

# 聚能射流的断裂时间<sup>\*</sup>

秦承森 段庆生 韩冰

(北京应用物理与计算数学研究所 北京 100088)

**摘要** 从描述聚能射流失稳的一维近似方程出发,导出了聚能射流断裂时间的近似公式。这个近似公式定量显示了屈服应力、本构关系、粘度和径向收缩效应等对射流断裂时间的影响,在4个不同的特殊近似下,可以自然演化为近10年来所发表的几个半经验解析公式,并且在合理的参数范围内,公式给出的断裂时间曲线覆盖了射流断裂时间的全部实验点。

**关键词** 聚能射流 射流失稳断裂 理论分析 断裂时间公式

**中图法分类号** O 358

## 1 引言

连续的聚能射流对物质的侵彻深度是与射流的拉伸长度成比例的,但是聚能射流不能无限地连续延伸拉长。在射流断裂成一系列颗粒之前,射流的侵彻深度达到最大值。断裂后,由于射流颗粒运动方向的发散、径向破裂、翻转运动等,使射流对靶的侵彻能力下降,侵彻深度减少。因此,深入研究和正确理解射流断裂的机理,预言和控制延长射流断裂时间,是聚能装置设计研究的重要课题。

射流失稳、断裂的研究已有50多年的历史。70年代以前主要是实验研究。早期的理论研究使用的流体射流模型,不能正确解释聚能射流断裂的原因。70年代,聚能射流断裂研究集中于弹塑性拉伸失稳,并从二维数值模拟、实验和理论分析得出材料的强度是射流失稳的重要因素,射流屈服强度大、射流断裂时间短的结论。在这个方向上, P·C·Chou<sup>[1]</sup>、郑哲敏<sup>[2]</sup>、J·P·Curtis<sup>[3]</sup>、D·C·Pack<sup>[4]</sup>、L·A·Romero<sup>[5]</sup>分别做了一维和二维弹塑性杆失稳的小扰动解析分析。这些工作对于常屈服应力下弹塑性杆的拉伸失稳过程作出了进一步的认识。但是多因素的二维弹塑性的失稳分析困难很大,难于取得突破。

大量的射流断裂时间实验,为研究射流断裂时间提供了丰富的实验数据,许多研究者按设想的物理模型或量纲分析出发,得出一些半经验的拟合公式

$$t_b = kX^{\frac{1}{3}} \quad (\text{郑哲敏}^{[2]}, \text{P} \cdot \text{C} \cdot \text{Chou}^{[6]})$$

$$t_b = k \quad (\text{Eitan Hirsch}^{[7]})$$

$$t_b = k - X^{\frac{1}{8}} \quad (\text{Haugstad}^{[8]})$$

$$t_b = k - X^{\frac{1}{8}} \quad (\text{Haugstad}^{[9]})$$

\* 国家自然科学基金资助项目,中物院科学技术预先研究基金项目。

1996-07-12收到原稿,1997-01-07收到修改稿。

$$t_b = 3.75 - 0.125 \bar{X}_0 + \bar{X}_0^{-1} \quad (\text{P. C. Chou Carleone}^{[10]})$$

其中无量纲量:  $\bar{t}_b = \frac{t_b}{R_{00} c_p}$ ,  $\bar{X}_0 = \frac{\partial v}{\partial h} \frac{R_{00}}{c_p}$ ,  $\bar{c}_p = \frac{c_p}{R_{00}}$ ,  $c_p = \sqrt{\frac{Y_0}{\rho_0}}$ ; 有量纲量:  $t_b$  为断裂时间,  $R_{00}$

为射流初始半径,  $Y_0$  为屈服应力,  $\rho_0$  为射流物质密度,  $\eta_0$  为动力粘度,  $v$  为射流速度,  $h$  为拉氏坐标。

由于有实验拟合常数, 这些公式均在不同程度上与实验数据符合, 说明各个物理模型均有其合理的一面。显然, 这些公式的差异是巨大的。它们是否描述了同一问题的不同侧面, 有各自的适用范围? 这是本文试图探讨的一个问题。

