

# 一种混凝土损伤模型和数值方法

陈书宇

(中国科学技术大学力学和机械工程系 合肥 230027)

**摘要** Ottosen准则在准静态时和实验结果有很好的一致性,但是混凝土的动态力学性质和准静态相比有明显的变化。此时,需要用应变率相关的本构模型来描述混凝土的力学行为。从 Ottosen的四参数混凝土破坏准则出发,考虑损伤、静水压和应变率对本构关系的影响,建立了混凝土的粘塑性本构模型。同时给出了基于该本构模型的混凝土的有限元计算方法:在积分内变量时采用改进的龙格-库塔格式,在时间方向上的积分使用带有步长控制的 generalized-T方法,有效地保证了积分的稳定和精度,给混凝土的进一步研究提供了方便。

**关键词** 混凝土 冲击载荷 数值方法 动态问题

**中图法分类号** TU 528\*

## 1 前 言

混凝土是一种在工程中广泛应用的人造材料,人们对于混凝土力学性质的研究已经进行了相当长的时间。尤其是在50年代以后,随着新型实验设备的出现,关于混凝土的实验研究取得了很多有意义的成果。由于混凝土是一种复杂的人造材料,对其力学性质进行理论和实验研究都存在很大的困难。随着混凝土结构经常处于复杂的动态载荷的作用下,我们必须进行混凝土结构的计算机辅助设计和分析。这些情况下混凝土的控制方程具有强烈的非线性,因此对数值算法的稳定性和精度进行分析和改进在混凝土的数值模拟中占有相当重要的地位。

从混凝土的实验结果可知,混凝土的受拉和受压的力学性质差异很大,并且静水压力和混凝土的塑性行为密切相关。我们已经无法用通常的与静水压力无关的金属材料破坏准则以及各向同性的本构模型来描述混凝土的力学行为。早期的混凝土本构模型通常只考虑混凝土的单轴和双轴力学性质。A. C. T. Chen 和 W. F. Chen(1975)提出了反映混凝土三轴力学性质的本构方程<sup>[1]</sup>,使用不同函数来表示混凝土在不同的拉压力状态下的破坏面和屈服面,但该模型没有考虑应力的第三不变量对混凝土塑性行为的影响。Ottosen(1977)考虑三个应力不变量对破坏面的影响,提出了著名的混凝土四参数破坏准则<sup>[2]</sup>。这一准则既具有简洁的形式,又和现有的实验数据相当吻合,因而在混凝土的研究中被广泛采用。随后,Ottosen在此破坏准则基础上给出了混凝土的非线性本构关系<sup>[3]</sup>。Hognestad等(1995)利用Ottosen模型引进应变率的影响,研究了混凝土的动态冲击过程<sup>[4]</sup>。邓宏见等(1997)将该模型改进用于混凝土的侵彻分析<sup>[5]</sup>。我们将在Ottosen的混凝土破坏准则的基础上,参考其它研究者对混凝土本构模型的改进,对混凝土的动态本构关系进行探讨。

\* 陈书宇:男,1972年7月生,硕士研究生,工程师。

1998-02-23收到原稿,1998-05-12收到修改稿。

在准静态加载时,混凝土的应力-应变曲线和加载速率的关系不大<sup>[6]</sup>。因此,混凝土的准静态问题可以忽略应变速率的影响。但是,混凝土在动态加载时的应力-应变关系和加载速率密切相关。因此,在分析动态载荷下混凝土结构的安全性和可靠性时必须考虑混凝土的动力学效应。同时,混凝土的破坏是和材料内部的微裂纹的产生和演化密切相关的。由于水泥砂浆在混凝土的硬化过程中干缩引起很多粘结裂缝,导致混凝土的抗拉强度和抗压强度的显著差异。在反复加载过程中,裂纹发展的积累影响着混凝土的屈服和破坏的强度。因此,对于混凝土结构分析中的动力学问题需要引进应变速率和损伤的观念来处理混凝土材料的屈服和破坏机理。

## 2 混凝土的本构模型

### 2.1 Ottosen 的四参数混凝土破坏准则

Ottosen 的四参数破坏准则<sup>[2]</sup>为

$$f(I_1, I_2, \cos\theta) = a \frac{J_2}{f_c^2} + \lambda \sqrt{\frac{J_2}{f_c}} + b \frac{I_1}{f_c} - 1 = 0 \quad (1)$$

