

# 对膨胀壳体材料失稳的一种简化处理<sup>\*</sup>

陈大年 尹志华

(宁波大学力学与材料科学研究中心 浙江 315211)

**摘要** 提出一种简化的塑性失稳处理并被作为高应变率拉伸下材料破坏的粗略判据。这种准则假设局部化失稳在如下条件下发生:应变及应变率硬化率恰被几何及热软化率平衡。指出了经验本构方程及本征本构方程对膨胀断裂应变的影响。通过算例也说明了热软化壳体在内压作用下的破裂过程。

**关键词** 破裂判据 膨胀环 高应变率 热软化  
**中图法分类号** O347

## 1 引言

壳体或射流的膨胀断裂与应变速率有关。既涉及壳体材料在高应变率拉伸下的特性,又涉及惯性效应对断裂的推迟作用,二者耦合在一起,使高应变率拉伸下的壳体或射流在断裂前达到很大的延伸率。显然,对这两种因素分别进行研究是非常必要的。

关于惯性效应,Grady<sup>[1]</sup>引入如下无量纲参数

$$J = \rho u^2 / \sigma \quad (1)$$

式中: $\rho$ 、 $u$ 、 $\sigma$ 分别表示壳体的密度、膨胀速度及流应力。对于聚能射流、爆炸形成弹丸或超高速冲击形成的延性碎片, $J$ 可以大于1;对于爆炸或电磁驱动的膨胀环、壳, $J$ 通常小于1。

Romero<sup>[2,3]</sup>的理论研究指出,当 $J > 1$ 时,构形是稳定的;当 $J \ll 1$ 时,构形将失稳。

我们试图从材料的塑性失稳观点,探讨壳体材料的应变率特性对壳体膨胀破裂的影响,旨在考察计及温度及应变率的本构方程对壳体膨胀破裂的作用。在本文中,我们首先提出了一种局部化颈缩的简化处理,然后讨论材料本构关系对于一维应力拉伸断裂的影响,最后以算例阐明热软化壳体在内压作用下的破裂。

## 2 一种计及应变率及温度效应的材料拉伸失稳准则

塑性失稳的经典处理基于最大载荷的概念,是由 Considere<sup>[4]</sup>首先提出的。按照他的分析,颈缩在如下条件下发生

$$d\sigma/d\varepsilon = \sigma \quad (2)$$

式中: $\sigma$ 、 $\varepsilon$ 分别为应力、应变。从 $\varepsilon=0$ ,  $\sigma=\sigma_1$ 到 $\varepsilon=\varepsilon_f$ ,  $\sigma=\sigma_f$ ,由积分方程(2)得到

$$\sigma_f / \sigma_1 = \exp(\varepsilon_f) \quad (3)$$

<sup>\*</sup> 国家 863 计划强辐射实验室科学基金资助,国家 863 高技术 410-5 专题组资助。  
陈大年:男,1940 年 1 月生,研究员。  
1998-07-03 收到原稿,1999-03-18 收到修改稿。

式中  $\epsilon_f$ 、 $\sigma_f$  表示断裂时的值。可见，所采用的本构方程对于确定断裂应变  $\epsilon_f$  是至关重要的。然而，方程(2)不能应用于本构关系与应变率及温度有关的材料。事实上，关于发生失稳的临界条件，已有下述三种<sup>[5~7]</sup>：

$$\dot{A} = 0, \dot{\alpha}(A/A) = 0, F = \text{maximun}$$

式中： $A$  为横截面积，“ $\dot{\phantom{x}}$ ”表示对时间的微商， $F$  为载荷。

更重要的是，上述失稳指的是非局部化失稳，属于均匀变形范围。随着应变的进一步增加，非均匀塑性变形发生，从而产生局部化颈缩，材料趋于断裂，如图 1 所示。在此过程中，仅仅颈缩区域发生应变，而其它区域处于卸载状态。

应变局部化致使流应力发生应变软化，这种应变软化可以是几何变化的结果(截面积减小)，也可以是材料变化的结果(微空穴、微裂纹的成核、增长、聚合)。在高应变率一维应力或平面应力拉伸下，通常材料不会出现超塑性状态，几何软化是主要的。我们假设，局部化失稳在如下条件下发生：应变与应变率硬化率恰恰被几何与热软化率平衡。设  $\sigma_e$  为修正的流应力，则

$$\sigma_e = F_t \cdot \sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}, T) \tag{4}$$