我们在文献 [11] 导得的描述射流运动一维近似方程的基础上, 得到一个射流断裂时间的近似公式。这个公式包含有射流的初始半径、速度梯度、粘性、密度、屈服强度及其本构关系参数。理论公式与数值计算结果及 P. C. Chou Carleone 的实验拟合公式基本一致。理论公式曲线族完全覆盖了目前各种射流实验所提供的实验点。在不同的特殊条件下, 公式可以自然演化为上述经验公式形式, 说明上述经验公式是本文公式在不同条件下的特例, 有其不同的适用范围。

## 2 聚能射流的一般特征

众所周知, 聚能射流的头部速度可达 7~10 km/s, 尾部速度达 1~3 km/s。在飞行过程中, 最大拉伸长度可达初始射流长度的 10 倍。一般聚能罩形成射流后, 除杆体部分外, 射流部分的长径比大于 10, 射流头部半径较小。初始时, 射流速度分布呈非线性, 但经过一段飞行后, 射流速度呈线性分布, 射流半径变化也较小。故一般理想化的射流研究均采用虚拟原点假设: 每时刻射流半径是均匀的, 不随位置变化, 射流质点的速度在飞行过程中是不变的, 从头到尾呈线性分布。即存在一个虚拟原点  $(t_0, x_0)$ , 在  $t_0$  时刻, 射流的所有质点位于  $x_0$  点, 当  $t > t_0$  时, 各质点在  $x-t$  图中轨迹为分布均匀的直线。这表明, 射流在飞行的大部分时间内, 除头部、尾部外, 弹塑性做功仅用于增加温度, 而不影响粒子速度, 这与数值计算中轴向应力分布在射流形成一段时间后沿轴向的分布趋向于均匀是一致的。这表明, 在每个物质质点两侧的弹塑性应力是大小相等、方向相反的, 质点的加速度为零。在出现颈缩之后, 应力分布呈准周期变化, 原则上, 虚拟原点假设不适用。但实验表明, 以每个断裂颗粒为质点, 应用虚拟原理仍然与实验结果符合得较好。

影响射流失稳的因素很多, 例如, 射流物质的微观结构 (晶粒大小、缺陷、杂质)、材料的不均匀性、加工和装配工差以及射流形成过程的复杂加载卸载过程, 均可对射流的稳定性产生影响。作为射流失稳的理论研究, 我们假设射流材料的本构方程和断裂准则包含了射流材料的微观结构和微观的力学特性的影响, 而射流的初始状态、初始扰动分布, 则是聚能装置加工装配和射流形成过程的一个自然结果。

聚能射流颗粒化过程中, 一个重要物理量是各个断裂点的分离时刻。由于实际情况的复杂性, 射流的各个断点分离时刻是不同的。研究中我们采用理想射流假设, 认为速度分布为线性、射流半径均匀的射流, 各个断点的分离时刻是相同的。由于文献中习惯使用术语“射流断裂时间”, 我们仍采用这一术语, 但应说明, 它的真实含义是指各个断点的分离

时刻, 而不是射流的统一断裂时间。但是, 对于理想化射流, 由于断点分离时刻相同, 两者的含义是一致的。

### 3 聚能射流运动方程

在文献 [11] 中导出的聚能射流运动方程, 可以较好地描述聚能射流失稳现象, 其数值解、射流断裂时间、断裂颗粒半径、长细比等特征量, 与二维数值计算结果基本一致。

其方程的无量纲形式为

$$-A \frac{\partial u}{\partial t^2} + \frac{1}{8c} \frac{\partial}{\partial h} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{A^3}{A_0} \frac{\partial u}{\partial h} \frac{\partial}{\partial t} \right] + \frac{\partial}{\partial h} \left[ A e_{\pm} + \frac{3}{2} A p_{zz} + \pi R T \right] + \frac{\partial}{\partial h} \left[ \frac{A}{A_0} \frac{\partial}{\partial h} \left[ \frac{A^2}{4R} (\epsilon_{Rz} + p_{Rz}) + \frac{A^2 T}{A_0} \frac{\partial R}{\partial h} \right] \right] - A \frac{\partial p}{\partial h} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial h} = \frac{A}{A_0} - 1$$

