第 19 卷　第 2 期　　爆　炸　与　冲　击　　Vol.19，No.2
1999 年 4 月　　EXPLOSION　AND　SHOCK　WAVES　　Apr.，1999

用计算机模拟法对 Langlie 试验程序的研究*

严　楠[a]　田玉斌[b]　蔡瑞娇[b]

（a.中国科学院力学研究所　北京　100080）
（b.北京理工大学　北京　100081）

摘要　运用计算机模拟方法，研究了 Langlie 感度试验程序的不同初始试验参数选择对参数估计精度的影响，得出了 Langlie 法的最有利试验条件、不利试验条件和混合结果区出现规律。

关键词　感度试验　计算机模拟　参数估计　Langlie 法

中图法分类号　O212.6

1　引　言

1962 年 Langlie[1] 提出了一种新的序贯感度试验方法——One-Shot 法，后人称为 Langlie 法（Langlie Procedure）。Langlie 法可以看作是一种变步长的升降法，它的变步长升降规则加快了试验刺激量收敛于均值的速度。Langlie 法已被引入美陆军标准[2~3]，用于测定引信安全距离。Mills[4]、Bolt[5] 曾用计算机模拟方法研究了 Langlie 法，蔡瑞娇[6] 和张润奇[7] 对 Langlie 法用于火工品感度试验做过探索性研究，刘宝光[8] 对 Langlie 法的试验程序和数据分析做了较详细介绍和研究。文献上一般认为 Langlie 法对参数估计比升降法好。

美军标在推荐使用 Langlie 法时虽然给出了标准偏差的修正系数，但对于标准偏差的估计精度未给予充分说明。针对 Langlie 法实际用于火工品的感度试验时，对 μ 和 σ 估计不够稳定的情况[9]，我们以门限、门宽和样本量为变量，用蒙特卡洛模拟方法研究了试验初始参数选择对 μ 和 σ 估计、临界刺激量上限和下限估计精度的影响。

2　Langlie 法模拟试验的方案

制定一个 Langlie 法的试验方案需要确定三个试验初始参数：全响应刺激量上限 x_U、全不响应刺激量下限 x_L 和试验数量 N。这里 x_U、x_L 称为试验上、下门限，x_U-x_L 称为门宽。Langlie 法所有的试验刺激量都处在两个门限之间，因此门限是影响试验刺激量取值的因素。试验停止规则为完成预定试验数量 N 时停止试验。而 N 一般是根据试验样品的费用和参数估计精度要求而定，同时要求感度数据必须含有混合结果区，由预定 N 保证在试验完成时能够含有混合结果区，这是试验成功的标志之一。因此出现混合结果区的试验数量也是选择试验方案应该考虑的影响因素，用 N_{mix} 表示。由此可见，确定试验方案需要考虑的因素有 x_U、x_L（包含门宽）和 N 三个变量，同时要兼顾 N_{mix} 变量，要求 $N \geqslant N_{mix}$。

---

* 国防九五计划项目（合同号 H9605-1）。

严　楠：男，1960 年 1 月生，博士后。

1998-06-09 收到原稿，1998-08-10 收到修改稿。

选择的试验方案列于表 1，对应于表 1 所列变量的范围，有 47 种组合方案的选择，列于表 2。当 $x_L = x_U = \mu$ 时，是门宽为 0 的方案，对应于试验刺激量数等于 1 的特例；当 $x_U - x_L = 10\sigma$ 时，充分包含了总体的临界刺激量分布；当 $x_L = \mu$ 或 $x_U = \mu$ 时，则由于对 μ 完全未知而作出的最差方案选择，使得试验点全部为 $x_i > \mu$ 或 $x_i < \mu$。所列方案考虑了很窄、很宽、很偏门限的各种不利条件，几乎包含了实际制定一个 Langlie 法试验方案时可能遇到的所有情况。并且以样本量为变量，研究不同样本量时 Langlie 法对感度分布参数估计精度的影响。对每一种方案进行了 50 组模拟试验。