式中： $F_t$  为几何软化因子， $\dot{\epsilon}$  为应变率， $T$  为温度。

对于一维应力状态的准静态拉伸，Bridgman<sup>[8]</sup> 给出

$$F_t = \frac{1}{(1 + 2R_c/R) \lg(1 + R/2R_c)} \tag{5}$$

式中： $R$ 、 $R_c$  的意义如图 2 所示。

$$\frac{R}{R_c} = 2.93 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\epsilon_z - 0.1}{3}\right) \right] \quad (\text{对于 } \epsilon_z > 0.1) \tag{6}$$

Bridgman 解给出

$$\frac{p}{\sigma} = \frac{1}{3} + \ln\left(1 + \frac{R}{2R_c}\right) \tag{7}$$

式中： $p$  为压力。

Johnson 及 Cook<sup>[9]</sup> 采用 EPIC-2 程序对拉伸试验进行了一系列数值模拟。计算结果表明，对于初始无切口试件的拉伸实验， $p/\sigma$  随有效应变的变化与 Bridgman 解基本一致。因此我们<sup>[10]</sup> 认为，当由方程(4)确定的  $\sigma_e$  达极值时，材料发生局部化失稳。显然，局部化失稳并非最终断裂。作为保守估计，我们将此作为断裂条件并曾应用于研究膨胀环的断裂问题<sup>[10]</sup>。

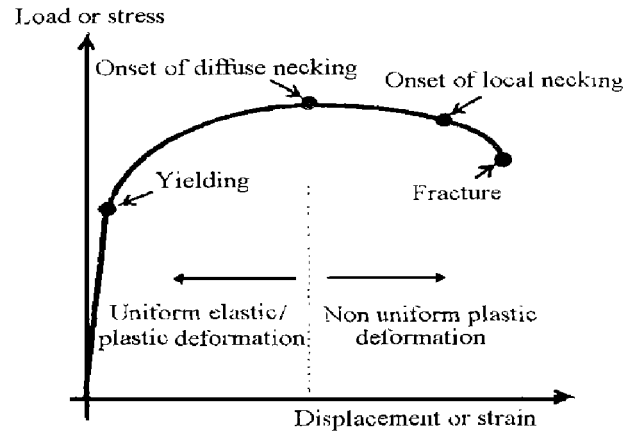


图 1 一维应力实验结果示意图

Fig.1 Instability phenomena in uniaxial tension

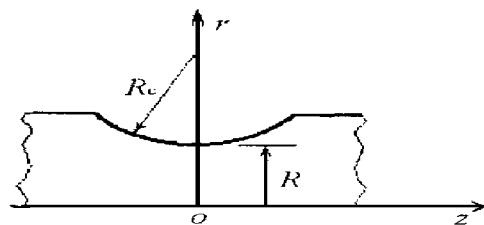


图 2 Bridgman 的颈缩分析几何图形

Fig.2 Geometry of a notched bar in the Bridgman analysis of tensile test

### 3 材料本构关系对于一维应力拉伸断裂的影响

描述材料处于大应变、高应变率及高温下的典型经验本构关系由 Johnson 及 Cook 建立。此本构模型把流应力  $\sigma$  表达为:

$$\sigma = [A + B\epsilon^n] [1 + C \ln \dot{\epsilon}^*] [1 - (T^*)^m] \quad (8)$$

式中:  $\epsilon$  为有效应变,  $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$ ,  $\dot{\epsilon}_0 = 1.0\text{s}^{-1}$ ,  $T^* = (T - T_{\text{room}})/(T_m - T_{\text{room}})$ ,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $n$ 、 $m$  为材料参数。

表达式(8)的第一方括号给出在  $\dot{\epsilon}_0 = 1.0\text{s}^{-1}$  及  $T^* = 0$  时的流应力, 常数  $A$  为低应变时的基本流应力,  $B$ 、 $n$  代表应变硬化效应; 表达式(8)的第二、三方括号分别代表应变率及温度效应。特别是后者描述热软化达熔化温度时, 流应力趋于 0。这些常数  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $n$  及  $m$  由 Johnson 和 Cook 经验地用一系列试验取得, 其中包括 Hopkinson 试验。温度范围较广,  $T^*$  介于 0 ~ 0.5 之间, 材料常数还被进一步用 Taylor 试验(圆柱撞击刚性靶)校合, 应变率超过  $10^5\text{s}^{-1}$ , 应变超过 2.0。

