

用冲击波应力历史曲线确定 材料物态方程参数⁽²⁰⁾

江厚满^a 张若棋^a 张寿齐^b

(^a 国防科技大学应用物理系 长沙 410073)

(^b 中国工程物理研究院 成都 610003)

摘要 提出一种确定材料物态方程参数的新方法,即从一次平面碰撞实验中单个拉格朗日量计记录的应力历史曲线出发,建立非线性优化模型,进而确定材料的物态方程参数。计算结果表明了这种方法的有效性。还考察了权重的选取对于最后优化结果的影响。

关键词 非线性优化 物态方程 变度量法

中图分类号 O 381

1 引言

G rüneisen-hugoniot物态方程是描述凝聚介质在几十万至几百万大气压范围内物态变化的半经验物态方程,在实验问题中有广泛的应用。在这个物态方程中,需要确定的参数有:冲击波速度 D 对波后粒子速度 u 的直线关系式 $D = c_0 + su$ 中的系数 c_0 、 s 以及 G rüneisen 系数 Γ_0 , 其中 Γ_0 可由 s 计算得到。由 $D \sim u$ 线性关系得到 c_0 、 s 的现行方法是进行冲击压缩实验,直接测量 D , 间接测量 u , 然后用最小二乘法拟合 (D, u) 实验数据^[1]。这种方法需要多组 (D, u) 实验数据,因而需要进行多次冲击压缩实验。在本文中,我们提出一种新方法,它根据一次平面碰撞实验中记录的应力历史曲线,运用非线性优化思想来确定物态方程参数 c_0 和 s 。

在本文中,首先讨论这种方法的基本原理及一些相关问题,然后结合一次实验中记录的应力历史曲线,计算² 纯铁的 c_0 和 s 。将计算结果同有关文献提供的 c_0 、 s 值比较后可以看出,利用非线性优化思想结合实测的冲击波应力历史曲线来计算材料物态方程参数 c_0 、 s 是一种有效的方法。

近年来,在国外利用非线性优化思想结合实验结果确定材料本构模型参数的方法已有一些报导,如根据爆炸成型弹丸(EFP)外形反推药型罩的本构模型参数^[2],但在国内类似文章还很少见。

2 方法原理简介

用冲击波应力历史曲线确定材料物态方程参数,首先要进行一维平面碰撞实验。假定埋在待测靶板中的拉格朗日量计记录了一个连续的应力历史曲线 $\sigma(t)$, 时间 $t \in [t_1, t_2]$ 。下面讨论如何从这条曲线出发,确定待测靶板的物态方程参数。

为求得物态方程参数,我们引入物态方程参数矢量 \mathbf{X} , 多元函数 $f(\mathbf{X}, t)$ 表示当靶板物态

⁽²⁰⁾ 江厚满:男,1970年3月生,博士研究生。

1997-02-16收到原稿,1997-04-22收到修改稿。

方程参数对应地取 \mathbf{X} 的各分量的值时, 在相同的平面碰撞试验条件下, 埋在同样位置的拉格朗日量计将“记录”的应力历史曲线。实际上, $f(\mathbf{X}, t)$ 是用一维拉格朗日编码模拟平面碰撞过程的数值结果。

如果忽略应力测量误差和物态方程模型误差, 我们可以将 $\epsilon(t)$ 看成是函数 $f(\mathbf{X}, t)$ 在点 $\mathbf{X} = \mathbf{a}$ 处的值, 即 $\epsilon(t) = f(\mathbf{a}, t)$ 。这里矢量 $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ 的各分量分别对应靶板物态方程中的待求参数。为确定 \mathbf{a} , 现构造加权的最小二乘形式的目标函数:

$$Z = \sum_j w_j [f(\mathbf{X}, t_j) - f(\mathbf{a}, t_j)]^2 \tag{1}$$

其中: w 是权重因子, 求和对时间区间内的若干点进行。显然 \mathbf{a} 是目标函数 $z = z(\mathbf{X})$ 的全局极小点。这样, 一个求靶板物态方程参数的问题, 转化为求目标函数 (1) 的极小点的极值问题。

对于这个极值问题, 可以采用拟 Newton 法或称变度量法 (variable metric) 求解。基本方法如下:

从点 \mathbf{X}_k 出发, 沿方向 $\mathbf{p}_k = -\mathbf{H}_k \mathbf{g}_k$ 进行一维搜索, 至点 \mathbf{X}_{k+1} ; 从 \mathbf{X}_{k+1} 出发时新的搜索方向取为

$$\mathbf{p}_{k+1} = -\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{g}_{k+1}$$