表 **1**　**Langlie** 法模拟试验方案

Table 1　Simulation experimental plans of Langlie procedure

分布函数	上门限	下门限	门宽	样本量
正态分布 $N(10, 1^2)$	$\mu \sim \mu + 5\sigma$	$\mu - 5\sigma \sim \mu$	$0 \sim 10\sigma$	15, 20, 30, 50, 100, 200

表 **2**　**Langlie** 法 **47** 种门限选择的试验方案

Table 2　Experimental plans of 47 gate limit choices of Langlie procedure

x_L	x_U						
	10	10.5	11	12	13	14	15
10	[10, 10]		[10, 11]	[10.12]	[10, 13]	[10, 14]	[10, 15]
9.5		[9.5, 10.5]	[9.5, 11]	[9.5, 12]	[9.5, 13]	[9.5, 14]	[9.5, 15]
9	[9, 10]	[9, 10.5]	[9, 11]	[9, 12]	[9, 13]	[9, 14]	[9, 15]
8	[8, 10]	[8, 10.5]	[8, 11]	[8, 12]	[8, 13]	[8, 14]	[8, 15]
7	[7, 10]	[7, 10.5]	[7, 11]	[7, 12]	[7, 13]	[7, 14]	[7, 15]
6	[6, 10]	[6, 10.5]	[6, 11]	[6, 12]	[6, 13]	[6, 14]	[6, 15]
5	[5, 10]	[5, 10.5]	[5, 11]	[5, 12]	[5, 13]	[5, 14]	[5, 15]

3　较好试验条件与参数估计精度的分析

感度试验的计算机模拟方法参见文献[9～10]，感度数据分析采用了北京理工大学编制的感度数据分析软件——NORM 程序。该程序的参数估计方法与 Langlie 法[2,8] 相似，不同之处是用变尺度法求解似然函数的最大似然估计，详细计算方法参见有关文献[6～7,9]。

为方便讨论试验方案选择对参数估计的影响，以下以中样本 $N=30$ 的分析为主。

3.1　均值估计精度的分析

表 3 和表 4 是 $\hat{\mu}$的平均值和均方误差 $\sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\mu})} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\hat{\mu}_i - \mu)^2}$，分析数据可以得出：

(1)当有一个门限取在 μ 值上时，所得样本对于 $\hat{\mu}$是有偏的，$\sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\mu})}$显著增大，因此这是最差的门限选择。

(2)当门限选择偏离 μ 为 σ 以上时，各门限选择都可取得无偏的 $\hat{\mu}$。

(3)门宽$\leqslant 2\sigma$ 的 $\sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\mu})}$比大门宽时略小，但无确定的关系，只能说明小门宽选择对 $\hat{\mu}$ 的精度略有利。

其它样本量的均值估计情况也有相似的结论。

由上述分析可见，Langlie 法对 μ 估计是无偏的，一般不受试验初始参数的影响，但门限应

离开总体 μ 距离 σ 以上。当有一个门限取在 μ 值上时，$\hat{\mu}$是有偏的，且 $\sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\mu})}$会显著增大。

表 3 **Langlie** 法的 $\hat{\mu}$与门限变量的关系($N=30$)

Table 3 Correlation between $\hat{\mu}$ and gate limit variation of Langlie procedure

x_L	x_U						
	10	10.5	11	12	13	14	15
10	10		7.03	8.34	9.27	8.03	9.35
9.5		10.02	9.62	9.78	10.06	9.76	9.40
9	12.86	9.59	9.62	9.98	10.00	9.99	9.98
8	11.14	9.55	9.80	10.02	9.95	9.98	9.96
7	10.42	9.99	9.95	10.01	10.03	10.02	9.99
6	10.38	9.94	9.79	9.98	9.97	10.00	10.04
5	10.67	10.00	9.99	10.04	10.01	9.96	9.99