其中无量纲量:  $u = \frac{\tilde{u}}{R_{00}}$ ,  $R = \frac{\tilde{R}}{R_{00}}$ ,  $h = \frac{\tilde{h}}{R_{00}}$ ,  $t = \frac{\tilde{t}}{t_0}$ ,  $A_0 = \frac{\tilde{A}_0}{R_{00}^2}$ ,  $A = \frac{\tilde{A}}{R_{00}^2}$ ,  $e_{\pm} = \frac{\tilde{e}_{\pm}}{Y_0}$ ,  $T = \frac{\tilde{T}}{R_{00} Y_0}$ ,

$\epsilon_{Rz} = \frac{\tilde{\epsilon}_{Rz}}{Y_0}$ ,  $p_{zz} = \frac{\tilde{p}_{zz}}{Y_0}$ ,  $p_{Rz} = \frac{\tilde{p}_{Rz}}{Y_0}$ ,  $c = \frac{\tilde{c}}{R_{00} Y_0}$ ; 有量纲量:  $R_{00}$  为射流特征半径,  $\tilde{A} = \pi \tilde{R}^2$ ,  $Y_0$  为屈服应力,  $c_p = \sqrt{Y_0 / d_0}$  为特征速度,  $d_0$  为射流密度,  $\tilde{c} = R_{00} / c_p$  为屈服强度  $Y_0$  引起射流失稳的特征时间尺度,  $\tilde{u}$  为位移,  $\tilde{R}$  为射流半径,  $\tilde{h}$  为拉氏坐标,  $\tilde{t}$  为时间,  $\tilde{A}$  为射流截面积,  $\tilde{e}_{\pm}$  为轴向拉伸应力,  $\tilde{T}$  为射流表面张力,  $\tilde{\epsilon}_{Rz}$  为射流表面剪切应力,  $\tilde{p}_{zz}$  为轴向粘性应力,  $\tilde{p}_{Rz}$  为剪切粘性应力,  $\tilde{c}$  为动力粘度,  $\tilde{p}$  为射流表面气动力压力。

给出弹塑性本构关系和初边界条件, 就可以数值求解这个方程, 得出射流断裂的数值解。

### 4 动态屈服应力

聚能射流运动是一个高应变率大变形的动力学过程, 其屈服应力有较强的应变硬化、应变率强化和热软化效应。本构关系可以一般地表示为

$$e_{\pm} = f(\dot{X}, \dot{X}, T^*) \quad (2)$$

式中:  $\dot{X}$ ,  $\dot{X}$ ,  $T^*$  分别表示应变、应变率和温度。做为射流运动到断裂的过程,  $e_{\pm}$ ,  $\dot{X}$ ,  $\dot{X}$ ,  $T^*$  均为时间  $t$  和坐标  $h$  的函数, 对于确定的拉氏位置  $h$ , (2) 式中所有的量均为时间的函数, 也可以表示为

$$e_{\pm} = f[\dot{X}(t)] \quad (3)$$

在二维计算中, 针对某一具体射流失稳断裂的过程, 可以得到 (3) 式的曲线具有如图 1 形式<sup>[12]</sup>。屈服应力随  $\dot{X}$  上升是硬化效应, 而下降是热软化的结果。将上图曲线光滑化, 并拟合成解析式, 可表示成下面形式

$$e_{\pm} = \tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 \dot{X} + \tilde{C}_2 \dot{X}^2 \quad (4)$$

注意到拉氏应变的表达式： $X = \frac{\partial u}{\partial h} = \frac{A_0}{A} - 1$

1，则对某一射流断裂过程，(4)式可以化为

$$e = C_0 + C_1 \frac{A_0}{A} + C_2 \left[ \frac{A_0}{A} \right]^2 \quad (5)$$

本构方程亦可以采用其它形式如  $e = C_0 +$

$$B_1 \left( \frac{A}{A_0} \right)^n + B_2 \left( \frac{A}{A_0} X_0 \right)^m$$

显然，对同一种材料，不同的射流断裂过程， $C_0, C_1, C_2$ 取值不同。但研究表明，对于同一种射流材料， $C_0, C_1, C_2$ 在不同的射流断裂过程中变化不大，故我们在使用方程(1)研究射流失稳问题时，采用(5)式做为材料的本构关系。针对不同物质， $C_0, C_1, C_2$ 采用不同的数值。

