - \alpha_0) / [(\alpha - 1)R^3]] \}^{2\beta/3} \quad (19)$$

二项式展开,上式进一步写成

$$e^{-\beta \epsilon^P} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \frac{2\beta}{3} (\frac{2\beta}{3} - 1) \cdots (\frac{2\beta}{3} - n + 1)}{n!} \left[ \left( \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha - 1} \right) \frac{1}{R^3} \right]^n \quad (20)$$

$$\text{注意到} \quad 1 - [(\alpha - \alpha_0) / [(\alpha - 1)R^3]] \rightarrow 1_0 \quad (21)$$

$$\text{则} \quad (\alpha - \alpha_0) / [(\alpha - 1)R^3] \rightarrow 0_+ \quad (22)$$

作为一级近似,可取

$$e^{-\beta \epsilon^P} \approx 1 - \frac{2\beta}{3} \left( \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha - 1} \right) \frac{1}{R^3} \quad (23)$$

注意以上近似对  $\epsilon^P \rightarrow 0$ (小应变)成立。

将(19)式代入(15)式,再考虑(17)式,积分(15)式右端,写成微孔体积份数形

式,有

$$\frac{\rho a_0^2}{3\xi_0^{2/3}}(1-\xi_0)^{2/3}Q(\dot{\xi}, \dot{\xi}, \xi) = \sigma + \frac{2\sqrt{3}}{9}(\kappa_0 - q)\ln \frac{1}{\xi} - \frac{2\sqrt{3}}{9} \frac{\eta}{m} \left[ \frac{2\dot{\xi}}{3\xi(1-\xi)} \right]^m (1-\xi^m) + \frac{2\sqrt{3}}{9}(\kappa_0 - q)F_1(\xi, \xi_0) \quad (24)$$

$$\text{其中 } F_1(\xi, \xi_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \frac{2\beta}{3} \dots (\frac{2\beta}{3} - n + 1)}{n \cdot n!} \frac{(1 - \xi_0/\xi)^n}{(1 - \xi_0)^n} (1 - \xi^n) \quad (25)$$

若考虑一级近似式(23),同前面作法相似,得到微孔动态长大方程

$$\frac{\rho a_0^2}{3\xi_0^{2/3}}(1-\xi_0)^{2/3}Q(\dot{\xi}, \dot{\xi}, \xi) = \sigma + \frac{2\sqrt{3}}{9}(\kappa_0 - q)\ln \frac{1}{\xi} - \frac{2\sqrt{3}}{9} \frac{\eta}{m} \left[ \frac{2\dot{\xi}}{3\xi(1-\xi)} \right]^m (1-\xi^m) - \frac{4\sqrt{3}}{27}(\kappa_0 - q)(1 - \frac{\xi_0}{\xi})(\frac{1-\xi}{1-\xi_0}) \quad (26)$$

从我们的工作<sup>[9]</sup>及 Johnson 的实验结果<sup>[10]</sup>知道,对应变率相关基体材料,微孔长大中粘性效应(应变率效应)起决定作用,而局部惯性效应可略去不计。此时,取(24)式及(26)式左端为零,我们得到微孔动态长大速率

$$\dot{\xi}_{\text{growth}} = 1.5\xi(1-\xi) \left\{ \frac{m}{\eta} \left[ \frac{9\sigma}{2\sqrt{3}} + (\kappa_0 - q)\ln \frac{1}{\xi} + (\kappa_0 - q)F_1(\xi, \xi_0) \right] / (1-\xi^m) \right\}^{1/m} \quad (27)$$

$$\text{及 } \dot{\xi}_{\text{growth}} = 1.5\xi(1-\xi) \left\{ \frac{m}{\eta} \left[ \frac{9\sigma}{2\sqrt{3}} + (\kappa_0 - q)\ln \frac{1}{\xi} - \frac{2\beta}{3}(\kappa_0 - q) \frac{(1 - \frac{\xi_0}{\xi})(1-\xi)}{1-\xi_0} \right] / (1-\xi^m) \right\}^{1/m} \quad (28)$$

在文献[4~6]中,我们未计入微孔生核对动态破碎规律的影响,最近的计算表明,微孔生核在动态损伤中起着明显的作用,特别是在微孔生长的早期和后期。这样,我们考虑以下热激活形核机制<sup>[8]</sup>

$$\dot{\xi}_{\text{nucleation}} = [1/(1-\xi)] [\exp(m_1|\sigma - \sigma_N|/k\theta) - 1], \quad \sigma > \sigma_N \quad (29)$$