上述 Johnson-Cook 本构模型能很好地预估大部分材料在 Taylor 试验中的行为。然而对于 OFHC 铜, 则是例外。在寻求改善 Johnson-Cook 模型中, Zerilli 及 Armstrong<sup>[11]</sup> 提出了一种更具物理意义的本构关系。这种本征本构方程的导出采用了位错动力学, 不仅计及应变硬化、应变率硬化及热软化(基于热激活分析), 而且包含了晶粒大小效应。此本构关系具有相当简单的表达式, 被用于广泛的 fcc(面心立方)材料。对于铁的关系也已得到, 并可应用于其他的 bcc(体心立方)材料。Zerilli 及 Armstrong 提出, 每种材料结构类型(fcc、bcc、hcp)都有它们自己的本构行为, 依赖于材料本身的位错特性。例如, 流应力对于温度及应变率的强烈依赖性 is bcc 金属的属性(与 fcc 金属相比较)。

对于 fcc 金属

$$\sigma = \sigma_0 + C_2 \epsilon \exp[-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\epsilon}^*] \quad (9)$$

对于 bcc 金属

$$\sigma = \sigma_0 + C_1 \exp[-C_3 T + C_4 T \ln \dot{\epsilon}^*] + C_5 \epsilon^n \quad (10)$$

式中:  $\sigma_0$ 、 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $C_4$ 、 $C_5$  及  $n$  为材料参数。

现在让我们来考察在上节中提出的一种简单的局部化失稳条件的有效性及材料本构关系对一维应力拉伸断裂的影响。电磁驱动或爆破驱动的膨胀环是典型的高应变率一维应力拉伸试验, 描述膨胀环自由膨胀的控制方程为

$$\rho(du/dt) = -(\sigma_e/r) \quad (11)$$

$$dr/dt = u \quad (12)$$

$$d\epsilon/dt = u/r \quad (13)$$

$$\sigma_e = F_t \circ \sigma(\epsilon, u/r, T) \quad (14)$$

$$dT/dt = (\sigma_e/C_t \rho)(d\epsilon/dt) \quad (15)$$

式中  $r$  为平均半径。设环在  $t = t_0$  时, 达到最大速度  $u_0$ 。其他初始条件为:  $r = r_0$ ,  $\epsilon = \epsilon_0$ ,  $T = T_0$ 。方程组(11)~(15)及式(5)、(6)可用 Runge-Kutta 方法精确求解, 方程(14)中的本构关系  $\sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}, T)$  采用 Johnson-Cook 模型或 Zerilli-Armstrong 模型。

我们对 Gourdin<sup>[12]</sup> 所作的 OFHC 膨胀环实验作了计算, 初始条件是  $t_0 = 30\mu\text{s}$ ,  $r_0 =$

17.85mm,  $u_0=0.185\text{mm}/\mu\text{s}$ ,  $\epsilon_0=0.109$ ,  $T_0=300\text{K}$ , 计算与实验的环的速度历史如图 3 所示。计算的流应力  $\sigma$  及修正的流应力  $\sigma_e$  随时间的变化如图 4 所示。可见, 当  $\sigma_e$  达极值时,  $\sigma$  仍在继续增加。图 3 及图 4 表明, 采用 Johnson-Cook 与 Zerilli-Armstrong 本构方程, 对于环的速度历史影响不大。但是对于环的断裂的估算, 有明显影响。结果分别列于表 1 和表 2 中。