### 5 粘 度

在射流运动状态下，金属的动力粘度  $\tilde{\mu}_0$  为  $10^3 \sim 10^4 \text{ Pa} \cdot \text{s}$

由文献 [13] 给出的金属的动力粘度系数实测结果如图 2 图中实线为钢，虚线为铝。铁的粘度系数约为铝的 6.5 倍，为铜的 1.8 倍，粘度系数随应变率的提高而减小。若取  $Y_0 = 0.1 \sim 0.5 \text{ GPa}$ ， $\dot{\varphi} = 80 \sim 150 \text{ m/s}$ ， $R = 1.5 \sim 10 \text{ mm}$ ，则文中的无量纲粘性系数  $\tilde{\mu} = 0.2 \sim 1.0$

### 6 理想化射流的解

为了便于理论处理，我们对射流作理想化假设：(1)射流在初始时刻是一个等截面  $A_0$  的拉伸杆，略去表面张力、气动压力；(2)初始时刻射流各物质点的速度  $v(h)$  是拉氏坐标的线性函数，即  $\frac{\partial v}{\partial h} = X_0$  为常数；(3)射流在拉伸过程中，每个质点的速度保持不变，即  $v = v(h)$ ，与时间无关。

由假设(3)，有  $\frac{\partial u}{\partial t} = \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)_h = 0$ 。将方程(1)第二式对时间求导数，得  $\left[ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{A_0}{A} \right) \right]_h =$

$$\frac{\partial v}{\partial h} = X_0$$

积分此式，有

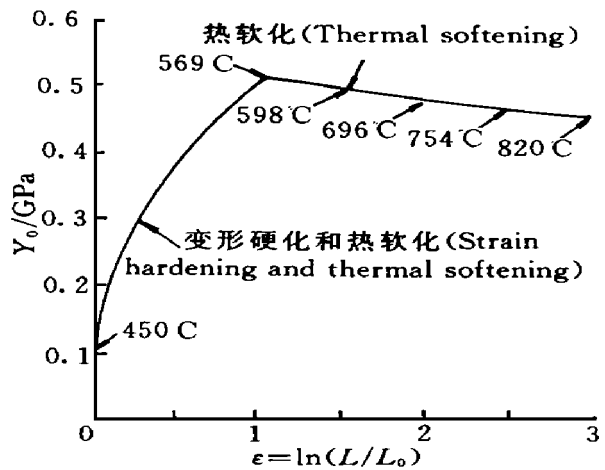


图 1 绝热屈服应力  
Fig. 1 A diabatic yield stress

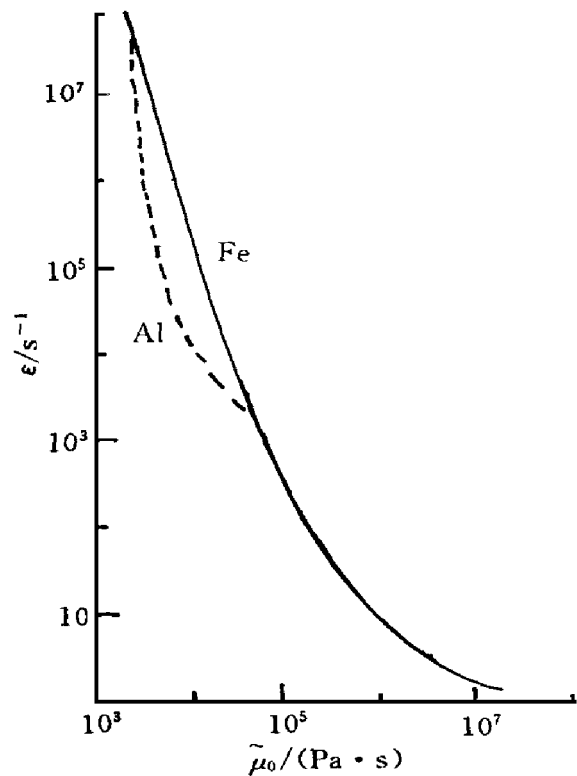


图 2 钢和铝的粘性对应变率的依赖关系  
Fig. 2 Relationship between viscosity and strain rate of steel and aluminum