其中:  $f_c$  为混凝土的单轴抗压强度,  $\lambda = \lambda(\cos\theta) > 0$  而  $\theta$  为应力角

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos \left[ \frac{3 \sqrt{3} J_3}{2 J_2^{2/3}} \right] \quad (2)$$

根据等边三角形的薄模比拟法则,可以得到偏平面  $\lambda$  的表达式为

$$\begin{aligned} \lambda &= k_1 \cos[\arccos(k_2 \cos\theta)/3] & \cos\theta &\geq 0 \\ \lambda &= k_1 \cos[\pi/3 - \arccos(-k_2 \cos\theta)/3] & \cos\theta &< 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式中:  $k_1$  为尺寸因子,  $k_2$  为形状因子, 其数值由  $\lambda_t(\theta=0)$ ,  $\lambda_c(\theta=\pi/3)$  来确定。

Ottosen 模型中的四个参数是由混凝土的单轴抗拉强度、单轴抗压强度、双轴等压强度和三轴等压强度的数据确定的。我们取双轴等压强度  $f_{bc} = 1.16 f_c$  (Kupfer); 三轴强度  $a/f_c = -5 r/f_c = 4$  (Bahn er and R ichart) 取  $f = f_t/f_c$  为不同数值时, 各参数的变化见表 1

表 1 Ottosen 混凝土模型中的参数<sup>[2]</sup>

Table 1 The Parameter value of Ottosen's concrete model<sup>[2]</sup>

$f = f_t/f_c$	$a$	$b$	$k_1$	$k_2$	$\lambda_t$	$\lambda_c$	$\lambda_c/\lambda_t$
0.08	1.8076	4.0962	14.4863	0.9914	14.4725	7.7834	0.5378
0.10	1.2759	3.1962	11.7365	0.9801	11.7109	6.5315	0.5577
0.12	0.9218	2.5969	9.9110	0.9647	9.8720	5.6979	0.5772

### 2.2 Ottosen 模型和实验数据的比较

图 1 为 Ottosen 准则的破坏面和 Kupfer 等的混凝土双轴强度实验数据<sup>[7]</sup>的对比。模型参数:  $f_c = 59.4 \text{ MPa}$ ,  $f = 47.5 \text{ MPa}$ ,  $k = 0.08$ 。从图中可以看出模型的预测和实验结果相当吻合。差别最大的点在主应力比约等于 0.5 处, 此时 Kupfer 等的结果是  $e_2 = -1.27e_0$ , 而破坏准则的结果给出  $e_2 = -1.35e_0$ , 误差约为 6.3%。

混凝土双向拉压的准静态实验数据和 Ottosen 模型的比较见图 2。其中实线为实验数据, 虚线为模型预测值。在这种情况下, 模型反映了混凝土弹性范围变大的事实, 弹性模量也基本一致。关于不同静水压下混凝土强度的变化将在 2.4 节讨论。

