

滑移爆轰作用下飞板运动规律的研究 ——双 P-M 法

郭佑雄 赵福兴 周祖荣

(西安交通大学 西安 710049)

摘要 在爆炸载荷作用下飞板运动规律的研究是爆炸焊接中一个十分重要的问题。提出爆炸产物的侧向飞散过程可用普朗特-梅耶 (Prandtl-Meyer) 的绕流理论来描述, 而且飞板的存在与弯曲对爆炸产物的稀疏作用也可以用这一理论来描述, 即爆炸产物的真实运动状态是这两种运动的综合。进而推导出了描述飞板运动规律的近似计算方法——双 P-M 法。通过实例计算, 表明这一方法能较精确地描述飞板的运动规律。

关键词 爆炸焊接 双 P-M 法 爆炸产物 稀疏作用

中图法分类号 Q 381^①

1 概述

飞板在滑移爆轰作用下运动规律的研究是爆炸焊接理论研究中的一个十分重要的基础课题。由于飞板的运动状态直接影响到爆炸焊接工艺中各种参数的选择和焊接质量。因此, 自 1944 年爆炸焊接被发现以来的半个世纪中, 国内外许多学者都对此进行了详细的研究, 先后提出了格尼 (Gurney) 阿述兹 (Aziz) 的一维飞板运动模型和列契脱 (Richter) 的二维模型。

我国科学工作者在这方面也做了大量的工作, 特别是中国科学院力学所邵丙璜研究员提出的模型, 是对这一问题认识的又一重大突破。他首次应用了普朗特-梅耶 (Prandtl-Meyer) (Lighthill) 的活塞理论来描述飞板对爆炸产物的稀疏作用, 从而得到了一个二维的近似模型^[1]。在这一模型的基础上, 我们经过分析研究, 提出一个新的二维近似计算模型——双 P-M 模型。

2 双 P-M 模型

要想精确地描述飞板的运动状况, 就得较精确地来确定作用在飞板上的爆炸压力, 即要精确地描述爆炸产物的运动状态。

双 P-M 模型认为: 爆炸产物的侧向飞散过程不但可以用 P-M 理论来描述, 而且飞板的存在和弯曲对爆炸产物的稀疏作用也可以用 P-M 理论来描述。在实际爆炸过程中, 爆炸产物一方面沿 $\angle AOD$ 作 P-M 绕流, 另一方面又沿飞板作 P-M 流动, 爆炸产物的真实运动状况是这两种运动的综合, 如图 1 所示。实际上, 这两种流动相互影响, 并且在边界上稀疏波还要发生反射。所以, 要精确地计算整个爆炸产物区域内的气体状态参数是一个十分复杂的物理问题, 需

① 郭佑雄: 男, 1970年生, 硕士, 工程师。

1996-11-06收到原稿, 1997-06-23收到修改稿。

要用二维特征线方法求解。为了简化分析并以解析式表达飞板的运动状态,双 P-M 模型作了如下一些假定。

(1)飞板具有足够的宽度,对来自宽度方向的稀疏效应可以忽略不计。这样就可以把一个复杂的爆炸气体动力学问题简化为一个二维问题来进行分析。

(2)爆炸产物的稀疏作用主要来自三个方面,即爆炸产物的上侧自由表面、飞板的存在与弯曲及引爆端的自由膨胀所产生的稀疏效应^[1]。在一般情况下,主要是前面两种稀疏作用的影响。

(3)把爆炸产物上侧自由表面的稀疏作用和下侧飞板的稀疏作用分别以两次相互独立的 P-M 膨胀来描述。

(4)不计材料强度和空气阻力对飞板运动的影响。

(5)假定爆炸气体的膨胀过程满足多方状态方程,即

$$PV^{\gamma} = \text{const} \quad (1)$$

γ 为多方指数,它通常是随炸药品种、密度的不同而变化,并在爆炸过程中随爆轰产物压力的衰减而变化。这里采用平均多方指数,以使实例分析易于进行。在分析时,对于高爆速炸药,取 $\gamma = 1.40$ 对于低爆速炸药,取 $\gamma = 1.30$