$$\frac{A}{A_0} = \frac{1}{X_0 t + 1} \quad (6)$$

即

$$R = R_0 (X_0 t + 1)^{-\frac{1}{2}} \quad (7)$$

注意到不可压缩假设  $A_0 L_0 = AL$

$$L = L_0 (X_0 t + 1) \quad (8)$$

若取  $h=0$  点速度为零, 即  $v(0)=0$  则有

$$v(h) = X_0 h \quad (9)$$

由于  $A dz = A_0 dh$ , 取拉氏坐标原点与欧拉坐标系的原点重合, 则

$$h = z (X_0 t + 1)^{-1} \quad (10)$$

于是 (6)~(10) 式为理想化射流的解。

## 7 射流断裂时间

对于理想化的射流, 由方程 (1) 有

$$G \frac{\partial A}{\partial h} + A \frac{\partial G}{\partial h} = 0 \quad (11)$$

当选  $R_{00}$  为射流初始半径时, 无量纲量  $A_0 = \pi$ , 对于  $A = A(t)$  与  $h$  无关情况, 方程 (1) 的一个初积分为

$$-\frac{3}{8} X_0 \left[ \frac{A}{A_0} \right]^3 + e_+ - \frac{3}{8} X_0 \frac{A}{A_0} = g(t) \quad (12)$$

式中:  $g(t)$  为与时间有关的积分常数。(12) 式在射流断裂时刻  $t_b$  亦成立。取一组常数  $C_1, C_2, C_3$ , 由方程 (1) 的数值解给出的断裂时间  $t_b$  及  $g(t_b)$  值如表 1 由表可知,  $g(t_b)$  的值变化较小, 故做为近似公式认为  $g$  是一个常数。对于给定的本构关系表达式,  $g$  可以通过数值解或实验值确定。使用 (6) 式及选定的本构方程  $e = e(A/A_0, X_0)$ , 由 (12) 式可以得到关于断裂时间  $t_b$  的方程

$$-\frac{3}{8} X_0 \left[ \frac{1}{X_0 t + 1} \right]^3 + e \left[ \frac{1}{X_0 t + 1}, X_0 \right] + \frac{3}{8} X_0 = g \quad (13)$$

表 1  $t_b$  及  $g(t_b)$  的计算值

Table 1 Computational values of  $t_b$  and  $g(t_b)$

$X_0$	$t_b$	$g(t_b)$
1	4.80	2.542
2	3.70	2.533
3	3.30	2.524
4	3.08	2.519
6	2.79	2.517
7	2.70	2.520
8	2.65	2.518

式中：第一项是射流在径向收缩运动中产生的，第二项为射流的屈服强度，第三项为粘性项

如果我们选取本构关系为下列形式

$$e = C_0 + C_1 \frac{A}{A_0} + C_2 \left[ \frac{A}{A_0} \right]^2 \quad (14)$$

则由 (13) 式可以解出

$$t_b = \frac{1}{X_0} \left| Y - \frac{3 X_0 + C_1}{3(C_0 - g)} - 1 \right| \quad (15)$$

式中：  $Y = \sqrt{-\frac{q}{2}} \left[ \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{4f^3}{27q^3}}} + \sqrt{1 - \sqrt{1 + \frac{4f^3}{27q^3}}} \right]$ ,  $f = -\frac{1}{3} \left[ \frac{3 X_0 + C_1}{C_0 - g} \right] - \frac{C_2}{g(C_0 - g)}$ ,  $q = \frac{3}{27} \left[ \frac{3 X_0 + C_1}{C_0 - g} \right]^3 + \frac{C_2(3 X_0 + C_1)}{3(C_0 - g)^2} - \frac{3 X_0}{8(C_0 - g)^2}$

