

高速碰撞的三维欧拉数值模拟方法^{*}

何长江 于志鲁 冯其京

(北京应用物理与计算数学研究所计算物理实验室 北京 100088)

摘要 介绍一种可用于高速碰撞问题数值模拟的三维弹塑性流体动力学数值计算方法, 以及应用该方法研制的应用软件 MEPH3D, 并给出了一些高速碰撞问题的数值计算结果, 计算结果表明该程序具有计算三维高速碰撞问题的能力。

关键词 高速碰撞 欧拉方法 数值模拟

中图法分类号 O351.2

1 引言

高速碰撞问题的研究在兵器工业和国民经济的许多领域有着广阔的应用前景。对于高速碰撞问题的研究, 解析方法所涉及的范围非常有限, 在推导解析模型中引入了许多简化的假设。如果要得到碰撞问题的完整解, 到目前为止, 数值模拟是最有效的手段, 特别是对于斜碰撞等三维问题尤为如此, 因为事实上还没有处理这样复杂问题的解析方法。数值模拟无需事先作过多简化假设, 并且具有处理复杂几何形状和加载状态的能力。

多年来, 国内外已经成功地对高速碰撞现象进行了二维数值模拟。目前的注意力又集中在三维模拟上, 提出的问题十分广泛: 在天文学上, 如怎样确定能够保护卫星免遭陨石冲撞的结构形状、宇宙飞船重返大气层时的保护; 在军事上, 如导弹的烧蚀和断裂、固体和结构受动能弹和空心装药攻击的侵彻和穿透、以及装甲结构防御这些弹丸的威胁等问题; 在地球物理学上, 对极高压下的材料研究进行计算, 以及给出陨石碰撞产生的开坑过程等。提出计算的工业问题有爆炸成形、石油开采、爆炸焊接、材料的冲击合成、采矿等。

迄今为止, 由于受到经费和计算机储存能力的限制, 大量使用的是二维程序。因此, 只是那些垂直碰撞引起一维或二维方式的波传播问题能够分析研究, 但是这样的现象在实际中难以反映普遍规律, 只代表部分特例。随着近年来计算机技术的迅速发展, 三维计算受到人们的普遍重视。国内外正在研究和发展更多的三维计算机程序。

高速碰撞问题, 力学上可归结为弹塑性流体动力学问题。对于弹塑性流体动力学问题, 数值计算方法可分为 Lagrange 方法、Euler 方法以及两种方法的结合。对于一些扭曲不太严重或变形不大的弹塑性流体动力学运动, 可以采用 Lagrange 方法, 计算结果对多种介质运动整体或局部的变化都描述得比较细致。对于有较大变形的流场, 采用 Lagrange 方法进行计算时会出现网格畸变与网格相交, 使计算不能进行下去, 而 Euler 方法比较适合大变形问题的计算, 它没有网格相交的问题。但是当流场中包含多种介质时, 会出现同一网格中有一种以上介质的

* 中国工程物理研究院行业预研基金资助(批准号 970686)。

何长江: 男, 1964 年 9 月生, 硕士, 副研究员。

1998-11-26 收到原稿, 1999-03-03 收到修改稿。

混合网格, 给 Euler 方法带来困难。现在, 随着多种介质 Euler 方法界面处理技巧的不断改进, Euler 方法越来越受到广泛的重视。

MEPH3D 程序采用的是 Euler 数值方法, 混合网格的计算运用了 Youngs 界面处理技巧, 较好地解决了多种介质的计算问题。再加上 Euler 方法所特有的可计算大变形问题的优点, 使得 MEPH3D 程序可计算高速碰撞方面的问题。