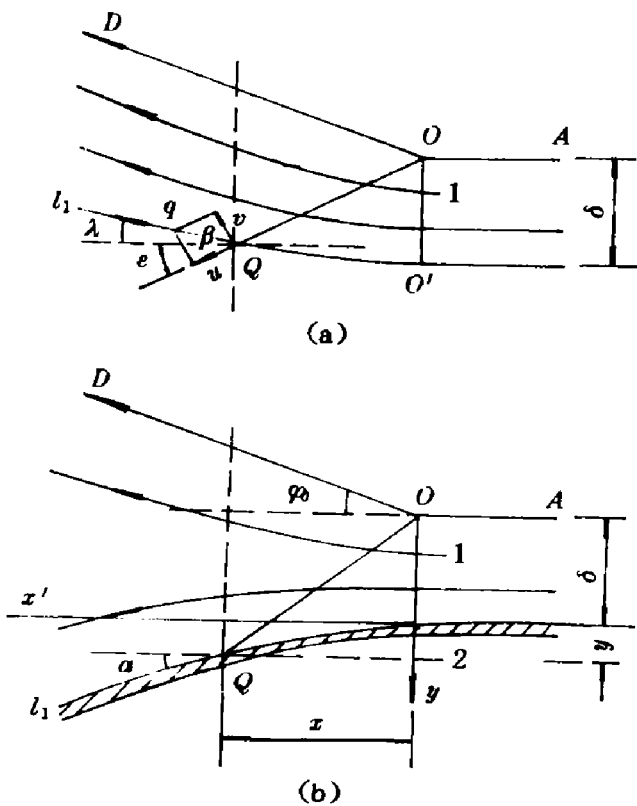
(6)假定爆炸产物沿飞板表面流动是无摩擦的。这样假定是为了将这一定常二维问题简化为定常二维等熵流问题来分析。

由于作用在飞板上的压强和紧贴飞板表面的爆炸产物的压强相等,而其它区域的爆炸产物的压强并不直接参与飞板运动的分析计算。因此,只要能求出紧贴飞板表面的气体压强即可。

这里对图 1 的运动状态作一分析,可以看出:在飞板表面上,爆炸产物的流动速度向量的方向和飞板表面的斜率是一致的。对于飞板上任意一点 Q ,其压强应和该点处的气压相等。而该点处爆炸产物的压强为爆轰波阵面上的压强 P_H 经过上侧面和飞板的双重稀疏作用后的气压。所以,只要能计算出经过这两种稀疏作用后 Q 点的气压即可。对此问题的分析步骤如下:

首先,和邵丙璜研究员的模型一样,求解绕 $\angle AOD$ 的 P-M 膨胀问题,确定流场中各点的压力 P 和流动速度 q ,从而获得任意一条特征线上气体的状态参数。 Q 点所受的膨胀作用受其所在的特征线的控制。假定经过第一次膨胀后, Q 点的气压为 P ,流速向上偏转 λ 角。

其次,考虑飞板稀疏作用的影响,即将经过第一次膨胀后的流线 l_1 再沿飞板膨胀一次。显



1 Explosive 2 Uspet plate

图 1 双 P-M 理论模型图

Fig 1 The sketch map of tw in P-M theory model

然气流沿飞板作 P-M 膨胀比沿 $\angle AOD$ 膨胀要复杂得多, 因为这是一个绕连续凸面的 P-M 膨胀问题。对 Q 点来说, 由于绕 $\angle AOD$ 的 P-M 流已使气流向上偏转了 λ 的角值, 假设 Q 点处飞板的弯折角为 τ 要使 Q 点满足边界条件, 必须使该点的气流向下再偏转 $(\lambda + \tau)$ 的角值。这就是飞板对该点爆炸产物的膨胀作用。爆炸产物在 Q 点处经过两次膨胀后的压强即是 Q 点处飞板所受到的实际压强。