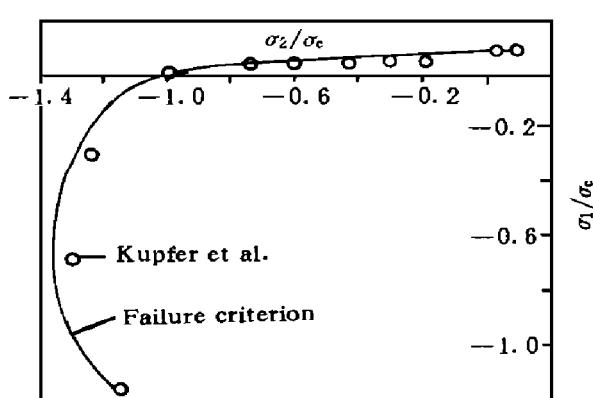


图 1 Ottosen准则和 Kupfer等的实验数据的比较

Fig. 1 Compare Ottosen criterion to biaxial tests by Kupfer et al<sup>[7]</sup>

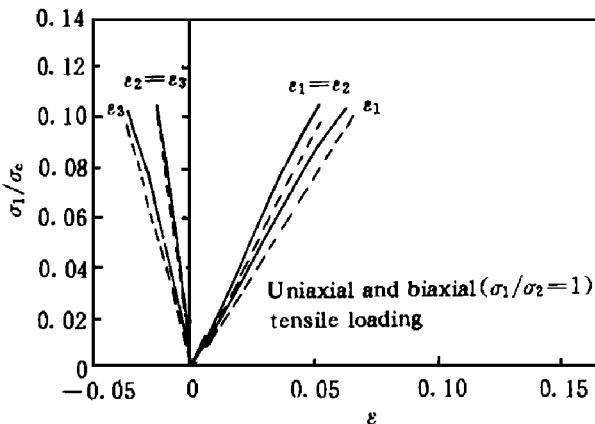
图 2 双轴拉压的应力-应变曲线<sup>[3]</sup>

Fig. 2 Strain-stress curves of concrete under biaxial tensile compression

## 2.3 混凝土本构模型的改进

为了改进 Ottosen 的混凝土模型, 用单轴有效受压应力  $e_c$  代替受压强度  $f_o$ , 用包含损伤因子  $D$ 、压力  $p$  和等效应变率  $X^q$  的函数  $f_1$  来替换(1)式中的常数 1, 即

$$f(I_1, J_2, \cos\theta) = a \frac{J_2}{e_c^2} + \lambda \sqrt{\frac{J_2}{e_c}} + b \frac{I_1}{e_c} - f_1(p, D, X^q) = 0 \quad (4)$$

式中

$$f_1(p, D, X^q) = (1 - D + B \frac{p}{e_c}) [1 + \ln(1 + \frac{X^q}{X_0})]$$

$X^q$  为等效应变率,  $p$  为压力, 是体积应变的函数,  $X_0 = 1/\text{sec}$  为参考应变率,  $e_c$  为与屈服面大小有关的单轴有效受压应力。当  $e_c = f_o$  时,  $f$  表示破坏面; 当  $e_c = f_c$  ( $f_c$  是受压屈服极限) 时,  $f$  表示初始屈服面。

损伤变量  $D$  的演化和等效塑性应变率、塑性体应变率、压力相联系, 其演化方程可写为<sup>[7]</sup>

$$D = (X^q_{vp} + \epsilon_{vp}) / f(p) \quad (5)$$

式中:  $f(p) = D_1 + (D_2 p / f_c)$  为某一常压  $p$  下的断裂塑性应变 (图 3),  $D_1$  和  $D_2$  为常数。

从图中可以看出随着压力  $p$  的增加, 断裂塑性应变也在增加。有关实验结果显示压力的增加使轴向力作用下的横向裂纹的发展受到限制, 减缓损伤的发展<sup>[3]</sup>。

压力和体积应变的关系近似分为三个阶段 (图 4), 第一阶段为弹性段

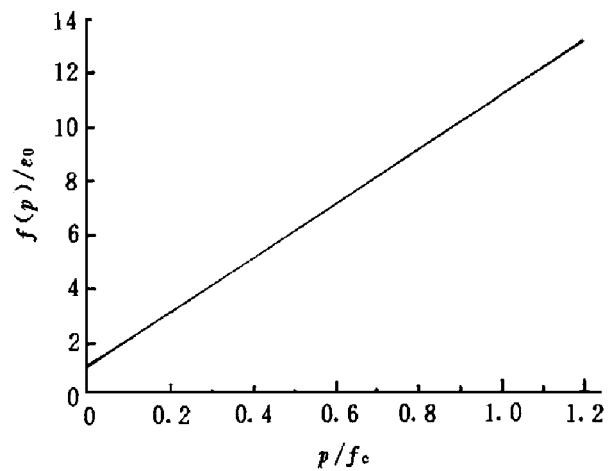
图 3 断裂塑性应变和压力的关系<sup>[4]</sup>

Fig. 3 The relationship between rupture plastic strain and pressure

$$p = \frac{p_{\text{crush}}}{-\mu_{\text{crush}}} - \quad (6)$$

第二阶段为过渡段

$$\frac{p - p_{\text{lock}}}{p_{\text{lock}} - p_{\text{crush}}} = \frac{-\mu_{\text{lock}}}{-\mu_{\text{crush}}} \quad (7)$$

第三阶段为密实段

$$p = k_3 \mu + k_4 \mu^2 + k_5 \mu^3 \quad (8)$$

式中:  $\mu = \frac{\mu_{\text{lock}}}{1 + \mu_{\text{lock}}}$  为修正体积应变,  $\mu$  为标准体积应变,  $k_3$ ,  $k_4$ ,  $k_5$  是材料常数,  $\mu_{\text{lock}}$  为锁定体应变。这样, 就得到了含损伤因子和应变速率的粘塑性混凝土的本构关系的屈服面的表达式。