2 总体方程组

高速碰撞问题可以用弹塑性流体动力学方程组进行描述。三维 Decartes 坐标系中的点用 \mathbf{x} 表示。 $\rho(x, t)$ 、 $\mathbf{u}(x, t)$ 、 $E(x, t)$ 分别表示在 x 点处 t 时刻的密度、速度向量与单位质量的总能量。单位质量的总能量 E 是单位质量的内能 e 与动能之和。本文采用“取和约定”, 即在一项中如果出现重复的附标, 则对该附标从 1 到 3 求和。这里

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3), \quad \mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$$

2.1 守恒方程

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= -\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i}, & \frac{de}{dt} &= \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \\ \frac{du_i}{dt} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, & (i &= 1, 2, 3) \end{aligned}$$

2.2 本构方程^[1]

(1) 偏应力

$$\frac{ds_{ij}}{dt} = 2\mu \left[\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \hat{q} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] + \hat{q} \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

式中: μ 为剪切模量, ϵ_{ij} 为应变分量, s_{ij} 为偏应力, \hat{q} 为旋转修正项, 其表达式为

$$\begin{aligned} \hat{q}_1 &= 2s_{31} \omega - 2s_{12} \omega, & \hat{q}_2 &= 2s_{12} \omega - 2s_{23} \omega, & \hat{q}_3 &= 2s_{23} \omega - 2s_{31} \omega \\ \hat{q}_2 &= (s_{11} - s_{22}) \omega + s_{23} \omega - s_{31} \omega, & \hat{q}_3 &= (s_{22} - s_{33}) \omega + s_{31} \omega - s_{12} \omega, \\ \hat{q}_1 &= (s_{33} - s_{11}) \omega + s_{12} \omega - s_{23} \omega \end{aligned}$$

式中 $\omega = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_k}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right]$, $i, j, k = 1, 2, 3$ 。

(2) 速度应变

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

(3) 总应力

$$\sigma_{ij} = s_{ij} - \hat{q} (p + q)$$

式中: p 为流体静压力, q 为人为粘性应力。

(4) Von-Mises 屈服准则

$$s_{ij}s_{ij} \leq \frac{2}{3} Y^2$$

式中 Y 为屈服应力。当超过屈服应力时, 偏应力由下式回到屈服表面

$$s_{ij}^p = s_{ij} \left[\frac{2Y^2}{3s_{ij}s_{ij}} \right]^{1/2}$$

(5) 屈服应力

$$Y = Y^0 \cdot \max(0, 1 - e/e_m)$$

式中 e_m 为融化能。

2.3 人为粘性

$$q = \begin{cases} c_1 \rho l a |\dot{\epsilon}| - c_0 \rho l^2 \dot{\epsilon} |\dot{\epsilon}| & \dot{\epsilon} < 0 \\ 0 & \dot{\epsilon} \geq 0 \end{cases}$$

式中: c_0 、 c_1 为常数, l 为特征网格长度, a 为局部声速, $\dot{\epsilon}$ 为体积应变率。

2.4 状态方程

$$p = (\gamma - 1)\rho e + c_0^2(\rho - \rho_0)$$

2.5 爆轰波计算^[2]

$$e'_0 = e_0 + Q, \quad Q = \frac{1}{2}D_J^2/(\gamma^2 - 1), \quad p = (\gamma - 1)\rho e F, \quad F = [\max(F_1, F_2)]^{n_b}$$

$$F_1 = \begin{cases} 0 & t \leq t_b \\ \frac{V_0 - V}{V_0 - V_J} & t_b < t < t_b + \Delta L \\ 1 & t \geq t_b + \Delta L \end{cases}, \quad F_2 = \begin{cases} 0 & t \leq t_b \\ \frac{t - t_b}{\Delta L} & t_b < t < t_b + \Delta L \\ 1 & t \geq t_b + \Delta L \end{cases}$$

$$V_J = \gamma W_0/(\gamma - 1), \quad \Delta L = r_b (\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2)^{1/2}/D_J$$