3 问题的求解

爆炸产物绕 $\angle AOD$ 的 P-M 膨胀问题, 邵丙璜研究员已应用动量守恒和质量守恒定律建立了如下方程组:

$$v = \frac{\partial u}{\partial \theta} \tag{2}$$

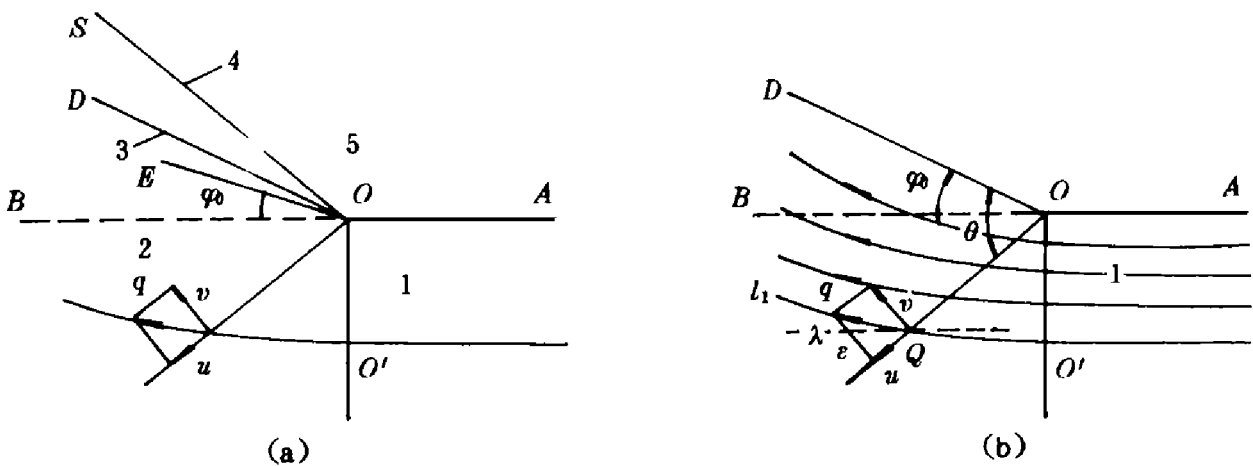
$$v \frac{\partial v}{\partial \theta} + uv + \frac{1}{d} \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{v}{d} \frac{\partial d}{\partial \theta} + u = 0 \tag{4}$$

同时, 他还应用伯努利方程和边界条件求解上述方程组, 得到了描述 EOO' 区域内任意一点 (r, θ) 处的速度 q 压强 P 的表达式:

$$\frac{q}{C_H} = \sqrt{\frac{u^2}{C_H^2} + \frac{v^2}{C_H^2}} = \sqrt{\frac{V_+ - 1}{V_- - 1} \sin^2 \left[\sqrt{\frac{V_- - 1}{V_+ - 1}} h \right] + \cos^2 \left[\sqrt{\frac{V_- - 1}{V_+ - 1}} h \right]} \tag{5}$$

$$\frac{P}{P_H} = \left| 1 - \frac{V_- - 1}{V_+ - 1} \left[\frac{u}{C_H} \right]^2 \right|^{V_+/(V_- - 1)} = \left| \cos \left[\sqrt{\frac{V_- - 1}{V_+ - 1}} h \right] \right|^{2V_+/(V_- - 1)} \tag{6}$$



1 Explosive 2 Detonation product zone 3 Detonation product boundary;
4 The wave surface of slope blast 5 Air zone

图 2 流场参数示意图

Fig 2 The scheme of fluid field parameters

下面讨论最下边缘流线 l_1 上的 Q 点的马赫数和流动方向, 如图 2(b) 所示。显然特征线 OQ 上各点的马赫数都是相等的, 考虑到 $C/C_H = (P/P_H)^{1/(V_+ - 1)}$ 和式 (5), 经过第一次膨胀后 Q 点的马赫数 M_1 可表示为:

$$\begin{aligned}
 M_1 = \frac{q}{C} &= \frac{\frac{q}{C_H}}{\frac{C}{C_H}} = \frac{\sqrt{\frac{V_+ - 1}{V_- - 1} \sin^2 \left[\sqrt{\frac{V_- - 1}{V_+ - 1}} h \right] + \cos^2 \left[\sqrt{\frac{V_- - 1}{V_+ - 1}} h \right]}}{\cos \left[\sqrt{\frac{V_- - 1}{V_+ - 1}} h \right]} \\
 &= \left[\frac{V_+ - 1}{V_- - 1} \tan^2 \left[\sqrt{\frac{V_- - 1}{V_+ - 1}} h \right] + 1 \right]^{1/2} \quad (7)
 \end{aligned}$$