式中: $\sigma_N$ 为微孔生核应力阈值; $k$ 为 Boltzmann 常数; $\theta$ 为绝对温度; $m_1$ 为材料常数。

这样,将(29)式与(27)或(28)式相加,再代入(10)式,我们得到动态破碎的一般描述

$$d = 12\sqrt{5} \left\{ \frac{1}{1-\xi} \left[ \exp \left( \frac{m_1|\sigma - \sigma_N|}{k\theta} \right) - 1 \right] + 1.5\xi(1-\xi) \times \left[ \frac{m}{\eta} \left[ \frac{9\sigma}{2\sqrt{3}}(\kappa_0 - q)\ln \frac{1}{\xi} + (\kappa_0 - q)F_1(\xi, \xi_0) \right] / (1-\xi^m) \right]^{1/m} \right\}^{-1} \sqrt{\frac{(1-\xi)E_1}{\rho_s}} \quad (30)$$

$$\text{及 } d = 12\sqrt{5} \left\{ \frac{1}{1-\xi} \left[ \exp \left( \frac{m_1|\sigma - \sigma_N|}{k\theta} \right) - 1 \right] + \right.$$

$$1.5\xi(1-\xi) \times \left\{ \frac{m}{\eta} \left[ \frac{9\sigma}{2\sqrt{3}} + (\kappa_0 - q) \ln \frac{1}{\xi} - \frac{2\beta}{3}(\kappa_0 - q) \frac{[1 - (\xi_0/\xi)](1-\xi)}{1-\xi_0} \right] / (1-\xi)^m \right\}^{-1} \sqrt{\frac{(1-\xi)E_1}{\rho_s}} \quad (31)$$

### 4 数值分析及结论

上节给出了率相关饱和强化粘塑性介质中的动态破碎碎块尺寸与孔隙度的关系。实际工程材料中,纯铜为最典型的一种塑性损伤材料,在工程中应用广泛。本节就纯铜材料,分别采用(30)式、(31)式计算微孔的动态演化规律与动态破碎碎块直径的关系。其中材料参数为<sup>[12]</sup>: $\xi_0 = 10^{-3}$ ;  $q = 125\text{MPa}$ ;  $\kappa_0 = 9.31\text{MPa}$ ;  $\beta = 6.14$ ;  $m = 0.5$ ;  $m_1 = 2.025 \times 10^{-23}\text{cm}^3$ ;  $\sigma_N = 500\text{MPa}$ ;  $k\theta = 4.05 \times 10^{-21}\text{J}$ ;  $E_1 = 0.4 \times 10^8\text{J/m}^3$ ,  $\rho_s = 8.93 \times 10^3\text{kg/m}^3$ 。载荷取为  $\sigma = 2\sigma_N = 1\text{GPa}$ 。此外为考察不同应变率水平下动态破碎规律的差别,我们取材料粘性系数  $\eta = 5\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{s}}$  及  $\eta = 10\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{s}}$ 。由文献[11]知,粘性系数  $\eta \propto \dot{\epsilon}_0^n$ ,也就是说,应变率愈高,对应粘性系数愈小。