式中: e'_0 为波前初始能量, Q 为化学能, D_J 为 C-J 爆速, V_J 为 C-J 比容, t_b 为爆轰波刚到达计算网格的时间, r_b 和 n_b 为可调参数, 通常取 $r_b = 3 \sim 6$, $n_b = 2 \sim 3$ 。

2.6 断裂判据

以断裂压力或断裂密度为基础, 如果超过使用规定的参数大小的话, 材料就发生断裂。

3 数值计算方法

3.1 网格划分

计算采用显式差分格式, 在均匀或非均匀 Euler 网络上进行。应力、密度、比内能、速度、应力偏量等均定义在网格中心。

3.2 Lagrange 计算和输运计算

采用分裂算法, 把总体方程组按空间 x, y, z 三个方向进行分裂。对于每个方向, 方程的计算分为两个阶段: 第一阶段是 Lagrange 阶段, 网格随流体运动; 第二阶段是输运阶段, 计算通过网格边界的质量、动量、总能量和应力偏量的输运, 这可认为是把第一阶段即 Lagrange 阶段完成后移动了的网格重新映射到它的原始位置。计算的时间步长须满足 CFL 条件。边界条件考虑了固壁、活塞和连续边界条件。对于边界条件, 采用虚拟网格技术进行处理, 即在第一排和最后一排网格以外再虚设一排网格, 然后根据边界条件的要求给出虚拟网格的网格量。

3.3 多种物质界面计算^[3]

对于多介质弹塑性流体动力学问题, 计算中会遇到网格内含有两种或两种以上物质的混合网格。对于混合网格的计算, 我们运用 Youngs 界面处理技术^[4], 利用贡献网格及其周围二十六个网格的介质体积份额来确定贡献网格中物质的界面。混合网格中的物质界面被近似地用一个平面来表示, 该平面的法线方向由贡献网格周围二十六个网格体积份额的分布来确定,

平面法向确定后,再根据贡献网格本身的体积份额确定平面的位置。物质界面构造出来后,就可以计算从贡献网格流向接受网格的体积流,然后再分别计算通过网格边界的质量流、动量流、能量流等物理量。

4 数值模拟结果

4.1 模拟二维超高速碰撞

Amsden 用二维质点网格法^[5]在 Los Alamos 完成了一个半径为 10mm 的铁球以 $30\text{mm}/\mu\text{s}$ 的速度碰撞铝块的数值模拟。针对这个二维模型,我们用三维弹塑性流体动力学欧拉程序 MEPH3D 进行了三维模型的对比计算,图 1 是三维模型计算结果的中心剖面图。这里我们用了步长为 1mm 的 $60 \times 60 \times 60$ 欧拉网格,我们的计算结果与 Amsden 的二维计算结果从图像上符合得非常好。

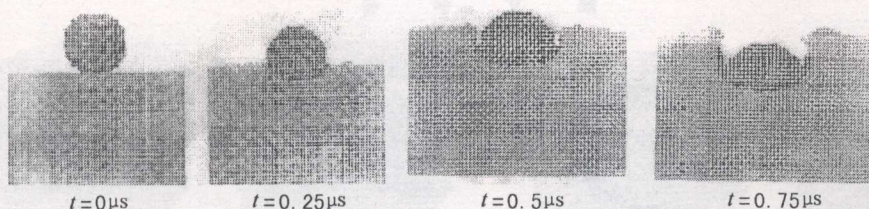


图 1 一个半径 10mm 的铁球以 $30\text{mm}/\mu\text{s}$ 的速度正碰撞铝块

Fig.1 Normal impact of an iron sphere of radius 10mm on an aluminium block at $30\text{mm}/\mu\text{s}$