表 4 **Langlie** 法的 $\sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\mu})}$与门限变量的关系($N=30$)

Table 4 Correlation between $\sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\mu})}$ and gate limit variation of Langlie procedure

x_L	x_U						
	10	10.5	11	12	13	14	15
10	0		7.350	4.490	1.200	4.140	1.230
9.5		0.209	0.208	0.201	0.183	0.201	0.217
9	5.500	0.271	0.188	0.234	0.229	0.213	0.246
8	1.990	0.251	0.238	0.266	0.286	0.267	0.237
7	0.580	0.172	0.253	0.237	0.260	0.278	0.350
6	1.030	0.216	0.226	0.229	0.250	0.288	0.232
5	1.320	0.219	0.253	0.264	0.249	0.283	0.235

3.2 标准偏差估计精度的分析

由表 5~6 数据可见：

(1)Langlie 法对 $\hat{\sigma}$是有偏的，所有门限选择的 $\hat{\sigma}$都比真值明显偏小。

(2)门限选择不同时对 $\hat{\sigma}$的偏差有影响，门宽越小，$\hat{\sigma}$偏小程度越严重；反之，门宽越大，$\hat{\sigma}$趋向真值方向增大。在最小门宽[9.5，10.5]方案下，$\sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\sigma})}$最大，表明此时 $\hat{\sigma}$的偏差和散布最大。

表 5 **Langlie** 法的 $\hat{\sigma}$估计与门限变量的关系($N=30$)

Table 5 Correlation between $\hat{\sigma}$ and gate limit variation of Langlie procedure

x_L	x_U						
	10	10.5	11	12	13	14	15
10	0		6.178	3.767	2.457	5.187	2.118
9.5		0.469	0.499	0.737	0.770	0.678	0.758
9	8.190	0.610	0.711	0.721	0.725	0.772	0.810
8	5.527	0.662	0.816	0.811	0.827	0.843	0.775
7	2.004	0.763	0.798	0.797	0.803	0.853	0.861
6	1.716	0.706	0.777	0.812	0.812	0.819	0.893
5	2.665	0.767	0.778	0.801	0.871	0.866	0.879

(3)当有一个门限选择接近于总体 μ 时，$\hat{\sigma}$将显著偏小。当门限在偏离 μ 为 σ 以上和门宽 $\geqslant 2\sigma$ 时，门限变量对于 $\hat{\sigma}$的影响不再显著，$\sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\sigma})}$无明显差异，表明此时 $\hat{\sigma}$比较稳定且偏差最小，此时 $\sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\sigma})}=0.376$。

(4)当有一个门限选择在 μ 值上时，会出现 $\hat{\sigma}$突然偏大许多的异常现象，表明这是最差的门限选择。

表 **6**　**Langlie** 法的 $\sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\sigma})}$与门限变量的关系($N=30$)

Table 6　Correlation between $\sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\sigma})}$ **and gate limit variation of Langlie procedure**

x_L	x_U						
	10	10.5	11	12	13	14	15
10	1.000		9.130	5.330	2.030	7.810	1.900
9.5		0.618	0.552	0.544	0.414	0.513	0.519
9	9.999	0.544	0.443	0.414	0.461	0.459	0.576
8	8.930	0.457	0.462	0.433	0.424	0.374	0.370
7	1.260	0.506	0.442	0.385	0.364	0.332	0.418
6	1.700	0.520	0.515	0.376	0.361	0.346	0.444
5	3.180	0.575	0.345	0.447	0.368	0.366	0.383

Langlie 法对 $\hat{\sigma}$偏小的原因，是由于试验规则使试验刺激量过于集中在均值附近取值，这样试验在均值附近取样较多，样本数据所含的标准偏差将小于总体 σ。这是 Langlie 法设计规则所决定的。