用二维数值解拟合给出的  $C_0, C_1, C_2$ ，由公式 (15) 取不同  $\mu$  值得到的曲线族画于图 3 中，图 3 同时显示了方程 (1) 数值解计算的  $t_b \sim X_0$  曲线，P·C·Chou, Carleone 拟合公式及各种不同射流实验点。从图 3 可以看出当粘度  $\mu$  从 0.2 变化到 0.5 时，理论公式曲线族基本上覆盖了近几十年的所有实验点。 $\mu = 0.3$  的理论曲线与 P·C·Chou 的实验拟合公式基本一致。 $\mu = 0.3$  的数值计算结果与理论公式曲线也符合。

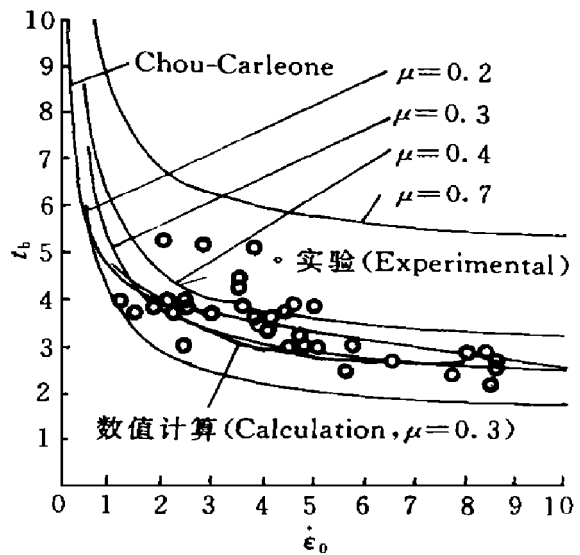


图 3 理论公式计算的断裂时间与实验数据的比较

Fig 3 Comparison between the theoretical calculated breakup time and some experiment data

### 8 讨 论

方程 (13) 是射流断裂时间所满足的近似方程，它具有较大的普适性，我们探讨在不同的近似条件下，它给出的射流断裂时间公式。

(1) 在理想塑性条件下， $e = 1$  不考虑粘性，即  $g = 0$  由 (13) 式可以得到

$$t_b = k \sqrt{X_0^3} - X_0^3$$

由实验值，可定出  $k = 5.82$  当  $X_0$  较大， $X_0^3$  项略去，则上式化为

$$t_b = k \sqrt{X_0^3}$$

这就是郑哲敏从量纲理论得出的公式<sup>[2]</sup>。若在无量纲化的屈服应力  $Y_0$  的取值上区分出等温过程值和绝热过程值，则上式为 P·C·Chou 公式<sup>[6]</sup>。

(2) 在理想塑性条件下， $e = 1$  考虑粘性但略去颈向收缩项，则可得

$$t_b = 3k - X_0^3$$

式中： $k$  为常数。这就是 Haugstad 第二公式<sup>[9]</sup>。

(3) 本构关系取  $\epsilon = C_0 + C_n \left[ \frac{A}{A_0} X \right]^n$ , 略去粘性项和颈向收缩项, 则有  $\left[ \frac{X}{X_0 t_0 + 1} \right]^n = \frac{g - C_0}{C_n}$ , 故

$$t_0 = k - X_0^{-1}$$

式中:  $k = \left[ \frac{C_1}{g - C_0} \right]^{\frac{1}{n}}$ , 为常数。这是 H augstad 给出的另一公式<sup>[18]</sup>, 当  $X_0^{-1}$  可以忽略时

$$t_0 = k$$

为 E itan H irsch 给出的公式<sup>[17]</sup>。

从以上讨论可以看出, 郑哲敏和 P C Chou 公式是理想塑性假设下, 在较大  $X$  时, 仅考虑射流颈向收缩效应的结果。H augstad 第二公式为理想塑性假设下, 仅考虑粘性, 忽略颈向收缩效应近似下的公式。H augstad 第一公式则是考虑了应变率硬化效应, 忽略粘性和颈向收缩的结果。E itan H irsch 公式则是 H augstad 第一公式略去  $X_0^{-1}$  项的近似式。显然, 当取本构关系  $\epsilon = C_0 + C_1 \frac{A}{A_0} + C_n \frac{A}{A_0} X_0^{-1} \neq 0$  但略去颈向收缩项则, 则可由 (13) 式得