4.2 高速斜碰撞的三维数值模拟

斜碰撞问题是个典型的三维弹塑性流体动力学问题。Johnson 等人用 EPIC3 程序计算了这样一个斜碰撞问题^[6]:一根铜杆以 $2000\text{m}/\text{s}$ 的速度碰撞钢靶板,铜杆长 124.5mm,铜杆直径 25.4mm,钢靶厚 9.5mm,碰撞角为 45° 。我们用 MEPH3D 程序同样计算了这个问题,图 2 是我们的计算结果图像,前两个图分别是初始时刻和 $30\mu\text{s}$ 时的中心剖面图,后两个图分别是初始时刻和 $30\mu\text{s}$ 时的立体图。用 EPIC3 计算的剩余速度是 $1950\text{m}/\text{s}$,Johnson 等人没有给出实验的具体数据。用 MEPH3D 计算的剩余速度是 $1865\text{m}/\text{s}$ 。

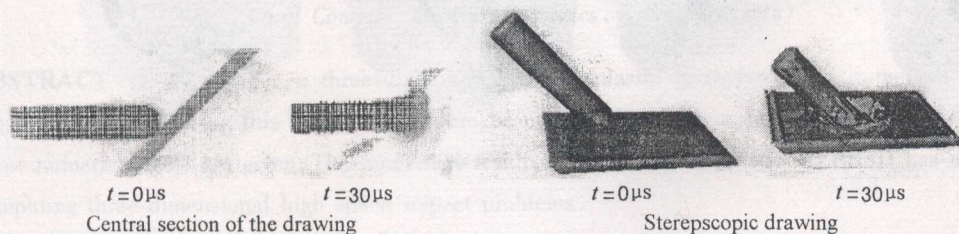


图 2 铜杆以 $2000\text{m}/\text{s}$ 的速度撞击钢板

Fig.2 Oblique impact of a copper rod on a steel plate at $2000\text{m}/\text{s}$

4.3 爆轰的三维数值模拟

三维弹塑性流体动力学欧拉程序 MEPH3D 不仅具有计算冲击波和稀疏波的能力,而且具有计算爆轰波传播过程的能力。

图 3 显示的是用 MEPH3D 程序计算的一块正立方体炸药从中心起爆的爆炸过程。当爆轰波没有到达立方体表面,即在立方体内部传播时,传播过程可以用一维或二维方式进行简化描述。但是当爆轰波传过立方体表面时,传播过程则纯属三维过程,必须用三维程序计算,而不能再使用一维或二维计算了。图 4 显示的是用 MEPH3D 程序计算的一块正立方体炸药从立方体的某个表面中心起爆的爆炸过程。这个过程从起爆开始便是一个三维过程,数值模拟必须使用三维程序,MEPH3D 程序给出了计算结果。图 5 显示的是用 MEPH3D 程序计算的一块正立方体炸药从立方体的某个角点起爆的爆炸过程。这也是个纯三维过程,只能用三维程序进行数值模拟,MEPH3D 程序给出了计算结果和图像。