其它样本量 $N=15\sim200$ 的 $\sqrt{\mathrm{MSE}(\hat{\sigma})}$结果也有类似的规律。

以上分析表明，Langlie 法对 $\hat{\sigma}$显著偏小，$\hat{\sigma}$平均值为 $0.6\sigma\sim0.9\sigma$，且散布较大，在门限离开总体 μ 为 σ 以上和门宽 $\geqslant 2\sigma$ 时，门宽选择对 $\hat{\sigma}$精度无显著影响。因此，门宽 $\geqslant 2\sigma$ 是 σ 的较好门限范围。

3.3　临界刺激量上下限估计精度的分析

表 7 是 $\hat{x}_{0.99}$ 的平均值，总体 99％分位点是 12.33，1％分位点是 7.67。

由表 7 数据可见：

(1)$\hat{x}_{0.99}=10.78\sim12.12$，所有门限方案的上限估计都比真值偏小。

(2)与 $\hat{\sigma}$估计的情况相似，当门限离开 μ 为 σ 以上和门宽 $\geqslant 2\sigma$ 时，门限变量对 $\hat{x}_{0.99}$ 精度无显著影响，此时 $\hat{x}_{0.99}$ 的标准误差为 0.647σ，误差是较大的。

表 **7**　**Langlie** 法的 $\hat{x}_{0.99}$ 估计与门限变量的关系($N=30$)

Table 7　Correlation between $\hat{x}_{0.99}$ **and gate limit variation of Langlie procedure**

x_L	x_U					
	10.5	11	12	13	14	15
9.5	11.11	10.78	11.49	11.85	11.34	11.16
9	11.01	11.27	11.66	11.69	11.79	11.87
8	11.09	11.70	11.91	11.87	11.94	11.76
7	11.77	11.81	11.86	11.90	12.01	11.99
6	11.58	11.60	11.88	11.86	11.90	12.12
5	11.78	11.80	11.90	12.03	11.97	11.81

造成上限估计偏小的原因可从估计量公式得到：$\hat{x}_{0.99}=\hat{\mu}+u_{0.99}\hat{\sigma}$，因 $\hat{\mu}$较好，$\hat{x}_{0.99}$精度主要取决于 $\hat{\sigma}$的误差，所以 $\hat{x}_{0.99}$的估值精度与 $\hat{\sigma}$的估值精度相近或更差一些。因此，Langlie 法用于临界刺激量上限估计时往往偏小，即对上限估计不足。

表 8 是 $\hat{x}_{0.99}$的单侧置信上限 I_{AFC}的平均值结果，置信度 $C=0.90$。计算结果表明，各门限的 I_{AFC}取值范围是 11.23～13.66，不能全部包含真值 12.33。

Langlie 法对临界刺激量下限的估计情况可以从上限估计结果导出。由正态分布的对称性可知，Langlie 法对于临界刺激量下限和置信下限的估计是偏大的，同样不能完全包含总体真值 7.67，即对下限的估计不足。

表 **8** **Langlie** 法的 $\hat{x}_{0.99}$置信上限 I_{ACF}与门限变量的关系（$N=30$，$C=0.90$）

Table 8 Correlation between I_{ACF} and gate limit variation of Langlie procedure

x_L	x_U					
	10.5	11	12	13	14	15
9.5	11.23	11.16	11.63	12.74	12.33	13.26
9	12.34	12.24	12.38	11.92	12.76	12.20
8	12.94	12.05	12.33	12.28	12.52	12.33
7	12.27	12.30	12.12	13.17	12.64	12.14
6	12.31	13.28	12.43	12.54	12.67	13.01
5	12.59	12.28	12.39	13.66	12.92	12.31

3.4 混合结果区的模拟试验结果

表 9 是不同门限选择下的第一次出现混合结果区的试验次数 N_{mix}的 $N=30$、50 组样本的平均值。由表 9 可见，不同门限对于 N_{mix}的值有影响，门宽小时 N_{mix}也小，即混合结果区出现早。门宽≥4σ 时的所有方案的N_{mix}的平均值为 8.4。又取方案 $x_L=7$ 和 $x_U=13$，$N=50$，补充 1000 组样本试验，所得结果为平均 $N_{mix}=7.7$，$\sigma_{N_{mix}}=3.5$。取置信度 $C=0.95$，N_{mix}的置信上限为 $N_{mix}+u_{0.95}\sigma_{N_{mix}}=13.5<14$。为了保证 Langlie 法的试验结果有效，试验次数应不少于 14。