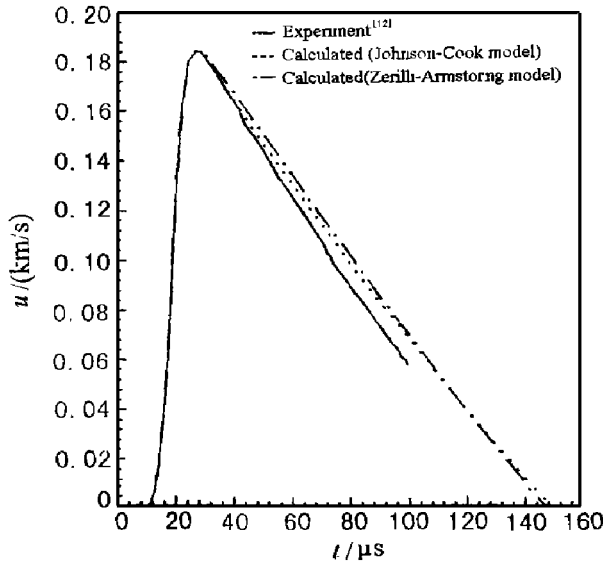


图 3 计算的与实验的某膨胀环<sup>[12]</sup>速度历史比较  
Fig.3 Comparison of experimental velocity history with the results of numerical calculations for the expanding ring in ref.<sup>[12]</sup>

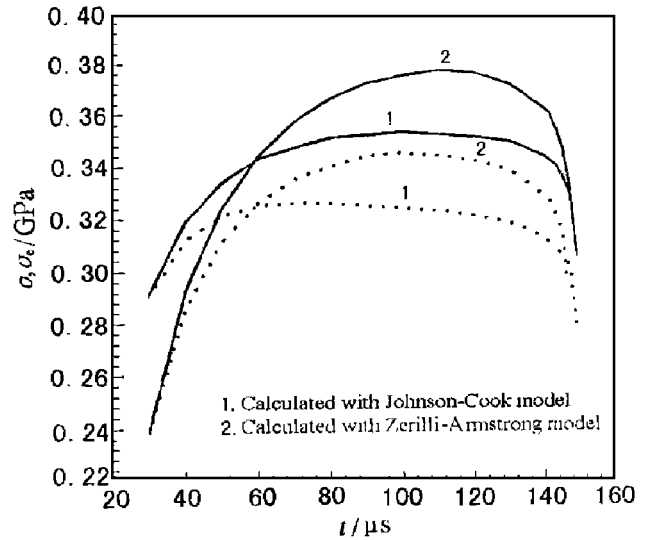


图 4 计算的某膨胀环<sup>[12]</sup>流应力(实线)与修正流应力(虚线)随时间的变化  
Fig.4 Calculated variations of flow stress  $\sigma$  (solid lines) and the corrected flow stress  $\sigma_e$  (dotted lines) with time  $t$  for an expanding ring in ref.<sup>[12]</sup>

表 1 采用 Johnson-Cook 本构模型计算的某膨胀环<sup>[12]</sup>的结果  
Table 1 Calculated results for an expanding ring in Ref.<sup>[12]</sup> using Johnson-Cook model<sup>[9]</sup>

$t^*/\mu\text{s}$	$e_f$	$\epsilon_f$	$\epsilon_f^*$	$\epsilon_f/\epsilon_f^*$	$R/2R_c$	$\dot{\epsilon}_f/10^4$
78	0.542	0.432	1.93	0.224	0.162	0.142
95	0.636	0.492	1.84	0.267	0.179	0.288

注:1)实验确定,环在  $t=95\mu\text{s}$  时破裂。

表 2 采用 Zerilli-Armstrong 本构模型计算的某膨胀环<sup>[12]</sup>的结果  
Table 2 Calculated results for an expanding ring in Ref.<sup>[12]</sup> using Zerilli-Armstrong constitutive model<sup>[11]</sup> and Johnson-Cook fracture model<sup>[9]</sup>

$t^*/\mu\text{s}$	$e_f$	$\epsilon_f$	$\epsilon_f^*$	$\epsilon_f/\epsilon_f^*$	$R/2R_c$	$\dot{\epsilon}_f/10^4$
95	0.647	0.499	1.84	0.271	0.182	0.293
104	0.687	0.522	1.80	0.290	0.192	0.234

注:1)实验确定,环在  $t=95\mu\text{s}$  时破裂。

表中,  $t^*$  表示环的破裂时刻,理论估算时,采用上述简单判据。当  $\sigma_e$  达极值时,环发生局部化失稳。Grady 等<sup>[13]</sup> 作了一系列膨胀环实验,断裂时的工程伸长度在 0.48~0.65 间。可见,我们提出的上述塑性失稳条件可以作为一种简单处理。表中  $e_f$  及  $\epsilon_f$  分别为环在破裂时的工