混凝土的应变速率可分解为弹性应变速率与粘塑性应变速率之和

$$\dot{\mathbf{X}}_j = \dot{\mathbf{X}}_j^e + \dot{\mathbf{X}}_j^p \quad (9)$$

弹性应变速率和应力率相关

$$\dot{\mathbf{e}}_{ij} = \mathbf{C}_{ijkl} \dot{\mathbf{X}}_l \quad (10)$$

粘塑性应变速率由以下流动法则控制

$$\dot{\mathbf{X}}_j^p = V < Q(f) > \frac{\partial Q}{\partial e_{ij}} \quad (11)$$

式中:  $V$  为流变系数, 根据实验测定,  $f$  为屈服函数,  $Q$  为流动函数。如果采用关联塑性的假设, 则  $f$  与  $Q$  相同。函数  $Q(f)$  可采用如下形式 ( $M$  为常数)

$$Q(f) = e^{\frac{(f-f_0)M}{f_0}} - 1 \quad (12)$$

现在考虑应力空间中的塑性流动曲面, 取塑性势函数为应力不变量  $I_1$ ,  $J_2$  和  $J_3$  的函数

$$Q(I_1, J_2, J_3) = a \frac{J_2}{e_c^2} + \lambda(\theta) \frac{\sqrt{J_2}}{e_c} + b \frac{I_1}{e_c} \quad (13)$$

则塑性流动矢量为

$$\mathbf{b} = \frac{\partial Q}{\partial e_{ij}} = C_1 \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial e_{ij}} + C_2 \frac{\partial J_3}{\partial e_{ij}} + C_3 \frac{\partial I_1}{\partial e_{ij}} \quad (14)$$

式中

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{2a}{e_c^2} \sqrt{J_2} + \frac{\lambda(\theta)}{e_c} + \frac{3 \sqrt{J_2} J_3}{2 \sin \theta \cdot e_c J_2} \cdot \frac{\partial \lambda(\theta)}{\partial \theta} \\ C_2 &= - \frac{\sqrt{J_2}}{2 \sin \theta \cdot e_c J_2} \cdot \frac{\partial \lambda(\theta)}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (15)$$

$$C_3 = \frac{b}{e_c}$$

$$\frac{\partial \lambda(\theta)}{\partial \theta} = k_1 k_2 \sin \theta \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - (k_2 \cos \theta)^2}} \quad (16)$$

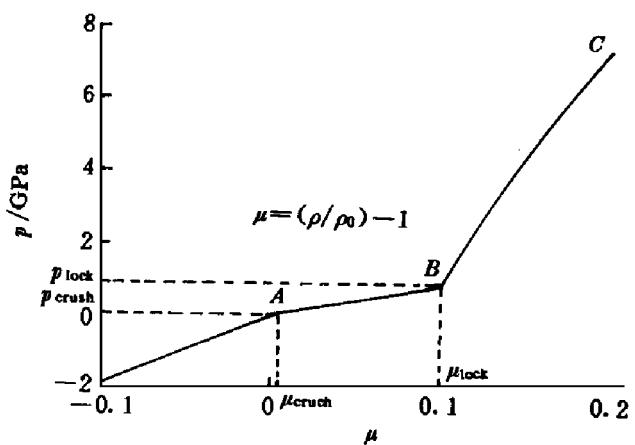


图 4 压力和体积应变的关系<sup>[6]</sup>

Fig. 4 Schematic diagram of the relationship between pressure and volume strain

式中:  $\theta_1$ 是  $\cos 3\theta$ 的函数。当  $\cos 3\theta \geq 0$ 时,  $\theta_1 = \arccos(k_2 \cos 3\theta) / 3$ , 当  $\cos 3\theta < 0$ 时,  $\theta_1 = \pi / 3 - \arccos(-k_2 \cos 3\theta) / 3$  应力不变量的导数为

$$\frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial e_{ij}} = \frac{1}{2\sqrt{J_2}} \cdot s_{ij}, \quad \frac{\partial J_3}{\partial e_{ij}} = t_{ij} = s_{ik}s_{kj} - \frac{2}{3}J_2W_j, \quad \frac{\partial I_1}{\partial e_{ij}} = W_j \quad (17)$$