表 **9** **Langlie** 法混合结果区 N_{mix}与门限变量的关系（$N=$**30**）

Table 9 Correlation between N_{mix} and gate limit variation of Langlie procedure

x_L	x_U					
	10.5	11	12	13	14	15
9.5	6.8	7.6	7.9	7.9	7.7	7.9
9	6.3	7.2	6.6	7.4	8.0	8.7
8	6.4	6.8	7.4	8.0	7.8	8.7
7	7.6	6.9	7.2	8.0	7.3	9.4
6	8.3	8.2	7.8	8.2	8.2	8.2
5	7.9	8.0	8.1	9.0	8.6	8.5

4 最有利门限选择下参数估计精度的分析

这里只讨论门宽≥6σ 的估计结果，也就是门限变量对参数估计无影响的试验范围，称为最有利门限选择条件。考虑文献[2，4～5] 多将 Langlie 法用于小样本试验，因此着重考察小样

本 $N=15$ 的情况。

表 10 是 47 种门限方案中门宽≥6σ 的参数估计平均值，每个数据相当于 540 组样本的平均结果。表中一般情况是，对 $\hat{\mu}$是无偏的，对 $\hat{\sigma}$是偏小的；随 N 增大，$\hat{\sigma}$值是增大的，$\hat{\mu}$和 $\hat{\sigma}$的标准误差都是减小的。

表 10　Langlie 法的参数估计精度与 N 的关系

Table 10　Correlation between parameter estimation precision and N of Langlie procedure

N	μ			σ			试验样本组数
	平均值	均方误差	0.90 置信空间	平均值	均方误差	0.90 置信空间	
15	9.95	0.369	[9.39, 10.61]	0.711	0.508	[0, 1.54]	540
20	10.04	0.312	[9.49, 10.51]	0.801	0.474	[0.021, 1.581]	540
30	10.02	0.269	[9.56, 10.44]	0.840	0.376	[0.221, 1.459]	540
50	10.01	0.215	[9.65, 10.35]	0.904	0.311	[0.392, 1.416]	540
100	9.99	0.134	[9.78, 10.22]	0.919	0.259	[0.493, 1.345]	540
200	10.00	0.094	[9.85, 10.15]	0.955	0.182	[0.656, 1.254]	540

对于 μ 估计，当 $N=15$ 时，$\hat{\mu}$的误差是 0.369，$\hat{\mu}$在置信度 0.90 的置信区间是[9.39, 10.61]，最大相对误差为((10.61－9.39)/2)/10×100％＝6.1％，这与通常的感度实验精度相比可以说是相当好的；当 $N=100$ 时，$\hat{\mu}$的误差是 0.134，置信区间是[9.78, 10.22]，最大相对误差是 2.2％，精度更好。

对于 σ 估计，样本量越小时，$\hat{\sigma}$偏小越显著，$N=15$ 时，$\hat{\sigma}$的平均值为 0.711σ，$N=200$ 时是 0.955σ，其余样本量的 $\hat{\sigma}$的平均值在 0.71σ ~0.955σ 之间。

Langlie 法对 σ 估计精度并不乐观。如在 $N=15$ 这样的小样本时，$\hat{\sigma}$的误差是 0.508，$C=0.90$ 的 $\hat{\sigma}$置信区间是[0, 1.54]，最小的 $\hat{\sigma}$估计值已接近于 0，偏大时相对误差可达 50％以上，模拟试验有时还出现 $\hat{\sigma}$大于总体 σ 几倍的误差；当大样本量 $N=100$ 时，$\hat{\sigma}$的误差是 0.259，置信区间是[0.493, 1.416]，最大相对误差为 50％左右。这种不好结果还是在参数估计的分布假设与总体的分布模型相同的情况下得到的。当样本量增大至 100 时，$\hat{\sigma}$估值的稳健问题还尚未得到解决，并且在实际情况中用 Langlie 法试验做样本量 $N=100$ 的情况还不多。