流线上 Q 点的流速和 X 轴的夹角为:

$$\lambda = h_- \arctan \left[\sqrt{\frac{V_+ - 1}{V_- - 1}} \tan \left[\sqrt{\frac{V_- - 1}{V_+ - 1}} h \right] \right] \quad (8)$$

至于飞板对爆炸产物的稀疏作用可把它当作一个在凸面上的 $P-M$ 流来处理。假设飞板上任意一点 Q , 其离爆轰波阵面的距离为 x , 竖向位移为 y , 该点处飞板的弯折角为 Γ 经过第一次膨胀后, 该处的流向偏离水平方向的夹角为 λ (参看图 1), 要使图 1(a) 中的流线 l 沿飞板流动, 即满足边界条件, 则流线应偏离的角度为:

$$\Gamma = \Gamma_+ \lambda = \Gamma_+ h_- \arctan \left[\sqrt{\frac{V_+ - 1}{V_- - 1}} \tan \left[\sqrt{\frac{V_- - 1}{V_+ - 1}} h \right] \right] \quad (9)$$

其中 h 值为:

$$h = \arctan \left[\frac{x}{W_+ y} \right] \quad (10)$$

由参考文献 [3] 我们可得到对于该点的膨胀方程

$$\begin{aligned}
 \Gamma_+ \lambda = \sqrt{b} \left[\arctan \left[\frac{M_2^2 - 1}{b} \right]^{1/2} - \arctan \left[\frac{M_1^2 - 1}{b} \right]^{1/2} \right] - \\
 \arctan \sqrt{M_2^2 - 1} + \arctan \sqrt{M_1^2 - 1} \quad (11)
 \end{aligned}$$

其中: $b = (V_+ - 1)/(V_- - 1)$, M_2 为经过第二次膨胀后的马赫数, M_1 由式 (7) 确定。利用式 (7), 上式可简化为:

$$\Gamma = G \arctan \frac{E}{G} - \arctan E + 2 \arctan \left[G \tan \frac{h}{G} \right] - 2h \quad (12)$$

其中: $G = [(V_+ - 1)/(V_- - 1)]^{1/2}$, $E = (M_2^2 - 1)^{1/2}$ 。经过两次 $P-M$ 膨胀后的爆炸产物的压强 P_2 可表示为:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left[\frac{1 + \frac{V_- - 1}{2} M_1^2}{1 + \frac{V_- - 1}{2} M_2^2} \right]^{\frac{V}{V-1}} = \left[\frac{\frac{V_+ - 1}{2} \sec^2 \frac{h}{G}}{1 + \frac{V_- - 1}{2} M_2^2} \right]^{\frac{V}{V-1}} \quad (13)$$

考虑到 (6) 式有:

$$\frac{P_2}{P_H} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{P_1}{P_H} = \left[\frac{\frac{V_+ - 1}{2}}{1 + \frac{V_- - 1}{2} M_2^2} \right]^{\frac{V}{V-1}} = \left[\frac{G^2}{G^2 + E^2} \right]^{\frac{V}{V-1}} \quad (14)$$

这样通过式 (12) 和式 (14) 就可以知道对应于任何 h 值时, Γ 和 P_2/P_H 之间的关系。这两者之间的联系纽带是 E , 它是爆炸产物经过两次膨胀后的流动马赫数 M_2 的函数, $E = (M_2^2 -$