## 2.4 本构模型和实验数据的对比

考虑主应力空间中的 Haigh-Westergaard坐标系  $(a, d, \theta)$ , 其中  $a$ 为静水压力轴,  $(d, \theta)$ 为偏平面上的极坐标,  $\theta$ 为应力角。

$$a = I_1 / \sqrt{-3}, \quad d = \sqrt{2J_2} \quad (18)$$

$\theta = 0$ 时为单轴拉伸状态,  $\theta = \pi / 3$ 时为单轴压缩状态, 在这两种状态下偏平面上的矢径  $d$ 代

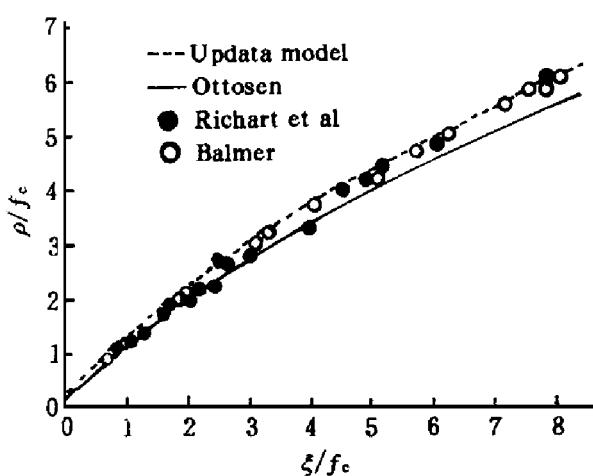


图 5 静水压力对混凝土抗压强度的影响

Fig. 5 The compressive strength of concrete influenced by hydrostatic pressure

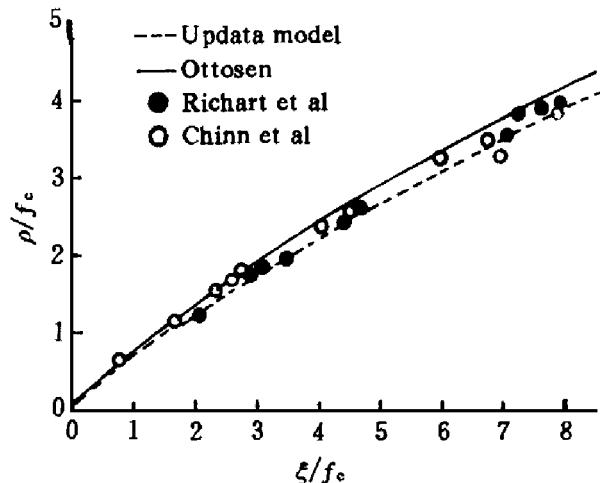


图 6 静水压力对混凝土抗拉强度的影响

Fig. 6 The tensile strength of concrete influenced by hydrostatic pressure

表了混凝土的抗拉和抗压强度。图 5 和图 6 显示了静水压力对混凝土强度的影响。图 5 中为 Richart<sup>[8]</sup> 和 Balmer<sup>[9]</sup> 的压缩强度实验数据, 图 6 中为 Richart 和 Chinn<sup>[10]</sup> 的拉伸强度实验数据。从图中可见, Ottosen 准则在中低静水压力下和实验结果非常吻合, 但是在高静水压力下其偏差增加。其对抗拉强度的估计偏高, 对抗压强度的估计偏低, 即 Ottosen 准则的强度随应力角变化的范围比实际强度范围要小一些。我们采用的模型中考虑了压力对混凝土强度的影响, 在较高压力下仍然和实验数据符合得很好。在实际应用中, 混凝土结构往往处于较高静水压的工况下, 此时对混凝土模型的修正正是必要的。