其中: m 阶矩阵 \mathbf{H}_k 称为变度量矩阵, \mathbf{g}_k 是 $Z(\mathbf{X})$ 在 \mathbf{X}_k 处的梯度矢量。

Broyden, Fletcher, Goldfarb 和 Shanno 提出的 BFGS 算法对变度量矩阵进行如下迭代^[3]:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{S}_k \mathbf{Y}_k^T}{\mathbf{S}_k^T \mathbf{Y}_k} \right) \mathbf{H}_k \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{S}_k \mathbf{Y}_k^T}{\mathbf{S}_k^T \mathbf{Y}_k} \right)^T + \frac{\mathbf{S}_k \mathbf{Y}_k^T}{\mathbf{S}_k^T \mathbf{Y}_k} \quad k = 0, 1, \dots$$

其中: $\mathbf{S}_k = \mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_k$, $\mathbf{Y}_k = \mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k$, 一般地, \mathbf{H}_0 取为单位矩阵 \mathbf{I} 。

BFGS 算法须求目标函数的梯度矢量 \mathbf{g}_k 。当用差商来近似时, 要选取合适的差商步长。根据文献 [3], 可取固定步长 $h = 2^{-t/2}$, 其中 t 是所使用的浮点机的二进制字长尾数。

3 应用举例和结果分析

在算例 1 中, 实测应力历史曲线 $\epsilon(t)$, $t \in [t_1, t_2]$ 取自文献 [4]。图 1 是该实验所用装置的示意图。

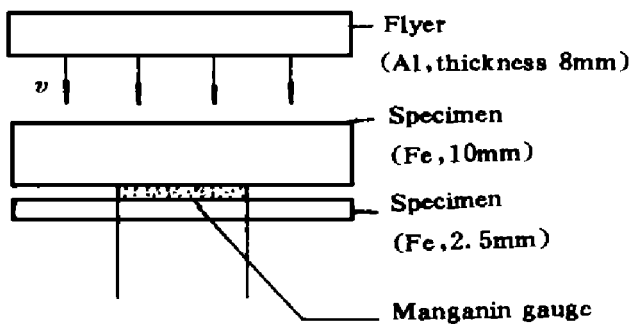


图 1 实验装置示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the experimental setup

飞片用标准材料 LY12 铝制造, 其材料参数以及靶材 2 纯铁的初始密度都是已知的。由于文献 [4] 没有给出飞片的撞击速度 v , 我们将它连同靶材材料的 c_0, s 一起作为决策变量。靶材的 Grüneisen 系数由下式计算

$$\Gamma_0 = 2s - 1 \tag{2}$$

在数值模拟计算 $f(\mathbf{X}, t)$ 时使用理想流体模型。除非特别标明, 给出的参数均为厘米·克·微秒单位制下的数值。下面给出优化结果。初始点统一取为 $\mathbf{X}_0 = (v, c_0, s)_0 = (0.200, 0.400, 1.000)$, 经过 14 个牛顿迭代步, 优化结果为

$$\mathbf{X}_{14} = (v, c_0, s)_{14} = (0.0911, 0.4699, 1.1656)$$

这个结果同文献 [4] 中给出的 $c_0 = 0.463$, $s = 1.33$ 以及根据锰铜压阻量计记录的应力峰值推算出来的飞片速度 $v = 0.0919$ 是比较接近的, 相对误差最大的是 s 误差的来源主要有: (1) 测量应力历史曲线时的测量误差; (2) 利用动力压缩数据计算 c_0 , s 时的测量误差及模型误差; (3) 一维数值模拟计算 $f(X, t)$ 时的数值误差及模型误差。

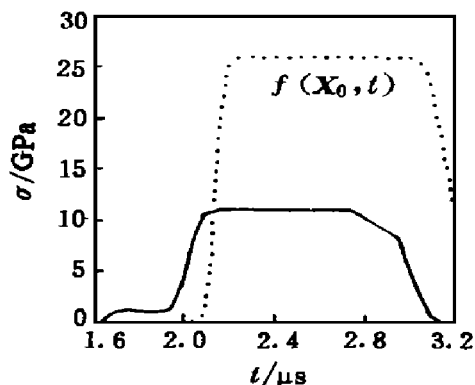


图 2 $f(X_0, t)$ 曲线 (点线) 和实测应力历史曲线 (实线)