程伸长度及真伸长度,而  $\epsilon_f^*$  是环断裂时的断裂应变,定义如下

$$\epsilon_f^* = 2\ln(d_0/d_f) \quad (16)$$

式中:  $d_0$  为环的初始横截面,  $d_f$  为环在断裂时的横截面的平均值。由于环断裂时,变形非均匀,因此,  $\epsilon_f$  与  $\epsilon_f^*$  是不同的,  $\epsilon_f/\epsilon_f^*$  正表明了局部化程度。 $\epsilon_f^*$  的一般表达式由 Johnson 及 Cook<sup>[9]</sup> 给出

$$\epsilon_f^* = [D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)] (1 + D_4 \ln \dot{\epsilon}^*) (1 + D_5 T^*) \quad (17)$$

式中:  $\sigma^* = p/\sigma$ ,  $D_1, D_2, D_3, D_4, D_5$  为材料常数(由实验确定)。

#### 4 热软化壳体在内压作用下的破裂

无限长圆柱壳受轴对称内压  $p(t)$  脉冲作用的控制方程为式(12)~(14)以及下式

$$\rho H du/dt = -(\sigma_e H)/r + p(t) \quad (18)$$

式中:  $H$  为壳体厚度,  $p(t)$  为随时间变化的内压。设外界加热远大于塑性功致热,则

$$T = T_s(r, t) \text{ 或 } T = T_l(r, t) \quad (19)$$

式中:  $T_s(r, t)$  及  $T_l(r, t)$  分别为固相及液相区域的温度。

至于塑性致热,可由方程(15)计算。由方程(18)可见,当  $p(t) > (\sigma_e H)/r$  时,壳体发生塑性膨胀。让我们考察如下算例:管内初始内压设为 0.012GPa,外界使管壁温度升为 1000K,管初始半径为 60mm,厚 2mm,管材设为 4340 钢,计算采用 Johnson-Cook 本构模型,方程中的参数如下<sup>[9]</sup>:  $A = 792\text{MPa}$ ,  $B = 510\text{MPa}$ ,  $n = 0.26$ ,  $C = 0.014$ ,  $m = 1.03$ 。计算结果如图 5、6、7 所示。图中时间均自管壁发生塑性膨胀时开始计。外界加热使管壁材料软化,达到 1000K 时,屈服强度下降为 0.314GPa,此时  $p(t) > (\sigma_e H)/r$ ,壳体在内压作用下,发生塑性膨胀,经 128 $\mu\text{s}$  速度达极值 0.00476mm/ $\mu\text{s}$ ,此后减速。然后,流应力因应变硬化仍然增长,直至膨胀后 256 $\mu\text{s}$  才达极值 0.367GPa,此后减小。按我们的判据,估计此时壳体发生失稳,导致破裂,破裂时的应变并不大,仅 1.6%。

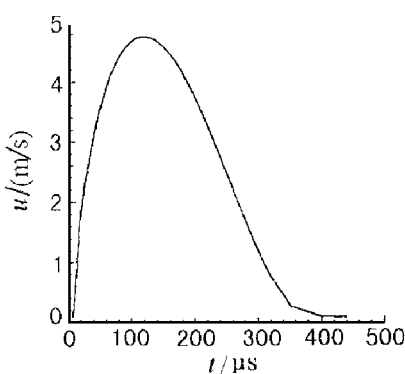


图5 算例的管壁速度历史  
Fig.5 Shell velocity history  
for a calculated example

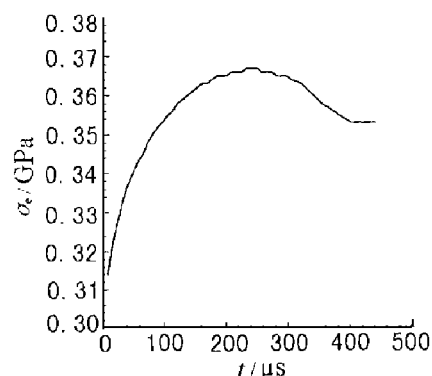


图6 算例的管壁流应力历史  
Fig.6 Flow stress history of the  
shell for a calculated example