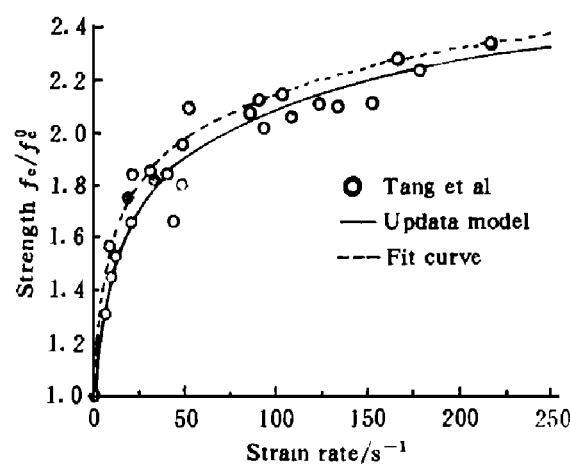


图 7 应变率对混凝土强度的影响

Fig. 7 Strength versus strain rate for concrete

图 7 是混凝土抗压强度随应变率的变化, 其中的实验数据是 Tang 等在 SHPB 上对高强混凝土 ( $f = 97 \text{ MPa}$ ) 的力学性质进行研究的结果<sup>[11]</sup>。图中虚线为 Tang 等给出的指数拟合曲线, 实线为本文模型的预测。从图中可以看出, 模型能够很好地反映混凝土的应变率硬化效应, 但和 Tang 的拟合曲线相比对强度的估计偏于保守, 这可能和高强混凝土的特殊性质有关。由于动态实验的困难性, 目前得到的实验结果离散性较大, 并且混凝土存在尺寸效应, 需要进一步的动态实验来进行研究应变率变化对混凝土性质的影响。

### 3 有限元计算方法

虽然采用的基于 Ottosen 准则的本构模型相对其它混凝土模型比较简单, 但是直接用于进行有限元计算仍有一些困难。下面给出改进的有限元计算方法。

#### 3.1 内变量的求解

采用以下步骤来计算混凝土本构方程中的内变量:

(1) 考虑在  $t_n$  时刻, 已知应变  $X_n$ , 塑性应变  $\dot{X}_n^p$ , 损伤变量  $D_n$ , 应力  $e_n$ , 应变率  $\dot{X}_n$ ;

(2) 由应变率计算出等效应变率  $\dot{X}_n^e = \sqrt{\frac{2}{3}(\dot{X}_n^2 - \dot{X}_n^p)}$ 、等效塑性应变率  $\dot{X}_n^{ep}$ ;

(3) 计算体应变  $\epsilon_n = X_n$ , 塑性体应变率  $\dot{\epsilon}_n^p = \dot{X}_n^p$ , 进而由体应变计算压力 (图 4);

(4) 从应力  $e_n$  计算应力不变量  $I_1, J_2$  和  $J_3$ ;

(5) 从(4)式求出屈服函数  $f$ , 如果  $f > 0$  则由(11)式求出粘塑性应变率  $\dot{X}_n^p$ ;

(6) 从(5)式求出损伤的变化率  $D_{n+1}$ , 进而求损伤因子  $D_{n+1}$

#### 3.2 改进的 Runge-Kutta 积分方法

如果使用 Newton-Raphson 法求解混凝土的有限元方程, 多种内变量的存在和张量的微分运算会给计算带来很大的困难。因此, 改进了龙格-库塔法用于求解非线性的混凝土有限元方程(以下的上标  $i$  表示变量在相应积分步的值,  $\cdot$  表示  $t_n$  时刻的值):

计算残余力  $F^s = \int_V \mathbf{B}_n^T e_n dV$ , 对于一个典型的积分步 ( $i = 1 \sim 4$ ), 有求解平衡方程 ( $\mathbf{K}$  为刚度矩阵,  $\mathbf{B}$  为几何矩阵,  $\mathbf{C}$  为弹性矩阵)

$$\mathbf{K} \cdot \Delta u^i = F_{n+1} - \int_V \mathbf{B}_n^T \mathbf{C} \Delta X_p^{-1} dV - F^s \quad (19)$$

得到节点位移增量  $\Delta u^i$ , 计算应变增量

$$\Delta X = \mathbf{C} \Delta u^i - (\dot{X}_p^p + \dot{X}_p^{-1}) \Delta t / 2 \quad (20)$$

积分步内的其它量可由下式求出

$$\begin{aligned} \Delta e &= \mathbf{B} \Delta X, e = e_n + \Delta e, D^i &= D(e), X_p = V \cdot O[f(e, D^{i-1})] \cdot b, \\ \dot{X}_p &= \dot{X}_p^p + \theta \Delta t \dot{X}_p, D^i &= D_n + \theta \Delta t D^i \end{aligned} \quad (21)$$