Fig. 2 $f(X_0, t)$ curve (dotted) and recorded stress vs time profile (solid)

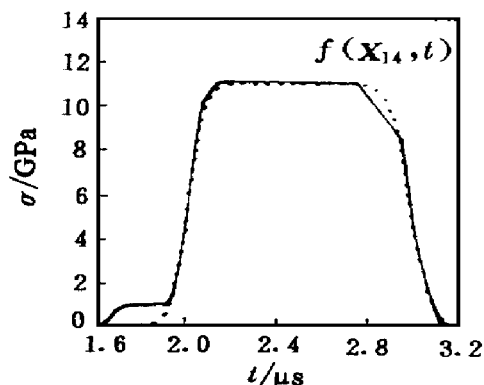


图 3 $f(X_{14}, t)$ 曲线 (点线) 和实测应力历史曲线 (实线)

Fig. 3 $f(X_{14}, t)$ curve (dotted) and recorded stress vs time profile (solid)

图 2 给出了迭代初始点对应的 $f(X_0, t)$ 曲线 (虚线) 以及实测应力历史曲线 $e(t)$ (实线)。从图 3 可以看出, 到第十四迭代步时, $f(X_{14}, t)$ 同实测应力历史曲线的差别已显著缩小。图 4 是目标函数值 $Z(X_k)$ 随迭代步 k (IT. STEP) 的变化情况, 它反映了迭代过程的收敛速度。

考察上面的优化结果, 三个决策变量中, s 同文献 [4] 给出的对应数值之间的差别很大, 且明显大于其它两个决策变量与对应值之间的差别。这可能是由于飞片速度较小, 因而 s 对应力历史曲线的影响很小所致。

基于以上考虑, 我们提高飞片速度设计了算例 2。由于没有相应的实验结果, 这时的“实测”应力历史曲线 $f(a, t)$ 实际上是取飞片速度 $v = 0.300$ 靶板的 $c_0 = 0.463$, $s = 1.33$, $\Gamma_0 = 1.66$ 时通过数值模拟给出的一条应力历史曲线。其它条件及优化初始点都和算例 1 相同。优化结果列于表 1 中。由表 1 可见, 此时 s 同其实际值的差别已显著缩小。

计算中, 我们发现, 目标函数中权重 w 的选择对于最后的优化结果以及所耗机时有直接的影响。这从表 1 可以看出。表中 NOF 一项为优化过程中函数 $f(X, t)$ 的计算 (即一维数值模拟) 次数。由于优化过程中 $f(X, t)$ 的计算占用 CPU 的绝大部分工作时间, 故而可用 NOF 表示过程所耗时。

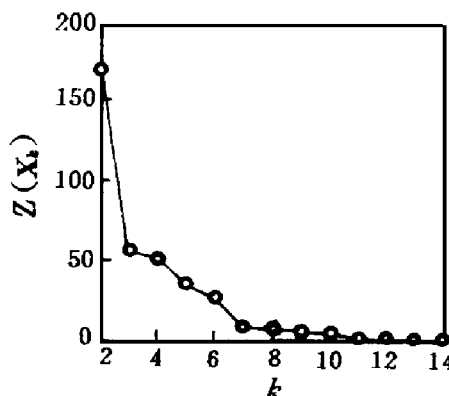


图 4 目标函数 $Z(X_k)$ 随迭代步 k 的变化曲线

Fig. 4 $Z(X_k)$ vs iteration step k curve

表1 两个算例的优化结果

Table 1 Optimized results for the two examples

算例	权重	优化结果			NOF ¹⁾	初始目标	最终目标
		v	c_0	s		函数值	函数值
1	w_1	0.0911	0.4699	1.1656	65	1192.087	0.576
	w_2	0.0901	0.4596	1.1440	70	1429.438	1.586
	实际值	0.0919	0.463	1.33			
2	w_3	0.2999	0.4634	1.3327	111	2855.988	0.009
	w_4	0.2999	0.4634	1.3323	100	2653.503	0.006
	实际值	0.300	0.463	1.33			