图 1 给出了(30)及(31)式计算的纯铜的平均碎块尺寸与材料孔隙度的关系曲线。

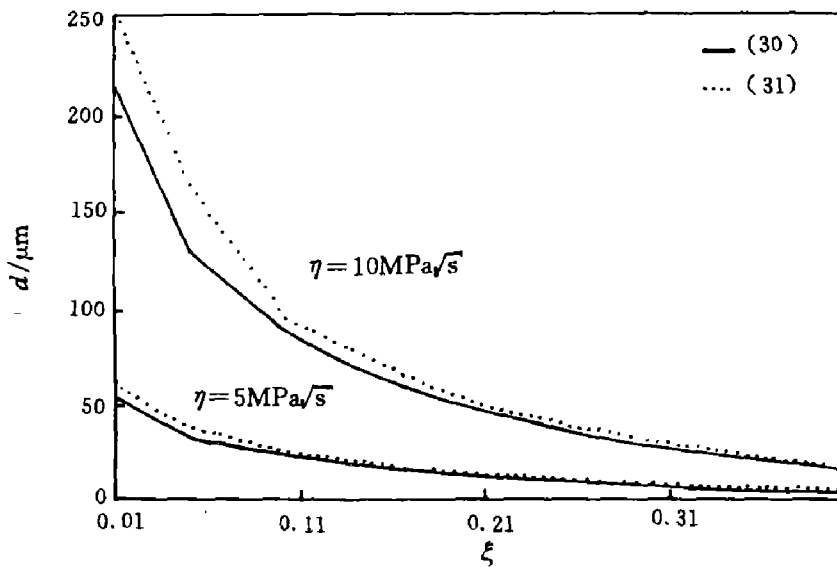


图 1 动态破碎碎块平均尺寸与材料孔隙度的关系(纯铜)

Fig.1 The nominal fragment diameter versus material porosity in the dynamic fragmentation of pure copper

由图上可以看到,随着微孔体积份数增大,损伤加剧,平均碎块尺寸下降,表现为在损伤后期细小碎片所占比例增大。这可以由细小碎块的相同质量将消耗更多的破碎能量来解释。此外,由(30)式及(31)式计算所得结果差异不大,这说明一级近似用于动态延性损伤与破碎中,在塑性应变不大的前提下是可行的。

• 因为没有查到纯铜的  $E_1$  值,此处以文献[8]中给出的铝  $E_1$  值代入计算。

比较不同粘性系数下的结果可见,随着粘性参数增大(应变率减小),动态破碎碎片平均尺寸增大,这与我们对其它粘塑性介质动态破碎机理研究得到的结论是一致的<sup>[4~6]</sup>。这也符合已有的实验结果。

从本文的结果我们仍然认为材料的动态损伤度可以由动态破碎碎块尺寸表征。

### 参 考 文 献

- 1 Grady D E. Local Inertial Effects in Dynamic Fragmentation. *J Appl Phys*, 1982, 53: 322~325
- 2 Grady D E, Kipp M E. The Growth of Unstable Thermoplastic Shear with Application to Steady-wave Shock Compression in Solids. *J Mech Phys Solids*, 1987, 35: 95~118
- 3 Hertzberg R W. *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*. New York: [s. n.], 1976. 273, 341
- 4 陈增涛, 王 铎. 延性材料的动态崩落研究. *爆炸与冲击*, 1995, 15(2): 167~173
- 5 陈增涛, 王 铎. 孔隙材料动态损伤与破碎的细观机理. *固体力学学报*, 1994, 15(4): 365~370
- 6 Chen Zengtao, Wang Duo. Mesomechanism of Dynamic Fragmentation of Metals. *Int J Fracture*, 1994, 66: R11~14
- 7 Meyers M A, Aimone C T. Dynamic Fracture (Spalling) of Metals. *Prog Mater Sci*, 1983, 28: 1~96
- 8 Perzyna P. Internal State Variable Description of Dynamic Fracture of Ductile Solids. *Int J Solids Struct*, 1986, 22: 797~818
- 9 陈增涛. 延性动态损伤与破碎的细观机理及粘塑性本构关系研究: [博士论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1995
- 10 Carroll M M, Holt A C. Static and Dynamic Pore-collapse Relation of Ductile Porous Materials. *J Appl Phys*, 1972, 43: 1626~1635
- 11 Johnson J N. Dynamic Fracture and Spallation in Ductile Solids. *J Appl Phys*, 1981, 52: 2812~2825
- 12 Eftis J, Nemes J A. Modelling of Impact-induced Spall Fracture and Post Spall Behavior of a Circular Plate. *Int J Fracture*, 1992, 53: 301~317

## ON THE DYNAMIC FRAGMENTATION OF RATE-DEPENDENT PLASTICALLY DAMAGED MEDIA

Chen Zengtao<sup>a,b</sup> Sun Yi<sup>b</sup> Wang Duo<sup>b</sup>

(a. *Tsinghua University, Beijing, 100084*)

(b. *Harbin Institute of Technology, Harbin, 150001*)

**ABSTRACT** By employing Grady's energy description for dynamic fragmentation, a general result is presented on the dynamic fragmentation of rate-dependent plastically damaged media. The dynamic fragment size versus material porosity (damage level) is computed and it is shown clearly that the higher the strain rate, the smaller the fragment size is and it is also concluded that there appear a large number of tiny fragments in the late stage of fragmentation. The present results are well in agreement with available experimental data.

**KEY WORDS** rate-dependence, plastic damage, fragmentation, porosity