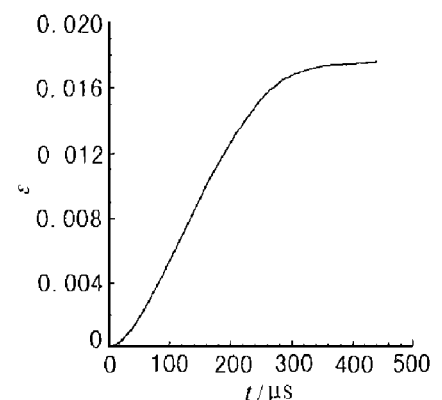


图7 算例的管壁应变历史  
Fig.7 The strain history of the  
shell for a calculated example

#### 5 结束语

(1)本文提出的一种局部化颈缩简化处理可以用于估计膨胀环的断裂应变。

(2)经验的本构方程(Johnson-Cook 模型)与本征本构方程(Zerilli-Armstrong 模型)对于计算膨胀环的速度历史影响不大,但是对于估计膨胀环的断裂应变有明显影响。

(3)算例说明,外界加热使壳体材料软化,致使流应力下降到一定程度时,壳体在内压作用下发生塑性膨胀,当流应力在膨胀过程中达极值时,壳体发生破裂。

#### 参 考 文 献

- 1 Grady E. Fragmentation of Rapidly Expanding Jets and Sheets. *Int J Impact Engng*, 1987, (5): 285 ~ 292
- 2 Romero L A. The Instability of Rapidly Stretching Plastic Jets. *J Appl Phys*, 1989, 65: 3006 ~ 3016
- 3 Romero L A. The Stability of Stretching and Accelerating Plastic Sheets. *J Appl Phys*, 1991, 69, 7475 ~ 7486
- 4 Considere M. L' Emploi du fer et Lacier Dans Les Constructions. *Ann Des Ponts et Chaussées*, IX(6 eme serie), 1885, 9: 574
- 5 Hart E W. Theory of the Tensile Tests. *Acta Metall*, 1967, 15: 351
- 6 Duncombe E. Analysis of Diffuse Plastic Stability in Tubes and Sheets. *Int J Solids Struct*, 1974, (10): 1445
- 7 Ghosh A K. Tensile Instability and Necking in Materials with Strain Hardening and Strain-rate Hardening. *Acta Metall*, 1977, 25: 1413
- 8 Bridgman P W. *Studies in Large Plastic Flow and Fracture*. McGraw-Hill, New York: [ s. n. ], 1952
- 9 Johnson G R, Cook W H. Fracture Characteristics of Three Metals Subjected to Various Strains, Strain Rates, Temperatures and Pressures. *Eng Fract Mech*, 1985, (21): 31 ~ 48
- 10 Chen Danian, Al-Hassani S T S. On the Material Instability under High Strain Rate Stretching. *Int J Impact Engng* (to be published)
- 11 Zerilli F J, Armstrong R W. Dislocation-mechanics-based Constitutive Relations for Material Dynamics Calculations. *J Appl Phys*, 1987, 61: 1816
- 12 Gourdin W H. Analysis and Assessment of Electromagnetic Ring Expansions at a High Strain-rate Test. *J Appl Phys*, 1989, 65: 411 ~ 422
- 13 Grady E, Kipp M E, Benson D A. Energy and Statistical Effects in Dynamic Fragmentation of Metal Rings. Presented at the 3rd Conf on Mech Properties of Mater at High Rates of Strain, Oxford: [ s. n. ], 1984

## A SIMPLIFIED APPROACH TO MATERIAL INSTABILITY OF EXPANDING SHELLS

Chen Danian, Yin Zhihua

(Mechanics & Materials Research Centre, Ningbo University, Zhejiang, 315211)

**ABSTRACT** Assuming that localized instability occurs when the current rate of strain and strain-rate hardening is balanced by the rate of geometric and thermal softening, a simplified treatment of the plastic instability is presented and used as a criterion for the rough prediction of material failure under high strain-rate stretching. The influence of the empirical and intrinsic constitutive equations on rupture strain of expanding rings is indicated. The rupture process of thermally softened shell stretched by internal pressure is explained with a calculated example.

**KEY WORDS** rupture criterion, expanding ring, high strain-rate, thermal softening