注: 1) NOF—Number of function evaluations

对于算例1, 计算时在应力历史的时间区间 $[1.60, 3.20]$ 内均匀采样

$$t_j = 1.60 + (j - 1) \cdot 0.02 \quad j = 1, \dots, 81$$

对应的权重 w_1 和权重 w_2 取值如下

$$w_{1j} = \begin{cases} 0.0 & 1 \leq j \leq 15 \\ 1000.0 & 16 \leq j \leq 69 \\ 500.0 & 70 \leq j \leq 81 \end{cases} \quad w_{2j} = \begin{cases} 0.0 & 1 \leq j \leq 15 \\ 1000.0 & 16 \leq j \leq 81 \end{cases}$$

由表1可以看出, 使用权重 w_1 比使用权重 w_2 获得的优化结果要好, 所耗时也少一些。实际操作中, 如何选择合适的权重因子是需要摸索的。当优化曲线并不能在整个区域内比较均匀地趋近实测应力历史曲线时, 若交互式地改变权重因子在区域内的分布, 有时可以获得更好的优化效果。

由于我们在一维数值模拟计算 $f(\mathbf{X}, t)$ 时使用的是理想流体模型, 故相应于实验曲线的弹性前驱波区段, 权重因子取为零。如果计算时使用流体弹塑性本构模型, 利用本文的方法, 就可以获得剪切模量、初始屈服强度等参数。

4 讨论

(1) 从原理上探讨了用冲击波应力曲线确定材料物态方程参数的可能性。前面曾提到待求物态方程参数矢量 \mathbf{a} 是所构造的目标函数的全局极小点, 这是就忽略测量误差和模型误差而言的。由于这些误差不可避免, 因而获得的优化结果只是待求物态方程参数矢量 \mathbf{a} 的近似值。另外, 即使我们根据实际情况对问题解空间进行了限制, 目标函数在此有限的解空间上仍然可能是多峰的, 因此, 应根据具体问题对优化结果进行评价。

(2) 应用本文提出的方法确定材料的物态方程参数 c_0, s, Γ_0 时, 为使 s 的优化结果较好, 实验时飞片速度要大一些。对于 Grüneisen 系数 Γ_0 和 s 的关系, 我们使用了关系式 $\Gamma_0 = 2s - 1$, 实际上也可以用别的关系式。另外, 锰铜压阻量计的测量精度没有冲击波速度量计的测量精度高, 这也是用冲击波应力历史曲线确定材料物态方程参数方法的一个缺陷。

(3) 利用压阻量计测量应力历史曲线, 一般只限于比较低的压力范围 (在平面碰撞实验中, 对应比较低的飞片速度), 而利用速度量计, 适应的压力范围一般要宽一些, 因此也可以利用本文提出的思想, 根据实测的速度历史曲线, 确定材料的物态方程参数。

(4) 利用非线性优化的思想, 根据实验结果以确定材料的动态力学性质参数是一种值得注意的方法。在数值模拟时运用的模型能否有效地描述所研究的物理过程, 显然是决定最后的

优化结果是否合理的关键因素之一。

(5) 常见的优化算法的主要缺点是一般收敛到局部最优点, 因此希望寻找一种全局优化的算法。最初从信息科学中发展起来的遗传算法, 因其具有良好的全局优化性能而被应用到更多的领域中。关于应用遗传算法研究本文提出的问题的可能性, 作者将在另文中讨论。

参 考 文 献

- 1 徐锡申, 张万箱, 等. 实用物态方程理论导引. 北京: 科学出版社, 1986
- 2 Murphy M J, Baker E L. Using Nonlinear Optimization Methods to Reverse Engineer Linear Material Properties from EFP Tests. In: 15th International Symposium on Ballistics, Jerusalem, Israel [s n] 1995
- 3 邓乃扬, 等. 无约束最优化计算方法. 北京: 科学出版社, 1982
- 4 经福谦, 韩均万. 爆炸与冲击, 1982, 2(4): 19~ 22

PARAMETRIZATION OF MATERIAL EOS BY USE OF STRESS VS TIME PROFILE

Jiang Houman^a, Zhang Ruoqi^a, Zhang Shouqi^b

(*a Department of Applied Physics, National University
of Defense Technology, Changsha, 410073*)

(*b China Academy of Engineering Physics, P. O. Box 501, Chengdu, 610003*)

ABSTRACT A new method applying nonlinear optimization for parametrization of material equation of state (EOS) is put forward by use of stress vs time profile recorded by a Lagrangian gauge. Its utility is demonstrated with the results. The effect of weight factor selection on the final optimized results is also studied.

KEY WORDS nonlinear optimization, equation of state, variable metric