对于古典的 Runge-Kutta 法,  $i = 1 \sim 4$  时,  $\theta_i$  的值为 0 1/2 1/2 1 重复以上的积分过程可以求出下一个积分步的粘塑性应变和损伤变量为

$$\dot{X}_{p+1}^p = \dot{X}_p^p + \frac{\Delta t}{6} (\dot{X}_p^p + 2\dot{X}_p + 2\dot{X}_p + \dot{X}_p) \quad (22)$$

$$D_{n+1} = D_n + \frac{\Delta t}{6} (D^1 + 2D^2 + 2D^3 + D^4) \quad (23)$$

重复以上的类似过程进行残余力迭代, 直到残余力足够小为止。

## 4 动力学积分格式

在求解动力学问题时, 积分格式和时间步长的选择是两个重要的方面。以欧拉法为代表的显式积分法形式简单, 求解普通动力学方程时的速度也比较快, 因而被许多有限元软件所采用。然而, 在求解类似于混凝土的动力学方程这类非线性程度高的复杂有限元方程时, 显式积分的步长必需控制得非常小, 解的稳定性很难保证, 导致计算速度明显下降。采用 Newmark 法或 Wilson-θ 法的隐式积分可以避免稳定性的问题, 但此时由于问题的强烈非线性而使迭代次数急剧增加, 求解速度同样受到很大的影响。合理的步长选择应该在计算的速度和计算结果的精度之间取得平衡, 这同样是很困难的。我们采用带有步长估计的 generalized-T 积分格式可以在某种程度上解决计算速度和精度要求之间的矛盾。

考虑动力学问题的一般形式

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{F}^{\text{ext}}(\mathbf{u}, \mathbf{u}, t) - \mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{u}, \mathbf{u}) \quad (24)$$

式中:  $\mathbf{M}$  为质量矩阵,  $\mathbf{F}^{\text{ext}}$  和  $\mathbf{F}^{\text{int}}$  分别是外力和内力矢量。则 generalized-T 方法的基本形式为<sup>[12]</sup>

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{a}}_{n+1-T_m} = \mathbf{F}^{\text{ext}}(u_{n+1-T_f}, v_{n+1-T_f}, t_{n+1-T_f}) - \mathbf{F}^{\text{int}}(u_{n+1-T_f}, v_{n+1-T_f}) \quad (25)$$

式中

$$\begin{aligned} u_{n+1-T_f} &= (1 - T_f)u_n + T_f u_n, & v_{n+1-T_f} &= (1 - T_f)v_n + T_f v_n, \\ a_{n+1-T_m} &= (1 - T_m)a_n + T_m a_n, & t_{n+1-T_f} &= (1 - T_f)t_n + T_f t_n \end{aligned} \quad (26)$$

通常, 可以取  $T_m = T_f = 1/2$  则上式和中心差分的形式相似, 此时有

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n + \Delta t_{n+1} v_n + \Delta t_{n+1}^2 (a_n + a_{n+1}) / 4 \\ v_{n+1} = v_n + \Delta t_{n+1} (a_n + a_{n+1}) / 2 \end{cases} \quad (27)$$

使用  $e_{n+1}^d$  来表示节点位移的局部误差, 即 ( $d$  为真实位移)

$$e_{n+1}^d = d_{n+1} - u_{n+1} \quad (28)$$

通过 Taylor 展开法估计误差, 可以得到

$$e_{n+1}^d = \Delta t_{n+1}^2 \cdot \Delta a_n / 12 \quad (29)$$

引入误差正规化因子  $R_{n+1}$

$$R_{n+1} = \|e_{n+1}^d\| / s_n^d \quad (30)$$

式中:  $s_n^d = \max(|\Delta u_n|, s_{n-1}^d) \times 0.9$ 。当  $n=0$  时,  $s_{n-1}^d=0$  假设允许的最大误差是  $R_t$ , 取  $k \ll 1$  为控制误差范围的常数:  $R \leq R_{n+1} \leq R_t$

当  $R_{n+1} < R_t$  时, 考虑增加步长, 下一步长为

$$\Delta t_{n+2} = \Delta t_{n+1} (R_t / R_{n+1})^{1/2} \quad (31)$$

当  $R_{n+1} > R_t$  时, 减小步长重复本步, 若上一步增加过步长, 则恢复原步长, 否则, 新步长为

$$\Delta t_{n+1}^{\text{new}} = \Delta t_{n+1}^{\text{old}} (R_t / R_{n+1})^{1/2} \quad (32)$$

这样, 使用 generalized-T 法经过简单的运算, 我们得到了根据求解的精度来控制积分步长的方法。混凝土的动力学有限元计算比较复杂, 由于篇幅所限, 关于混凝土结构动力有限元方程的积分细节和收敛性, 我们将在相关文章中讨论。