1)^{1/2}。

下面来分析平行装置中飞板的运动姿态 (对于倾斜装置, 可作类似分析) 假定飞板上的任意一点在压力 P 的作用下作等速变速率的曲线运动, 如图 3 所示。则由牛顿定律有:

$$P = \frac{m v_d^2}{\bar{R}} = m v_d^2 \cos T \frac{dT}{dx} \quad (15)$$

其中: m 表示飞板的面密度, 即 $m = \rho h$, ρ 、 h 分别表示密度和板厚, P_H 表示飞板。将 (14) 代入 (15) 有:

$$P_H \left[\frac{G^2}{G^2 + E^2} \right]^{\frac{V}{V-1}} = m v_d^2 \cos T \frac{dT}{dx} \quad (16)$$

即:

$$\frac{R}{V_H + 1} \left[\frac{G^2}{G^2 + E^2} \right]^{\frac{V}{V-1}} d \left[\frac{x}{W} \right] = \cos T dT$$

其中: $R = W \rho h$ 为质量比。对上式积分, 积分区间从 $x = 0$ ($T = 0$) 到 $x = Y$ ($T = T_1$):

$$\sin T_1 = \frac{R}{V_H + 1} \int_0^Y \left[\frac{G^2}{G^2 + E^2} \right]^{\frac{V}{V-1}} d \left[\frac{x}{W} \right] \quad (17a)$$

上式也可写成

$$T_1 = \arcsin \left[\frac{R}{V_H + 1} \int_0^Y \left[\frac{G^2}{G^2 + E^2} \right]^{\frac{V}{V-1}} d \left[\frac{x}{W} \right] \right] \quad (17b)$$

在具体编程计算中, 可把上式写成:

$$T_1 = \arcsin \left[QQ + \frac{R}{V_H + 1} \left[\frac{G^2}{G^2 + E_1^2} \right]^{G_1} \Delta \left[\frac{x}{W} \right] \right] \quad (18)$$

其中: $G = V/(V-1)$, QQ 是积分累加项, E_1 仅为 T_1 的函数, $\Delta(x/W)$ 为积分步长。由式 (12) 有

$$T_1 = G \arctan \frac{E_1}{G} - \arctan E_1 + 2 \arctan \left(G \tan \frac{h}{G} \right) - 2h \quad (19)$$

(17) 和 (19) 两式为我们提供了 x/W (或 h) 和 T 之间的关系, 只要求解这两个方程, 就可以得到飞板上任意一点 x/W 处飞板的弯折角 T

至于 y/W 和 T 之间的关系, 可通过下式求得:

$$dy = \tan T dx; \quad \frac{y}{W} = \int_0^Y \tan T d \left[\frac{x}{W} \right] \quad (20)$$

飞板的碰撞速度, 可表示为:

$$\frac{v}{v_d} = 2 \sin \frac{T_1}{2} \quad (21)$$

该点处的压强, 将求得的 E_1 值代入 (14) 式即可:

$$\frac{P}{P_H} = \left[\frac{G^2}{G^2 + E_1^2} \right]^{G_1} \quad (22)$$

爆炸压力对飞板所产生的弯矩, 可用下式进行计算:

$$M = \int_0^x P \cos T \cdot x dx + \int_0^y P \sin T \cdot y dy \quad (23a)$$

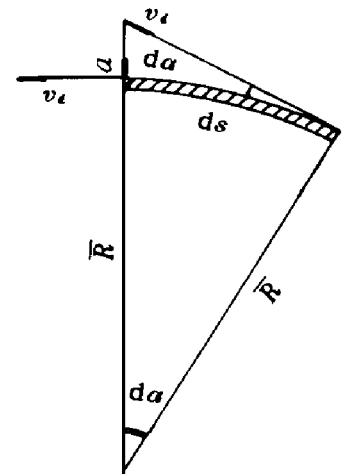


图 3 \bar{R} 和加速度 T 关系图
Fig. 3 The relationship between \bar{R} and T

或者写成

$$MJ = \frac{M}{P_H W} = \int_0^{\dot{W}} \frac{P}{P_H} \cos T \cdot \frac{x}{W} \cdot d\left[\frac{x}{W}\right] + \int_0^{\dot{W}} \frac{P}{P_H} \sin T \cdot \frac{y}{W} \cdot d\left[\frac{y}{W}\right] \quad (23b)$$