由此可见，Langlie 法对 σ 估计是不稳定的。人们一般认为，与升降法的固定步长升降规则相比，Langlie 法的变步长升降规则能够使感度数据更快地趋近于总体均值，认为 Langlie 法的估计效率比升降法高 30％，所以可比升降法明显减少试验数量。然而模拟试验的结果揭示出 Langlie 法对于总体分布参数的估计并不是都比升降法好，而只是对 μ 估计有较高效率，对于 σ 估计却无较高效率。

5　结　论

计算机模拟试验结果，可为使用 Langlie 法提供很好的实验验证基础，主要结论如下。

(1)Langlie 法对 μ 估计是无偏的，一般不受试验初始参数的影响，但门限应离开总体 μ 为 σ 以上。

(2)Langlie 法对 σ 估计是偏小的，门限选择对 $\hat{\sigma}$有影响。$\hat{\sigma}$不受门限影响的条件是门限离开总体 μ 为 2σ 以上，此条件可使 $\hat{\sigma}$的散布降至最低程度，可称为最有利门限选择条件。

(3)当有一个门限取在 μ 上时，对于 $\hat{\mu}$和 $\hat{\sigma}$将可能出现灾难性的估计误差。

(4)值得指出的是,Langlie 法用于小样本($N=15$)时,$\hat{\sigma}$比真值严重偏小,且散布很大。

(5)Langlie 法对于极限百分位点的 $\hat{x}_{0.99}$和 $\hat{x}_{0.01}$估计量表现出明显的不足,并且散布大。

(6)取置信度 0.95,Langlie 法出现混合结果区的最小样本量为 14。

参 考 文 献

1 Langlie H J.A Reliability Test Method for One-shot Item.Aeronutronic Publication No U-1792, 1962

2 MIL-STD-331A-1976.Environmental and Perfomance Test for Fuze and Fuze Components.1976

3 MIL-STD-331B-1989.Environmental and Perfomance Test for Fuze and Fuze Components.1989

4 Mills.Sensitivity Experiments:A One-shot Experimental Design and the ASENT Computer Program.SAND80-8216, 1980

5 Bolt B A.A Comparison of Two Sensitivity Testing Procedures with Implication for Sample Size Determination.AD-A 226935, 1989

6 蔡瑞娇,张润琦,王耕禄.一类变步长感度试验及其数据分析方法.现代引信,1992,(4):55 ~62

7 张润琦,王耕禄.感度试验用 OSTR 法的数据分析方法.北京理工大学学报,1993,13(2):286 ~290

8 刘宝光.敏感性数据分析与可靠性评定.北京:国防工业出版社,1995

9 严 楠.感度试验设计方法的若干研究:[博士学位论文].北京:北京理工大学,1996

10 严 楠,蔡瑞娇,田玉斌.感度试验 Monte-Carlo 法的计算机模拟与分析.火工品,1995,(4):1 ~6

STUDIES OF LANGLIE PROCEDURE BY USE OF COMPUTER SIMULATION

Yan Nan[a], Tian Yubin[b], Cai Ruijiao[b]

(a.*Institute of Mechanics*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing*, 100080)

(b.*Beijing Institute of Technology*, *Beijing*, 100081)

ABSTRACT A computer simulation method is used to investigate the effect of the choice of various initial parameters of Langlie sensitivity experimental procedure on the precision of parameter estimation.The rules of the occurrence of the optimal experimental condition, bad condition and mixing region of the Langlie procedure are obtained.

KEY WORDS sensitivity experiment, computer simulation, parameter estimation, Langlie procedure