## 5 结 论

正确地使用混凝土的本构模型对于混凝土在工程实践中的应用研究和数值模拟有着重要

的作用。以前对于混凝土结构的分析大多基于准静态下的混凝土本构关系,由于混凝土材料对于应变率的敏感性,这样的作法会带来较大的偏差。本文基于 Ottosen 模型及有关的研究成果,建立了包含损伤演化的混凝土粘塑性本构模型。通过和一些实验数据的对比,说明该模型能够较好地反映静水压力和应变率的变化对混凝土的力学行为的影响。由于混凝土的动态实验数据较少,并且离散性较大,我们还需要更多的实验数据来对本构模型进行验证和改进。另外,关于本构模型的改进还有以下一些工作要做:

(1) 本文的模型是建立在小变形的假设基础上的,进一步的分析需要考虑大变形所引起的几何非线性效应。在这种情况下需要引入第二类 PK 应力张量和格林应变张量来替换小变形的应力和应变张量。

(2) 由于缺乏实验数据,目前的本构模型没有考虑混凝土材料的移动硬化效应。结合有关混凝土鲍辛格效应的试验数据,使用换算应力张量来替换模型中的应力张量,可以方便地得到混合硬化的混凝土本构模型。

(3) 损伤的发展和非弹性应变率之间的影响是相互耦合的,合理地设计实验来研究它们之间的复杂关系是非常必要的。损伤和应变率对弹性模量的影响也需要在改进本构模型时予以考虑。

### 参 考 文 献

- 1 Chen A C T, Chen W F. Constitutive Relation for Concrete J Eng Mech, 1975, 101: 465~ 481
- 2 Ottosen N S. A Failure Criterion for Concrete J Eng Mech, 1977, 103: 527~ 535
- 3 Ottosen N S. Constitutive Model for Short-time Loading of Concrete J Eng Mech, 1979, 105: 127~ 141
- 4 Holmquist T J, Johnson G R, Cook W H. A Computational Constitutive Model for Concrete Large Strains High Rates and High Pressures [s l] The 14th International Symposium on Ballistics, 1995
- 5 邓宏见,肖宏伟,赵永言. 侵彻分析中的一种混凝土本构模型. 常规武器应用研究文选, 1997, 103~ 108
- 6 董毓利. 混凝土非线性力学基础. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997
- 7 Kupfer H, Hilsdorf H K, Rusch H. Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses ACI Journal, 1969, 66: 656 ~ 666
- 8 Richart F E, Brandtzaeg A, Brown R L. A Study of the Failure of Concrete Under Combined Compressive Stresses Bulletin No 185 Urbana University of Illinois Engineering Experiment Station, 1928
- 9 Baher G G. Shearing Strength of Concrete Under High Triaxial Stress-Computation of Mohrs Envelope as Curve Report No SP-23 Washington D C: Structural Research Laboratory, 1949
- 10 Chinn J Zimmelman R M. Behaviour of Plain Concrete Under Various High Triaxial Compression Loading Conditions Technical Report No W L TR 64-163 New Mexico Air Force Weapons Laboratory, 1965
- 11 Tang T, Malvern L E, Jenkins D A. Rate Effects in Uniaxial Dynamic Compression of Concrete J Eng Mech, 1992, 118: 108~ 124
- 12 Hubert G M, Jang I. Automatic Time Step Control Algorithms for Structural Dynamics Computer Methods Appl Mech Eng, 1995, 126: 155~ 178

# A CONCRETE DAMAGE MODEL AND NUMERICAL METHODS

Chen Shuyu

(Dept of Mechanics and Engineering, University  
of Science and Technology of China, Hefei, 230027)

**ABSTRACT** Ottosen's criterion is demonstrated to be in good agreement with experimental results over quasi-static states. The characteristic of concrete is obviously changed under quasi-static loading and impulsive loading. The stress-strain relationship shows a strong dependent on strain-rate according to experimental results, so we need visco-plastic constitutive model to describe the dynamic mechanical behavior of concrete. The current paper starts from Ottosen's four-parameter failure criterion, considering the performance influenced by hydrostatic damage and strain-rate to improve the concrete dynamic constitutive model. We adopt Runge-Kutta method to integrate the finite element equations, and use generalized-T method with step controlling strategy on time integral. The method has better stability and accuracy than other methods, and it makes advanced numerical research easier than before.

**KEY WORDS** concrete, impulsive loading, numerical methods, dynamic problems