其中 P 和 T 均为 x 或 y 的函数, 相互之间的关系可通过式 (10)、(17)、(19)、(22) 来沟通。对于一个具体的实例, 只要按上述流程编一个简单的程序就完成其分析过程。

4 实例分析

对参考文献 [1] 中所给出的实测结果的九个实例, 用双 P-M 法和各种方法进行了分析, 分析结果见表 1。从分析结果可以看出, 双 P-M 法的分析与实测结果是比较吻合的。

对表中的实例 8 由双 P-M 法所得到的飞板的运动参数和 x 与 W 之间的关系分别如图 4 图 5 所示。从这些图象中我们可以看出, 飞板的弯折过程主要是在 $0 \leq x \leq 30$ 的范围内完成的, 同时也正是在这个范围内, 飞板加速过程才得以完成。

表 1 飞板弯折角的实测值与计算值的对比

Table 1 The comparison between calculating values and measurement results

序号	药厚 / W/mm	多方指 数 N_f	质量比 / R	距离 / y /mm	爆速 / m /s	$U_{测} /(^{\circ})$	Gurney 公式	
							$U_{计} /(^{\circ})$	误差 $l(%)$
1	41	2.0	0.49	20	2232	10.7	12.79	19.53
2	W	3.0	0.326	$x \leq 7$	6500	5.0	6.56	31.2
3	20	2.0	0.87	20	2270	15.9	20.55	29.24
4	48	2.0	0.942	20	3126	13.6	19.94	46.62
5	40	2.0	1.019	30	2041	17.6	21.70	23.3
6	40	2.5	1.056	20	2822	14	18.0	28.57
7	40	2.5	1.057	20	2895	13.7	18.01	31.46
8	5.3	3.0	0.4	$x \leq 5.45$	6500	5.8	7.77	33.97
9	30	2.0	1.146	$x \leq 3.35$	2300	18	25.54	41.89
平均误差								31.75

序号	Gurney 修正公式		Richter 公式		V	双 P-M 公式		资料
	$U_{计} /(^{\circ})$	误差 $l(%)$	$U_{计} /(^{\circ})$	误差 $l(%)$		$U_{计} /(^{\circ})$	误差 $l(%)$	
1	10.85	1.4	10.2	4.67	1.599	10	6.54	
2	4.78	4.4	4.665	6.7	2.2	4.97	0.6	
3	17.6	10.69	16	0.63	1.637	16	0.63	
4	16.67	23.31	15.75	15.81	1.644	14.35	5.51	a^*
5	18.37	4.38	17.35	1.42	1.652	16.64	5.45	
6	14.51	3.64	13.48	3.71	1.926	13.3	5.00	
7	14.52	5.99	13.48	1.61	1.926	13.3	2.92	
8	5.66	2.41	5.54	4.48	2.2	5.767	0.57	
9	20.17	12.06	18.8	4.44	1.665	17.75	1.39	
平均误差		7.59	4.83			3.18		

注: 1 表中 W 为炸药厚度; 2 a 来源于资料 [1]