$$t_0 = k_1 + k_2 + \frac{k_3 - 1}{X_0}$$

式中:  $k_1 = 3/(g - C_0)$ ,  $k_2 = C_n/(g - C_0)$ ,  $k_3 = C_1/(g - C_0)$ , 均为常数。这个公式包含了 H augstad 两个公式和 E itan H irsch 公式, 是一个适用范围较广的公式形式。只要从实验拟合出  $k_1, k_2, k_3$ , 很便于公式应用。

## 9 结 论

我们从描述射流运动的一维近似方程出发, 在理想化射流假设下, 得出了射流断裂时间满足的关系式。在特殊近似条件下, 它导致了已有的五种半经验公式形式, 说明了本文公式的适用范围较广, 且与实验结果相一致。

本文的理论公式与各种半经验公式的对比研究表明, 各种半经验公式代表不同的物理模型, 各有其合理性。

## 参 考 文 献

- 1 Chou P C, Carleone J. The Stability of Shaped Charge Jet. *Journal of Applied Physics*, 1977, 48(10): 4187~ 4195
- 2 郑哲敏. 聚能射流的稳定性问题. *爆炸与冲击*, 1981, 1(1): 6~ 17
- 3 Curtis J P. Axisymmetric Instability Model for Shaped Charge Jets. *Journal of Applied Physics*, 1987, 61(11): 4978~ 4985
- 4 Pack D C. On the Perturbation and Breakup of a Highspeed, Elongating Metal Jet. *Journal of Applied Physics*, 1988, 63(6): 1864~ 1871
- 5 Romero L A. The Instability of Rapidly Stretching Plastic Jets. *Journal of Applied Physics*, 1989, 65(8): 3006~ 3016

- 6 Chou P C, G rudza M, Liu Y, et al Shaped Charge Jet Breakup Fom ula w ith M etal A niso trophy. In Proceedings of the 13th International Symposium on Ballistics Vol 2 Stockholm, Sw eden [s n ] 1992
- 7 Hirsch E. A Fom ula for the Shaped Charge Jet Breakup T ime Propellants Explosives Pyrotechnics 1979 4 89~ 94
- 8 Haugstad B. On the Breakup of Shaped Charge Jets Propellants Explosives Pyrotechnics 1983 8 119~ 120
- 9 Walters W P, Summers R L. A Review of Jet Breakup T ime M odels Propellants Explosives Pyrotechnics 1993 18 241~ 246
- 10 Carleone J, Chou P C, Walters W P, et al Prediction of Shaped Charge Jet Breakup T ime and Calculation of Penetrations U S A my Ballistics Research Laboratories(BRL), Contractor Report No ARBRL-CR-00396 1979
- 11 Qin C S, Duan Q S, Lin Z. Study of Shaped Charge Jet Breakup In Proceedings of the 15th International Symposium on Ballistics Jerusalem, Israel [s n ] 1995 325~ 332
- 12 Miller C W. A New Approach to the Numerical Analysis of Shaped Charge Jets In Proc 6th Int Symp on Ballistics Orlando, FL: [s n ] 1981 244~ 255
- 13 ДРибас А.А. Физика У рчнения и Сварки ВЗЫВОМ. Москва: Наука, 1980 219

## BREAKUP TIME OF THE SHAPED CHARGE JET

Q in Chengsen, Duan Q ingsheng, Han Bing

*(Beijing Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing, 100088)*

**ABSTRACT** By means of the one-dimensional jet motion equation, the paper gives a jet breakup time formula which shows the effects of the yield strength, viscosity, constitutive equation and radial flow on the breakup time. The curve family calculated from the formula covers all experimental points and the formula can naturally be reduced to some other late published formulas under the some specified conditions.

**KEY WORDS** shaped charge jet, jet instability, theoretical analysis, breakup time formula