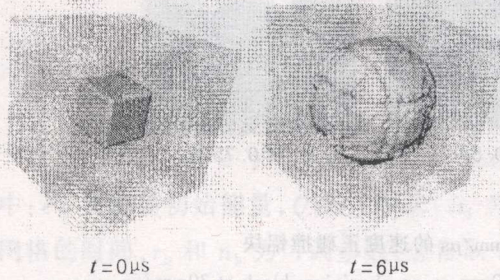


图 3 立方体炸药中心起爆

Fig.3 Detonation of a cubic explosive at the center of the cubic

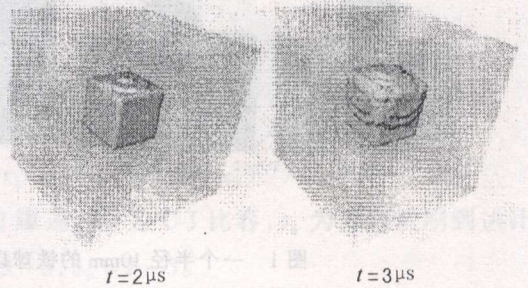


图 4 立方体炸药表面中心起爆

Fig.4 Detonation of a cubic explosive at the surface center

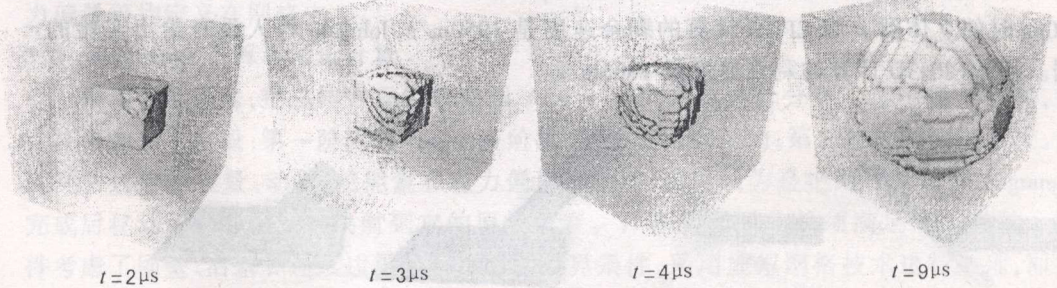


图 5 立方体炸药顶点起爆

Fig.5 Detonation of a cubic explosive at a vertex of the cubic

5 结 论

(1) 提出了三维高速碰撞问题的一种数值计算方法。针对高速碰撞问题, 提出相应的三维弹塑性流体动力学数学模型; 在广泛调研和深入研究的基础上, 提出了三维弹塑性流体动力学欧拉数值方法。解决了三维流体动力学差分格式构造、多介质问题界面计算等关键问题。

(2) 研制出三维弹塑性流体动力学计算程序 MEPH3D。解决了总体程序设计、前后处理技术、程序编制、程序调试等关键技术, 自行研制出三维弹塑性流体动力学欧拉方法计算程序 MEPH3D, 为进行三维高速碰撞的研究提供了十分有用的数值分析手段。

(3) 进行了高速碰撞问题的三维数值模拟。计算结果证明了 MEPH3D 程序可以用于高速碰撞问题的三维数值模拟。

参 考 文 献

- 1 刘小苹, 谢春生, 秦孟兆, 等. 穿甲机理的数值研究. 力学学报, 1990, 3: 318 ~ 327
- 2 李德元, 徐国荣, 水鸿寿, 等. 二维非定常流体力学数值方法. 北京: 科学出版社, 1987
- 3 冯其京, 何长江, 宫晓静, 等. 三维多介质欧拉流体力学数值方法中的混合网格界面处理. 爆炸与冲击, 1997, 17 增刊: 23 ~ 32
- 4 Youngs D L. Time-dependent Multimaterial Flow with Large Fluid Distortion. In: Morton K W, Baines M J, eds. Numerical Methods for Fluid Dynamics. [s.l.]: Academic Press, 1982
- 5 Amsden A A. The Partical in Cell Method for Calculation of the Dynamics of Compressible Fluids. Report LA-3466, Los Alamos Sci Lab, 1966
- 6 Johnson G R, Colby D D, Vavrick D J. Three-dimensional Computer Code for Dynamic Response of Solids to Intense Impulsive Loads. J Numerical Methods in Engineering, 1979, 14: 1865 ~ 1871

3D EULERIAN NUMERICAL SIMULATION METHOD OF HIGH SPEED IMPACT

He Changjiang, Yu Zhilu, Feng Qijing

(Laboratory of Computational Physics, Beijing Institute of Applied Physics
and Computational Mathematics, Beijing, 100088)

ABSTRACT In this paper, a three-dimensional elastic-plastic hydrodynamical numerical method and the code MEPH3D using this method which can be used on high speed impact problems are introduced. Some numerical tests are given. The numerical results indicate that the code MEPH3D has the ability of computing three-dimensional high speed impact problems.

KEY WORDS high speed impact, Eulerian method, numerical simulation