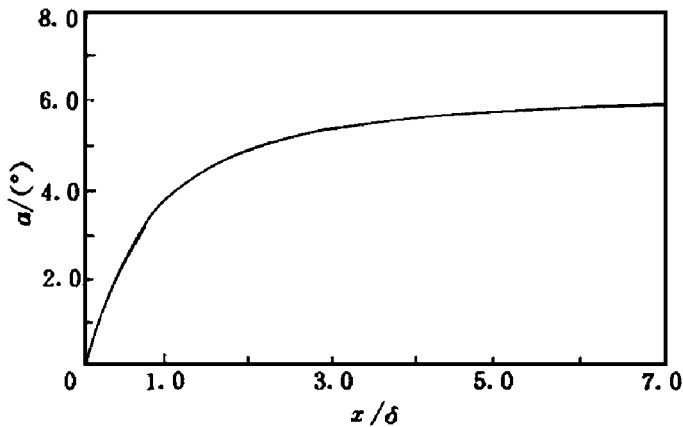
图 4 飞板弯折角 Γ 和 x/δ 之间的关系图

Fig. 4 The relationship between bending angle Γ and x/δ

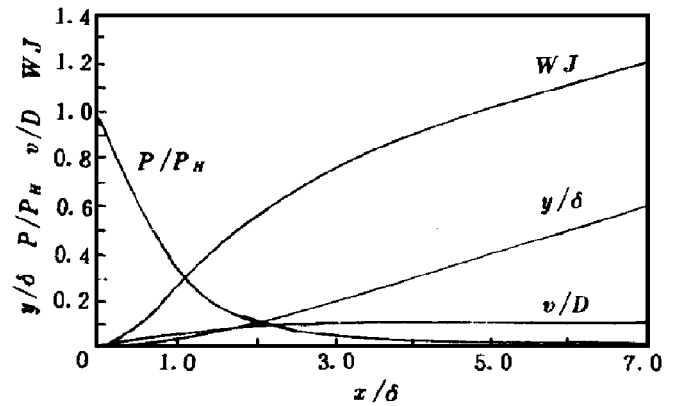
图 5 y/δ , P/P_H , v/D , WJ 随 x/δ 的变化过程图

Fig. 5 The relationship between x/δ and y/δ , P/P_H , v/D , WJ

5 结 论

(1) 九个实例的分析结果表明: 用双 P-M 法所计算出的数据与实测结果比较吻合, 其平均误差仅为 3.17%。这说明该方法能更精确地描述飞板的实际运动状态。

(2) 采用平均多方指数的概念, 使双 P-M 法对实例的分析易于进行。通过质量比 R 修正后的平均多方指数与 Richter 等公式采用爆轰波阵面上的多方指数 m 来描述爆炸产物的状态相比, 采用这一多方指数更接近于反映实际。

(3) 计算表明, 飞板的加速过程主要是在 $0 \leq x/\delta \leq 3.0$ 的范围内完成的。双 P-M 法只适用于描述离爆轰波阵面较近区内的飞板运动状态。这是因为离爆轰波阵面较远的地方, 爆炸产物不再作 P-M 绕流而向空中作球状扩散, 此时该理论存在的条件已不复存在。同时, 随着离爆轰波阵面距离的增大爆炸产物的压强已很小, 此时飞板的刚度、空气的阻力以及飞板的自重等对飞板运动的影响将越来越大。一般说来, 在 $x/\delta \leq 3$ 时, 双 P-M 公式的描述是比较精确的。

(4) 在双 P-M 法推导过程中, 认为爆轰气体沿飞板连续凸面作 P-M 膨胀, 其流动特性参数沿特征线为常数, 流动平行于壁面。这一假设与实际有一定差距, 必然给计算结果带来一些误差, 其误差值将有待于进一步分析确定。

参 考 文 献

- 1 邵丙璜, 张 凯. 爆炸焊接原理及其工程应用. 大连: 大连工学院出版社, 1987. 33~ 55
- 2 邵丙璜, 等. 炸药在滑移爆轰作用下多方指数 V 值的测定. 爆炸与冲击, 1981, 1(2): 30~ 35
- 3 左克罗 M J, 霍夫曼 J D. 气体动力学. 北京: 国防工业出版社, 1984
- 4 鲍姆 Φ A. 爆炸物理学. 北京: 科学出版社, 1963

AN APPROXIMATE METHOD ON DESCRIBING THE MOVEMENT OF PLATE UNDER SLIDING DETONATION —— TW IN P-M METHOD

Guo Youxiang Zhao Fuxing Zhou Zurong

(Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049)

ABSTRACT The study on the movement of plate under explosive loading is an important problem in explosive welding. In this paper, it is presented that the upper rarefaction of the explosion products can be described by the Prandtl-Meyer's theory (P-M theory), and the scattering effects which the plate puts on the explosion products can also be described by the P-M theory. Then, the tw in P-M method is derived, which is an approximate method on describing the movement of the plate. Examples show that this method can accurately describe the movement of the plate under sliding detonation.

KEY WORDS explosive welding, tw in P-M method, explosion products, scattering effects